

## ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертацию ЗЫЗЫ Александра Васильевича  
**«Исследование условий существования обобщенных классов  
полиномиальных решений уравнений движения гиростата под  
действием гироскопических, потенциальных и непотенциальных сил»,**  
представленную на соискание ученой степени  
доктора физико-математических наук  
по специальности 01.02.01 – теоретическая механика

**Актуальность темы исследований диссертации.** В диссертации исследуется проблема построения решений уравнений движения гиростата в двух задачах динамики. *Первая* задача описывает движение гиростата под действием потенциальных и гироскопических сил, *вторая* задача – движение гиростата в магнитном поле с учетом эффекта Барнетта–Лондона. Имея разные механические трактовки, эти задачи, как составные части аналитической механики, не только находят применение в объяснении механических явлений в природе и технике, но и могут служить основой моделирования в практической работе с современными техническими конструкциями. Такие примеры широко известны в теориях гироскопии, небесной механике и других областях, использующих предположение о малых деформациях изделий сложных систем связанных твердых тел. Модели абсолютно твердого тела и гиростата изучали Л. Эйлер, Ж. Даламбер, Ж. Лагранж, К. Якоби, В. Гесс, У. Томсон, Н.Е. Жуковский, Ж. Лиувиль, А. Грей, Т. Леви-Чивита и У. Амальди, В.В. Румянцев, Й. Виттенбург, Т.Р. Кан, Р.С. Фоулер, Р.Е. Робертсон, П.В. Харламов и другие.

Среди известных моделей гиростата особое место занимают модели В.В. Румянцева, который предполагал, что несомые тела динамически и статически уравновешены, и П.В. Харламова, который рассматривал несомые тела с центром масс, лежащем на оси вращения, и имеющих свойства динамической симметрии.

Уравнения движения гиростата, которые изучаются в данной диссертации, имеют шестой порядок. Для уравнений движения гиростата в первой задаче существует три первых интеграла и поэтому нахождение дополнительного первого интеграла позволяет их интегрировать в квадратурах по Якоби. Задача о движении гиростата в магнитном поле с учетом эффекта Барнетта–Лондона описывается уравнениями, которые допускают только два первых интеграла. Следовательно, применить теорию Якоби в этой задаче можно только при получении двух дополнительных первых интегралов.

**Актуальность первой задачи** состоит в том, что в силу математических результатов В.А. Стеклова, П.В. Харламова, Х.М. Яхьи, ее уравнения движения линейным преобразованием могут быть сведены к уравнениям движения тела в жидкости (Г. Кирхгоф, А. Клебш,

А.М. Ляпунов, В.А. Стеклов, С.А. Чаплыгин, П.В. Харламов, В.Н. Рубановский). Такой принцип аналогии очень важен в задачах механики, например, аналогия Г. Кирхгофа в теории о движении гиростата и теории тонких стержней позволяет применять решение задачи о движении гиростата в задаче о деформации тонких стержней. Следовательно, **построенные** А.В. Зызой **решения** можно **использовать** и в задаче о **движении тела в жидкости**.

*Вторая* задача о движении гиростата в магнитном поле с учетом эффекта Барнетта–Лондона представляется также **актуальной** (В.В. Козлов, В.А. Самсонов, Ю.Н. Урман), но причина такого свойства состоит в определенной аналогии правых частей дифференциальных уравнений движения – как и в первой задаче, они являются многочленами второго порядка по основным переменным, но с разной их структурой.

Важность **построения** частных решений в задачах диссертации состоит в том, что уравнения движения гиростата **неинтегрируемы** в квадратурах (Э. Гюссон, А. Пуанкаре, В.В. Козлов, Д.А. Онищенко). Отмечу, что А.И. Докшевич привел новые доказательства утверждений Э. Гюссона, П. Бургагги, имеющие более компактные преобразования. Кроме указанных проблем интегрирования уравнений, как показано в статьях Г.В. Горра и А.А. Илюхина, при построении частных решений уравнений движения гиростата следует всегда проверять условия, при выполнении которых уравнения Пуассона нельзя исключать из рассмотрения (этот факт учтен в диссертации А.В. Зызы).

В силу несуществования общего решения уравнений динамики, многие специалисты по динамике твердого тела позитивно оценивают направление, связанное с исследованием частных решений в динамике гиростата.

В диссертации в качестве задачи об исследовании частных решений принята задача о построении **полиномиальных решений** уравнений движения гиростата. Ранее аналогичную проблему изучали многие ученые (Н. Ковалевский, Д.Н. Горячев, С.А. Чаплыгин, В.А. Стеклов, П.В. Харламов, А.И. Докшевич и другие). Объектом их исследований являлись задачи о движении тяжелого твердого тела и гиростата. В диссертации построение **полиномиальных решений** уравнений проведено для уравнений движения гиростата в полях сложной структуры (они описаны выше). **Актуальность** получения таких решений объясняется двумя свойствами: первое свойство – возможность применения методов кинематического истолкования; второе свойство – анализ асимптотических по Ляпунову движений гиростата. Таким образом, **актуальность исследований** диссертации объясняется перечисленными выше причинами.

**Содержание диссертации.** Диссертация А.В. Зызы содержит введение, 10 разделов, заключение и список литературы. Отмечу лишь основные результаты.

1. Установлены новые формы редуцированных уравнений движения гиростата с неподвижной точкой в двух задачах: в задаче о движении

гиростата под действием потенциальных и гироскопических сил (задача I); в задаче о движении гиростата в магнитном поле с учетом эффекта Барнетта–Лондона (задача II). Данные уравнения имеют отличия от уравнений Н. Ковалевского и П.В. Харламова, состоящие в разном их представлении относительно основных переменных задачи. Построены **три новых решения** полиномиальной структуры редуцированных уравнений, которые описываются эллиптическими функциями, либо функциями времени, либо функциями, которые получаются при обращении гиперэллиптических интегралов.

2. Найдены условия существования решений **обобщенного полиномиального класса** Стеклова–Ковалевского–Горячева дифференциальных уравнений задачи I и задачи II в предположении, что вектор обобщенного центра масс гиростата и вектор гиростатического момента находятся на одной главной оси эллипсоида инерции. В задаче I построено **пять новых частных решений** рассматриваемого класса, а в задаче II найдено четыре **новых частных решения** этого класса. Они характеризуются обращением эллиптических и гиперэллиптических интегралов.

3. Исследованы условия существования решений обобщенного **полиномиального класса** Коносевича–Поздняковича уравнений задачи I и задачи II в предположении, что вектор обобщенного центра масс гиростата коллинеарен вектору гиростатического момента и находится на главной оси эллипсоида инерции, построенного для неподвижной точки гиростата. В задаче I найдено **четыре новых решения**, а в задаче II построено семь **новых частных решений**.

4. Получены новые частные решения **обобщенного** полиномиального класса Докшевича дифференциальных уравнений задачи I и задачи II в предположении, что вектор обобщенного центра масс гиростата и вектор гиростатического момента лежат в одной главной плоскости эллипсоида инерции. Построено шесть **новых решений** рассматриваемого класса в задачах I, II. Эти решения описываются либо элементарными функциями времени, либо функциями, полученными обращением эллиптических интегралов Лежандра третьего рода.

5. Изучены условия существования частных решений **нового** полиномиального класса уравнений Кирхгофа–Пуассона в предположении, что вектор обобщенного центра масс и гиростатического момента лежат в одной плоскости эллипсоида инерции. Приведена таблица вариантов значений изучаемых степеней полиномов рассматриваемого класса решений. Построено **семь новых частных решений** нового полиномиального класса задачи I.

6. В заключительном разделе существенным остается предположение о том, что для изучаемых классов решений имеет место условие: вектор обобщенного центра масс гиростата и вектор гиростатического момента лежат в одной из главных плоскостей эллипсоида инерции. Найдено **десять**



*решений новых* полиномиальных классов дифференциальных уравнений задачи II. Построенные решения описываются либо элементарными функциями времени, либо обращением эллиптических и гиперэллиптических интегралов. Проведен анализ асимптотических свойств движения гиростата.

Таким образом, количество новых решений, полученных автором диссертации, превышает четыре десятка.

**Замечания.** 1. Формулировка о максимальных значениях рассматриваемых в диссертации полиномов допускает неоднозначную трактовку, связанную с доказательством единственности найденных значений. Как показано П.В. Харламовым в лекциях по динамике твердого тела (1965 г.), при рассмотрении квадратичных полиномиальных решений уравнений движения гиростата доказательство того, что второй полином имеет четвертый порядок, представляется достаточно трудной задачей. Поэтому желательно, чтобы автор диссертации более точно отражал в диссертации этот факт.

2. Значительное количество частных полиномиальных решений в задачах динамики гиростата автору не позволило дать сравнительный анализ этих решений в рассматриваемых им задачах. Но элементы такого анализа можно было бы провести на одном примере решения полиномиальных структур.

3. Автор диссертации при построении решений полиномиального класса рассмотрел их характеристику на основе подхода, включающего в себя нахождение вспомогательной переменной от времени. Однако, сравнительный анализ классов интегралов, служащих для их обращения при решении указанной задачи, выполнен не во всех случаях.

**Заключение.** Указанные выше замечания не снижают общей **высокой** характеристики диссертации А.В. Зызы. В научной литературе по построению решений полиномиального класса для двух обобщенных задач динамики гиростата отсутствуют подобные результаты. Как отмечено ранее, например, решения первой задачи можно трактовать, как решения задачи о движении тела в жидкости, что в значительной степени дополняет исследования С.А. Чаплыгина, П.В. Харламова, В.Н. Рубановского по изучению линейных инвариантных соотношений уравнений Кирхгофа–Пуассона. Важными результатами являются не только исследования наиболее известных ранее классов полиномиальной структуры, но и **новых, обобщенных автором диссертации, классов решений.** Диссертация А.В. Зызы выполнена на высоком научном уровне, в ней получены новые редуцированные **уравнения**, полные **условия** существования решений в виде систем алгебраических уравнений на параметры задачи, рассмотрено доказательство их разрешимости на основе численных примеров, сведение задачи к квадратурам.

Все результаты опубликованы в ведущих журналах по механике (в том числе и в России), автореферат диссертации в полной мере отражает содержание диссертации.

Таким образом, диссертация Александра Васильевича ЗЫЗЫ «Исследование условий существования обобщенных классов полиномиальных решений уравнений движения гиростата под действием гироскопических, потенциальных и непотенциальных сил» отвечает всем требованиям, предъявляемым к докторским диссертациям по специальности 01.02.01 – теоретическая механика, а ее автор, А.В. Зыза, заслуживает присуждения ему ученой степени доктора физико-математических наук по данной специальности.

Профессор кафедры математики  
Таганрогского института им. А.П.Чехова  
(филиал федерального государственного бюджетного  
образовательного учреждения высшего образования  
«Ростовский государственный экономический  
университет (РИНХ)»),  
доктор физико-математических наук, профессор

*А.А. Илюхин*  
А.А. Илюхин

