

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертацию
Зызы Александра Васильевича «Исследование условий
существования обобщенных классов полиномиальных
решений уравнений движения гиростата под действием
гироскопических, потенциальных и непотенциальных сил»,
представленную на соискание ученой степени доктора
физико-математических наук по специальности
01.02.01 – теоретическая механика

Актуальность темы диссертации. Аналитическая механика и ее составная часть динамика твердого тела играют значительную роль в исследовании движений систем связанных твердых тел, используемой в современных технических конструкциях. И сегодня не вызывает сомнения утверждение Ф. Кляйна и А.Зоммерфельда, высказанное в 1910 году, о том, что ни один прибор не способствует в такой степени, как гироскоп, выявлению и пониманию взаимосвязей между физическими понятиями в механике. Данное обстоятельство несомненно объясняется примерами из динамики твердого тела, среди которых являются исследования Ж. Даламбера (1749 г.), посвященные объяснению прецессии и нутации Земли, Л.Фуко (1852 г.), который экспериментально доказал вращение Земли и других ученых.

Абсолютно твердое тело, как и материальная точка в механике, является упрощенной моделью в динамике твердого тела. Вместо уравнений в частных производных, используемых в случае деформируемых тел, в аналитической механике применяются обыкновенные дифференциальные уравнения. К таким ее областям относятся: теория гироскопических систем, динамика систем связанных твердых тел класса гиростат, теория движения тела, соприкасающегося с поверхностью другого тела, динамика движения твердого тела в идеальной несжимаемой жидкости, теория движения спутниковых систем и другие. На основании методов динамики твердого тела объяснены многие эффекты и свойства современных технических конструкций (гироскопический эффект, возникающий при вращении тел; эффект Кельтского камня, объясняющий способность без изменения силового воздействия вращения тела в противоположных направлениях; свойства движения «скамейки Жуковского» и многие другие особенности в движении твердых тел с голономными и неголономными связями). В настоящее время моделирование движений объектов техники также базируется на результатах и рекомендациях, полученных в аналитической механике.

Важное место в динамике систем сложного состава занимает математическое описание их движения в виде систем дифференциальных уравнений, исследование интегрируемости этих уравнений с помощью аналитических и численных методов. Как правило, численные методы имеют преимущество лишь при изучении конкретных систем и не дают общих качественных выводов о поведении этих систем на любом промежутке времени. Поэтому качественные методы исследования в динамике твердого тела имеют определенное преимущество перед численными методами. Большой вклад в решение задач такого направления внесли Г. Кирхгоф, А. Клебш, Ф. Брун, С.В. Ковалевская, А.М. Ляпунов, В.А. Стеклов и другие ученые.

Приоритетными задачами диссертации А.В. Зызы являются: изучение задачи о движении гиростата класса У. Томсона, Н.Е. Жуковского, Й. Виттенбурга в постановках В.В. Румянцева и П.В. Харламова; исследование частных решений уравнений в полях сложной структуры, которое включает в себе рассмотрение двух современных задач – *задачу о движении гиростата под действием потенциальных и гироскопических сил* и *задачу о движении гиростата в магнитном поле с учетом эффекта Барнетта-Лондона*.

Применение различных математических методов интегрирования уравнений в задачах динамики твердого тела связано с тем, что в общем случае эти уравнения неинтегрируемы в квадратурах по Якоби (А. Пуанкаре, Э. Гюссон, П. Бургатти, В.В. Козлов, Д.А. Онищенко, С.Л. Зиглин). Это свойство способствует развитию многих других методов (КАМ – теории, топологических подходов, инвариантных соотношений по построению частных решений и других методов).

Диссертация А.В. Зызы *посвящена* исследованию *полиномиальных* решений специального вида. Основоположниками по построению таких решений являются В.А. Стеклов, Н. Ковалевский, Д.Н. Горячев, С.А. Чаплыгин, которые изучали полиномиальные решения уравнений Эйлера-Пуассона. Исследования задач динамики гиростата на основе *построения частных решений* уравнений движения гиростата и более сложных механических *систем*, которые проводятся в Донецкой школе по механике, получили наибольшее развитие и сформировали важный подход в динамике твердого тела. На мой взгляд полученные в ней результаты по данной тематике позволяют расширить наши представления о свойствах интегральных многообразий уравнений, а с помощью геометрических методов Л. Пуансо, Г. Дарбу, П.В. Харламова с учетом новой формулы Г.В. Горра, которая устанавливает алгебраическую связь между углом прецессии и полярным углом неподвижного годографа угловой скорости, обнаружить новые свойства движения гиростата, которые не присущи

движениям гиростата в общих случаях интегрируемости уравнений динамики.

Таким образом, *актуальность* темы диссертации состоит в том, что в ней построены *новые полиномиальные решения* в *двух обобщенных задачах динамики* гиростата: задаче о движении гиростата под действием потенциальных и гиростатических сил, и задаче о движении гиростата в магнитном поле с учетом эффекта Барнетта-Лондона.

О содержании диссертации. Диссертация состоит из 10 разделов, введения, заключения и списка литературы. Как принято в диссертациях по механике, первые два раздела являются вводными. Тем не менее следует отметить, что в заключении второго раздела указаны все *виды полиномиальных решений* уравнений движения гиростата, которые автор диссертации исследует в своей работе, что способствует пониманию всех классов полиномиальных решений, введенных ранее и автором диссертации в динамике твердого тела.

Третий раздел можно условно отнести к *качественной теории* дифференциальных уравнений, рассматриваемых в диссертации. В нем указаны методы понижения порядка исходных уравнений к уравнениям, содержащим меньшее число переменных задачи. А.В. Зыза решил поставленную задачу при определенных предположениях относительно параметров, входящих в правые части уравнений движения гиростата. Им не только установлены уравнения, которые *не являются формальными аналогами* уравнений Н. Ковалевского и П.В. Харламова, но и получены *новые* решения редуцированных уравнений.

При анализе других разделов диссертации следует учесть, что *построенные ранее* полиномиальные решения В.А. Стеклова, Н. Ковалевского, Д.Н. Горячева, Б.И. Коносевича-Е.В. Поздняковича для уравнений Эйлера-Пуассона характеризуются тем, что центр масс гиростата и гиростатический момент принадлежат главной оси эллипсоида инерции гиростата. Решение А.И. Докшевича отличается от данных решений не только структурой полиномов, но и условиями на параметры задачи: центр масс гиростата и гиростатический момент принадлежат главной плоскости эллипсоида инерции. В диссертации А.В. Зызы полиномиальные решения классов В.А. Стеклова, Н. Ковалевского, Д.Н. Горячева, А.И. Докшевича, Б.И. Коносевича-Е.В. Поздняковича изучены сразу в *двух обобщенных задачах* динамики. Решение данной проблемы не представляется тривиальным, поскольку и уравнения движения гиростата под действием потенциальных и гироскопических сил, и уравнения движения гиростата в магнитном поле с учетом эффекта Барнетта-Лондона, в отличие от уравнений Эйлера-Пуассона, содержат дополнительные слагаемые, нелинейные относительно компонент вектора оси симметрии силового поля, и от

произведений компонент этого вектора и вектора угловой скорости. Автору диссертации удалось и в этих сложных случаях построить новые решения полиномиального типа. Для этой цели он вначале исследовал проблему о нахождении максимальных значений степеней полиномов, и составления таблиц этих значений для каждого исследуемого типа решений. Затем, используя метод инвариантных соотношений, получил условия существования решений в виде системы алгебраических уравнений на параметры задачи и исследовал ее разрешимость с помощью численных примеров. При изучении каждого решения А.В.Зыза рассмотрел задачу анализа квадратур, характеризующих построенное решение.

В связи со сказанным выше относительно подхода, применяемого в диссертации отмечу, что в разделе 4 при рассмотрении обобщенных классов полиномиальных решений Стеклова-Ковалевского-Горячева построено **пять новых решений** уравнений Кирхгофа-Пуассона. Этот же класс решений рассмотрен в разделе 5 в задаче о движении гиростата в магнитном поле с учетом эффекта Барнетта-Лондона и найдено **четыре новых решения**.

Раздел 6 посвящен *анализу обобщенных автором* диссертации полиномиальных решений *класса Коносевиича-Поздняковича* для уравнений Кирхгофа-Пуассона (найденно **четыре новых** решений). Данный класс решений изучен и в разделе 7, но в задаче о движении гиростата в магнитном поле с учетом эффекта Барнетта-Лондона (**получено семь новых решений**). В разделе 8 рассмотрены условия существования обобщенных полиномиальных решений класса А.И. Докшевича сразу для двух задач о движении гиростата (построено **по три решения в каждой задаче**). Разделы 9, 10 отличаются от ранее обсужденных тем, что полиномами являются характерные функции не по компоненте угловой скорости, а по вспомогательной переменной. Это позволило получить автору диссертации дополнительно **семнадцать новых** полиномиальных решений в динамике гиростата.

Замечания.

1. Автор диссертации не всегда четко формулирует **отличия** полиномиальных решений, как по структуре этих решений, так и по характеру условий на параметры задачи, которые он получил в двух разных по механической постановке задачах.

2. Обоснование рассмотрения численных примеров разрешимости общих условий существования построенных решений целесообразно было бы сопроводить анализом свойств общей системы алгебраических уравнений.

3. Анонсированный в краткой форме комплексный подход в истолковании движения гиростата для полиномиальных решений ограничен характеристикой только асимптотических к покою движений.

Выводы. Данные замечания не снижают важности рассмотренных в диссертации проблем построения частных решений уравнений движения гиростата в двух разных по физическим постановкам задачах. Полученные в диссертации результаты вносят значительный вклад в динамику гиростата не только по количеству построенных автором диссертации новых решений, но и по рассмотрению *обобщенных автором классов полиномиальных решений*. Диссертация А.В. Зызы имеет завершённый характер, ее результаты опубликованы в специализированных и рецензируемых журналах, которые рекомендованы ВАК для данной тематики по докторским диссертациям. Автореферат в полной мере отражает содержание диссертации.

Таким образом, диссертация А.В. Зызы «Исследование условий существования обобщенных классов полиномиальных решений уравнений движения гиростата под действием гироскопических, потенциальных и непотенциальных сил» удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к докторским диссертациям по специальности 01.02.01 – теоретическая механика, а ее автор Александр Васильевич Зыза заслуживает присуждения ему ученой степени доктора физико-математических наук по данной специальности.

Доктор физико-математических наук,
главный научный сотрудник лаборатории механики систем
Государственного бюджетного учреждения науки
"Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлинского РАН",
профессор Маркеев Анатолий Павлович

21 декабря 2020 г.

А. Маркеев



Подпись *Маркеев А. П.* заверяю
Ученый секретарь
ИПМех РАН *М.А. Котов* М.А. Котов