



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по научной работе
Федерального государственного
бюджетного образовательного
учреждения высшего образования
«Московский авиационный институт
(национальный исследовательский
университет)»

д. т. н., профессор Равикович Ю. А.

«28» декабря 2020 г.

ОТЗЫВ ВЕДУЩЕЙ ОРГАНИЗАЦИИ

Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)» о диссертации Зызы Александра Васильевича «Исследование условий существования обобщенных классов полиномиальных решений уравнений движения гиростата под действием гироскопических, потенциальных и непотенциальных сил», представленной на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.02.01 — «Теоретическая механика»

Актуальность темы диссертации. Математическое моделирование сложных механических систем, деформациями которых можно пренебречь (роботы, манипуляторы, гироскопические и спутниковые конструкции), базируется на основных результатах аналитической механики (динамических и кинематических характеристиках, законах и теоремах данной области науки). К настоящему времени получены значительные обобщения классической задачи о движении твердого тела под действием силы тяжести, основы которой заложены в работах Л. Эйлера, Ж. Даламбера, К. Якоби, Ж. Лагранжа, С.В. Ковалевской, А.М. Ляпунова, Г. Кирхгофа, В. Гесса, О. Штауде, Б.К. Млодзеевского, П.А. Некрасова и других ученых. Наиболее известными задачами являются: задача о движении твердого тела в жидкости (Г. Кирхгоф, Н.Е. Жуковский, С.А. Чаплыгин, В.А. Стеклов, В.В. Румянцев, В.И. Рубановский и другие), задачи о движении гиростата в полях сложной структуры (задача о движении гиростата под действием потенциальных и гироскопических сил, и задача о движении гиростата в магнитном поле с учетом эффекта Барнетта-Лондона), задача о движении твердых тел по различного вида поверхностям с учетом неголономности связей.

Большое значение имеют математические методы исследования задач аналитической механики. Поскольку уравнения движения гиростата, как правило,

неинтегрируемы в квадратурах по Якоби и Лиувиллю, то при математическом моделировании в задачах механики важно не только получить модели в виде систем дифференциальных уравнений, но и установить наиболее важные для практики программные движения механических систем. В качестве примера так движений можно привести стационарные движения, которые изучались многими авторами (О. Штауде, Б.К. Млодзеевский, В.В. Румянцев, В.Г. Веретенников, А.П. Маркеев, А.Г. Сокольский, В.Н. Рубановский, О.В. Холостова, Б.С. Бардин). Важный класс программных движений гиростата описывается прецессиями гиростата (Д. Гриоли, Г.В. Горр, А.П. Маркеев, И.А. Галиуллин, А.В. Мазнев). Они также находят применение в прикладных областях механики, например, в теории гироскопических систем (А.Ю. Ишлинский, Д.М. Климов).

В динамике гиростата развито достаточно актуальное направление, посвященное построению частных решений уравнений динамики твердого тела, которое высоко оценивали Ф. Кляйн, А. Зоммерфельд, В.А. Стеклов, С.А. Чаплыгин, Д.Н. Горячев, П.В. Харламов, Х.М. Яхья. Данное утверждение обосновывается тем, что в общем случае уравнения динамики твердого тела, рассматриваемые в диссертации, неинтегрируемы в квадратурах (А. Пуанкаре, Э. Гюссон, П. Бургатти, В.В. Козлов, Д.А. Онищенко, С.Л. Зиглин). В обзорных монографиях Г.В. Горра и соавторов (И.Н. Гашененко, А.М. Ковалева), выполнен полный обзор результатов по построению частных решений в динамике твердого тела. Среди них полиномиальные решения класса В.А. Стеклова, Н. Ковалевского, Д.Н. Горячева, А.И. Докшевича занимают значительное место в классической задаче о движении твердого тела и в задаче о движении тяжелого гиростата.

В диссертации А.В. Зызы рассмотрены **полиномиальные** решения уравнений в **двух задачах** о движении гиростата. Механическая модель гиростата им принята в постановке В.В. Румянцева (гиростат – система связанных твердых тел, состоящих из тела-носителя произвольной формы и несомых твердых тел, которые обладают динамической симметрией, и статически и динамически уравновешены).

Таким образом, **тематика диссертации** А.В. Зызы **актуальна** и в механическом и в математическом плане. Особое **значение** имеет объект **исследования**, который характеризуется двумя задачами динамики гиростата: задачей о движении гиростата под действием потенциальных и гироскопических сил (согласно работам В.А. Стеклова, П.В. Харламова, Х.М. Яхьи она математически эквивалентна задаче о движении тела в идеальной жидкости) и задачей о движении гиростата в магнитном поле с учетом эффекта Барнетта-Лондона. Данные задачи не только имеют разные механические постановки, но и их уравнения отличаются количеством первых интегралов. Автор диссертации построил полиномиальные решения в этих задачах, что показывает эффективность применяемых им методов.

О содержании диссертации. Она состоит из десяти разделов, причем первые два раздела можно отнести к вспомогательным разделам, так как в них подробно рассматриваются анализ литературы и механическая постановка. Третьим разделом имеет важное значение, так как в нем дана формулировка цели

исследования, приведены все известные автору диссертации классы полиномиальных решений (В.А. Стеклова, Н. Ковалевского, Д.Н. Горячева, А.И. Докшевича, Б.И. Коносевича-Е.В. Поздняковича) и обобщенные классы полиномиальных решений, которые разработал автор диссертации. Из классических работ по интегрированию уравнений динамики твердого тела следует, что существует несколько подходов в построении частных решений. Первый подход основан на полуобратном методе получения этих решений (В.А. Стеклов, Н. Ковалевский, Д.Н. Горячев, С.А. Чаплыгин). Второй подход в динамике твердого тела можно описать, как способ нахождения частных решений с помощью редукции исходных уравнений к системе меньшего порядка (В. Гесс, П.В. Харламов, А.И. Докшевич, Е.И. Харламова). Третий подход в нахождении решений уравнений динамики состоит в применении метода инвариантных соотношений Т. Леви-Чивиты, П.В. Харламова (особенности метода инвариантных соотношений хорошо изложены в монографии Г.В. Горра (2017 г.)).

В диссертации А.В. Зызы в определенной мере использованы все указанные подходы. Например, в разделе 3 он решил задачу о редукции уравнений движения гиростата, в рассматриваемых им задачах, к системе меньшего порядка и на их основе получил новые полиномиальные решения приведенных уравнений. Интересен тот факт, что указанные им уравнения не являются тривиальным обобщением уравнений класса Н. Ковалевского и П.В. Харламова, а количество новых решений равно *трем*.

Раздел 4 посвящен исследованию условий существования частных решений **обобщенного** класса Стеклова-Ковалевского-Горячева при условии, что центр масс гиростата и гиростатический момент принадлежат главной оси эллипсоида инерции гиростата. В нем создана таблица максимальных значений степеней полиномов, состоящая из четырех случаев. На базе этой таблицы построено **пять новых** решений уравнений класса Кирхгофа-Пуассона, которые описываются функциями времени, полученными путем обращения эллиптических и гиперэллиптических интегралов.

В разделе 5 рассмотрена задача о движении гиростата в магнитном поле с учетом эффекта Барнетта-Лондона. Установлены условия существования **четырёх новых** полиномиальных решений обобщенного класса Стеклова-Ковалевского-Горячева, а задача интегрирования уравнений движения сведена к квадратурам.

Раздел 6 посвящен анализу обобщенных автором диссертации полиномиальных решений уравнений движения гиростата под действием потенциальных и гироскопических сил, аналоги которых для уравнений Эйлера-Пуассона рассмотрены Б.И. Коносевичем и Е.В. Поздняковичем. Найдено **четыре новых** решения уравнений движения гиростата данного типа.

Класс обобщенных решений, указанных в разделе 6, изучен и в разделе 7, но в задаче о движении гиростата в магнитном поле с учетом эффекта Барнетта-Лондона. Установлено **семь новых** решений уравнений движения гиростата.

В разделе 8 для двух задач динамики исследован обобщенный класс полиномиальных решений А.И. Докшевича, изученный им для уравнений

движения тяжелого гиростата. Данный класс решений отличается не только условиями на распределение масс гиростата (центр масс гиростата лежит в главной плоскости), но и типом полиномиальных решений (вторая компонента и квадрат третьей компоненты вектора угловой скорости является алгебраическими многочленами от первой компоненты). В разделе 8 рассмотрены условия существования обобщенного класса полиномиальных решений для двух задач динамики и построено по **три новых** частных решения исследуемой полиномиальной структуры.

Раздел 9 посвящен нахождению условий существования частных решений нового полиномиального класса, введенного автором диссертации, уравнений Кирхгофа-Пуассона. Отличие данного класса решений от решений обобщенного полиномиального класса Докшевича из раздела 8 состоит в том, что первая компонента вектора угловой скорости представима в виде квадрата вспомогательной переменной. В этом разделе получены **семь новых** решений.

В разделе 10 решения относятся к двум новым классам полиномиальных решений, введенных автором диссертации. Эти классы имеют одинаковую полиномиальную структуру по вспомогательным переменным: для первого класса она задается в виде квадратного корня из первой компоненты вектора угловой скорости, а для второго класса – кубическим корнем из указанной компоненты вектора, что отличает их от обобщенного класса из раздела 8. Всего построено 10 **новых решений**.

Обобщая описание содержания диссертации следует отметить наиболее **важные результаты**. К ним относятся: значительное количество построенных решений полиномиального вида (их более 40), рассмотрение сразу двух задач динамики гиростата с неподвижной точкой, введение автором диссертации обобщенных классов полиномиальных решений, последовательное и четкое рассмотрение условий существования новых решений, которое состоит в разработке таблиц значений максимальных степеней многочленов, доказательство с помощью численных примеров **разрешимости** алгебраических уравнений на параметры задачи, доведение исследований решений до квадратур и их определенная характеристика.

Замечания. 1. Поскольку в диссертации рассматриваются задачи разного механического истолкования, было бы целесообразно сопоставить решения, полученные в этих задачах, выяснить их общие и отличительные свойства.

2. Отмечая важность численных примеров для найденных автором решений, следует отметить, что в ряде случаев они воспринимаются читателем, как достаточно громоздкие, так как содержат числа с большим количеством значащих цифр. Возможно, автору диссертации можно было бы ограничиться только приведением значений для основных параметров.

3. Характеристика интегралов, которые используются в диссертации для сведения задачи к квадратурам иногда носит элементы формальных заключений.

Общие выводы. Указанные замечания не снижают высокой научной оценки диссертации А.В. Зызы. Полученные им результаты по построению

значительного количества частных решений (их более 40) обобщенных классов полиномиальной структуры в двух задачах динамики, имеющих важное значение в динамике твердого тела и гиростата, дают основание полагать, что диссертация имеет большое значение для динамики гиростата в полях сложной структуры. Все результаты диссертации опубликованы в специализированных журналах по механике, автореферат диссертации полностью отражает содержание диссертации. Диссертация А.В. Зызы «Исследование условий существования обобщенных классов полиномиальных решений уравнений движения гиростата под действием гироскопических, потенциальных и непотенциальных сил» удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к докторским диссертациям по специальности 01.02.01 – теоретическая механика, а ее автор Александр Васильевич Зыза заслуживает присуждения ему ученой степени доктора физико-математических наук по данной специальности.

Отзыв заслушан и одобрен на заседании кафедры № 802 «Мехатроника и теоретическая механика» Московского авиационного института (национального исследовательского университета) « 28 » декабря 2020 г., протокол № 3.

Заведующий кафедрой мехатроники и теоретической механики
Московского авиационного института (НИУ),
д. ф.-м. н., профессор РАН



Б.С. Бардин