УДК 681.511.4:629.7

©2002. **А.С. Мушенко**

НЕЛИНЕЙНЫЙ СИНЕРГЕТИЧЕСКИЙ РЕГУЛЯТОР СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ БЕСПИЛОТНЫМ ЛЕТАТЕЛЬНЫМ АППАРАТОМ

Рассматривается задача управления движением малоразмерного беспилотного летательного аппарата (БЛА) на основе полной нелинейной математической модели. Для синтеза регулятора использован метод аналитического конструирования агрегированных регуляторов (АКАР), построенный на принципах синергетической теории управления. Изложены основные этапы синтеза управлений. Приведены результаты моделирования полученной замкнутой системы.

Введение. Методы и подходы классической теории управления основаны на анализе и синтезе регуляторов (в данном случае – автопилотов) для уравнений движения объекта (ЛА), представленных в виде вход/выходных соотношений [1]. Такой подход подразумевает использование только линейных (линеаризованных) моделей объектов. Применение нелинейных (исходных) моделей движения летательного аппарата тормозилось до недавнего времени либо отсутствием подходящих процедур синтеза регуляторов для нелинейных объектов, либо трудоемкостью применения существующих методов [2], которые, как правило, представляют собой громоздкие вычислительные процедуры, что затрудняет их приложение к объектам высокого порядка. Поэтому для синтеза управления нелинейная модель упрощалась путем применения процедур линеаризации, а также отбрасывания некоторых нелинейных членов уравнений ввиду их малости, то есть, как считалось, ввиду их несущественного влияния. При этом часть динамических свойств объекта управления, которые мог бы учитывать синтезированный регулятор, неизбежно при вычислении траектории движения (управления) теряется. Последнее проявляется в критических или «запретных областях» режимов работы и, как следствие, «в недоверии» к средствам автоматики при выполнении особенно сложных и экстремальных действий (например - автоматическая посадка). Следует отметить, что не для всех режимов полета «упущенные» нелинейности в математической модели (динамические свойства) оказывают существенное влияние. Например, при поддержании заданных параметров продольного движения процессы, протекающие в системе «ЛА–автопилот» в режиме малых отклонений, можно с физической точки зрения условно назвать линейными и согласиться с адекватностью линеаризованной модели.

Однако очевидно, что будут существовать режимы полета (в основном экстремальные), когда синтезированный «линейный» регулятор не сможет обеспечить желаемого функционирования системы управления. В особых режимах полета и близких к критическим, таких как взлет, посадка, полет и маневрирование на сверхмалой высоте в условиях сложного рельефа местности, а также при автоматическом полете на основе заданной программы, актуально наличие автопилота, учитывающего как можно точнее свойства объекта управления. Решением этой проблемы является синтез законов управления автопилота на основе полной нелинейной математической модели движения, как наиболее точно отражающей динамику системы с физической точки зрения.

В работе для синтеза регулятора использован метод аналитического конструирования

агрегированных регуляторов (АКАР), основанный на принципах синергетической теории управления [3]. В рамках метода АКАР мы работаем с полной нелинейной моделью движения БЛА. Анализ движения объекта проводится с учетом всех координат системы, то есть в отличие от традиционного подхода конструирования отдельного стабилизирующего управления для каждого канала (контура) регулирования, в этом подходе используется совместное (координированное) управление по всем переменным с целью перевода объекта в желаемое состояние. В этом случае связи между каналами управления осуществляются не косвенно, через объект управления, а непосредственно формируются в регуляторе. В итоге при решении задачи перевода объекта из начальной точки пространства в конечную с желаемыми координатами будет получен вектор управляющих воздействий, в которые включены все координаты системы.

1. Математическая модель объекта управления. Представим объект управления – БЛА, как твердое тело. Полная математическая модель на основании уравнений механики (законов Ньютона) такого объекта является нелинейной [1] и представляется в виде системы дифференциальных уравнений, описывающих динамику и кинематику вращательного и поступательного движений. Таким образом, полет является движением двух видов: движения центра масс по траектории и движения самолета как твердого тела относительно центра масс. Эти движения имеют шесть степеней свободы [1, 4].

При анализе и формировании математической модели БЛА были приняты следующие обычные допущения: конструкция самолета считается жесткой; масса постоянна и отсутствует жидкое наполнение; главные оси инерции летательного аппарата (ЛА) совпадают с осями связанной системы координат; ветровые и прочие возмущения отсутствуют. Для записи системы уравнений движения ЛА использовалась система координат, связанная с центром масс, в качестве неподвижной системы принята земная система с началом координат в точке запуска БЛА [1, 4].

Полная математическая модель объекта будет иметь двенадцатый порядок [1, 4], и с учетом указанных допущений может быть представлена в относительных единицах (переменных состояния) в следующем виде

$$
\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= -x_3x_5 + x_2x_6 - g\sin x_{10} + u_1/m,\\
\dot{x}_2 &= -x_1x_6 + x_3x_4 - g\cos x_{11}\cos x_{10} + u_2/m,\\
\dot{x}_3 &= -x_2x_4 + x_1x_5 + g\sin x_{11}\cos x_{10} + u_3/m,\\
\dot{x}_4 &= a_2x_5x_6 + a_1u_4,\\
\dot{x}_5 &= a_4x_4x_6 + a_3u_5,\\
\dot{x}_6 &= a_6x_4x_5 + a_5u_6,\\
\dot{x}_7 &= x_1\cos x_{12}\cos x_{10} + x_2(\sin x_{11}\sin x_{12} - \cos x_{11}\cos x_{12}\sin x_{10}) +\\
&\quad + x_3(\cos x_{11}\sin x_{12} + \sin x_{11}\cos x_{12}\sin x_{10}),\\
\dot{x}_8 &= x_1\sin x_{10} + x_2\cos x_{11}\cos x_{10} - x_3\sin x_{11}\cos x_{10},\\
\dot{x}_9 &= -x_1\sin x_{12}\cos x_{10} + x_2(\sin x_{11}\cos x_{12} + \cos x_{11}\sin x_{12}\sin x_{10}) +\\
&\quad + x_3(\cos x_{11}\cos x_{12} - \sin x_{11}\sin x_{12}\sin x_{10}),\\
\dot{x}_{10} &= x_5\sin x_{11} + x_6\cos x_{11},\\
\dot{x}_{11} &= x_4 - \tan x_{10}(x_5\cos x_{11} - x_6\sin x_{11}),\\
\dot{x}_{12} &= (x_5\cos x_{11} - x_6\sin x_{11})/\cos x_{10},
\end{aligned}
\tag{1}
$$

где $x_1 = V_x$, $x_2 = V_y$, $x_3 = V_z$ – проекции вектора линейной скорости $\mathbf{V}$ на оси связанной

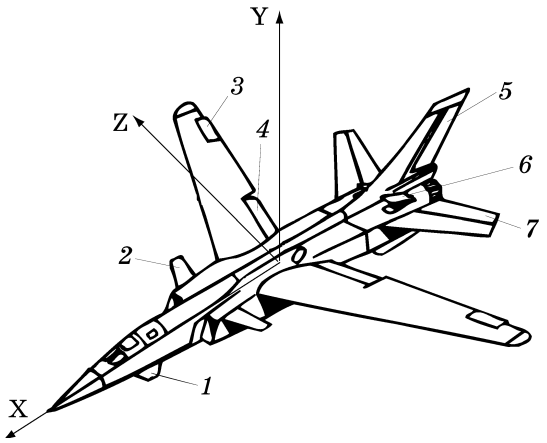

Рис. 1. Схема современного ЛА.

системы координат; $x_4 = \omega_x$, $x_5 = \omega_y$, $x_6 = \omega_z$ – проекции вектора угловой скорости $\mathbf{\Omega}$ на оси связанной системы координат; $x_7 = X$, $x_8 = Y$, $x_9 = Z$ – координаты пространственного положения БЛА в земной системе координат; $x_{10} = \vartheta$, $x_{11} = \gamma$, $x_{12} = \psi$ – углы тангажа, крена и рыскания, соответственно; $u_1 = F_x$, $u_2 = F_y$, $u_3 = F_z$ – результирующие силы по осям координат; $u_4 = M_x$, $u_5 = M_y$, $u_6 = M_z$ – суммарные моменты сил; g – ускорение свободного падения; m – масса аппарата; $a_1 = \dfrac{1}{J_x}$, $a_2 = \dfrac{J_y - J_z}{J_x}$, $a_3 = \dfrac{1}{J_y}$, $a_4 = \dfrac{J_z - J_x}{J_y}$, $a_5 = \dfrac{1}{J_z}$, $a_6 = \dfrac{J_x - J_y}{J_z}$; J_x, J_y, J_z – моменты инерции самолета.

Помимо линейных и угловых координат, определяющих положение самолета по отношению к началам земной и связанной с центром масс систем координат, имеют место параметры полета, характеризующие движение самолета по отношению к набегающему потоку и являющиеся целями управления: воздушная скорость V, углы атаки α, скольжения β, наклона траектории θ, поворота траектории в горизонтальной плоскости θ_h связанные соотношениями [5, с. 130]:

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}; \quad \tan\alpha = -\frac{V_y}{V_x}; \quad \sin\beta = \frac{V_z}{V}; \quad \vartheta = \alpha + \theta; \quad \psi = \beta + \theta_h. \qquad (2)$$

Для управления полетом необходимо изменять силы и моменты сил [1], действующие на самолет посредством отклонения управляющих поверхностей самолета и изменением режима работы двигателя. Для иллюстрации возможности реализации исполнительных устройств для всех шести степеней свободы приведем взятую из [1, с. 25] схему ЛА с возможным расположением аэродинамических рулевых органов, соответствующим современным концепциям построения ЛА и систем управления. Принцип действия таких управляющих поверхностей различен, но в результате их использование приводит к появлению дополнительных аэродинамических сил [1].

На рис. 1 обозначены как традиционные рулевые органы: 3 – элероны, 5 – руль направления, 7 – руль высоты – для создания управляющих моментов вокруг осей X, Y, Z; так и дополнительные управляющие поверхности: 1 – продольное переднее оперение, 2 – горизонтальное переднее оперение, 4 – закрылки, 6 – тормозные щитки. Входящие в правые части уравнений динамики вращательного и поступательного движений (уравнения 4–9 системы (1)) управляющие результирующие линейные силы $\mathbf{F} = \begin{bmatrix} F_x, & F_y, & F_z \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$

и моменты сил $\mathbf{M} = \begin{bmatrix} M_x, & M_y, & M_z \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$, представляют собой функциональные зависимости от угла отклонений управляющих поверхностей, тяги двигателя, высоты и скорости полета, динамики исполнительных приводов, и т.д. В настоящей работе будет поставлена задача определения требуемых величин векторов сил и моментов сил для достижения цели управления в общем виде без раскрытия указанных зависимостей.

2. Процедура синтеза управлений[1]**.** Сформулируем задачу синтеза. Требуется получить вектор управления $\mathbf{u}(\mathbf{x})$, обеспечивающий перевод объекта (1) из произвольного начального состояния в области допустимых значений фазовых координат в заданное состояние, определяемое следующими целями: управление ориентацией – стабилизация самолета в горизонтальном положении, с заданными углами атаки и скольжения; движение самолета с заданной воздушной скоростью и высотой.

Для синтеза закона управления используем метод АКАР [3]. С помощью современных средств авионики можно измерить значения всех переменных состояния в модели (1). Модель самолета (1) представляет собой систему нелинейных дифференциальных уравнений 12-го порядка с шестью каналами управления.

Согласно процедуре метода АКАР [3, 7], введем первую совокупность макропеременных

$$\begin{aligned} &\Psi_1 = x_4 - \phi_1; \quad \Psi_2 = x_5 - \phi_2; \quad \Psi_3 = x_6 - \phi_3; \\ &\Psi_4 = x_1 - x_1^* \quad \Psi_5 = x_2 - \phi_5; \quad \Psi_6 = x_3 - \phi_6, \end{aligned} \tag{3}$$

которые должны удовлетворять системе дифференциальных уравнений

$$T_m \dot{\Psi}_m(t) + \Psi_m(t) = 0, \quad m = 1, 2, \ldots, 6, \tag{4}$$

где T_m – постоянные времени. Условие асимптотической устойчивости в целом уравнений (4) относительно многообразий $\Psi_m = 0$ имеет вид $T_m > 0$; ϕ_i, $(i = 2, 3, \ldots, 6)$ – некоторые пока неопределенные функции.

Многообразие Ψ_4 выбрано из условий обеспечения требуемой воздушной скорости и соотношения [4]: $V_x = V \cos\alpha \cos\beta$.

Приравняв $\Psi_m = 0$, понизим размерность движения изображающей точки системы (1) с 12 до 6 и получим так называемые «внутренние» или «промежуточные» управления ϕ_i. Затем подставим их в те уравнения объекта (3), в правых частях которых отсутствуют управления u_m. В результате получим эффект сжатия фазового объема [3]. Уравнения декомпозированной системы будут иметь вид

$$\begin{aligned} \dot{x}_7 &= x_1^* \cos x_{12} \cos x_{10} + \phi_5(\sin x_{11} \sin x_{12} - \cos x_{11} \cos x_{12} \sin x_{10}) + \\ &\quad + \phi_6(\cos x_{11} \sin x_{12} + \sin x_{11} \cos x_{12} \sin x_{10}), \\ \dot{x}_8 &= x_1^* \sin x_{10} + \phi_5 \cos x_{11} \cos x_{10} - \phi_6 \sin x_{11} \cos x_{10}, \\ \dot{x}_9 &= -x_1^* \sin x_{12} \cos x_{10} + \phi_5(\sin x_{11} \cos x_{12} + \cos x_{11} \sin x_{12} \sin x_{10}) + \\ &\quad + \phi_6(\cos x_{11} \cos x_{12} - \sin x_{11} \sin x_{12} \sin x_{10}), \\ \dot{x}_{10} &= \phi_2 \sin x_{11} + \phi_3 \cos x_{11}, \\ \dot{x}_{11} &= \phi_1 - (\phi_2 \cos x_{11} - \phi_3 \sin_{11}) \tan x_{10}, \\ \dot{x}_{12} &= \phi_2 \frac{\cos x_{11}}{\cos x_{10}} - \phi_3 \frac{\sin x_{11}}{\cos x_{10}}. \end{aligned} \tag{5}$$

[1] Результаты этого пункта получены при участии Е.В. Кондратьевой, см. [7].

Для декомпозированной системы (5) введем вторую совокупность макропеременных

$$\Psi_k = x_k - x_k^*, \quad k = 7, 8, \ldots, 12. \tag{6}$$

В выражениях (3) и (6) x_n^*, $n = 1, 7, 8, \ldots, 12$ – желаемые значения переменных. Очевидно, что многообразия $\Psi_k = 0$ в (6) и $\Psi_4 = 0$ в (3) удовлетворяют поставленным целям управления.

Система введенных макропеременных (6) должна удовлетворять системе уравнений

$$T_k \dot{\Psi}_k(t) + \Psi_k(t) = 0, \tag{7}$$

где T_k – постоянные времени, влияющие на качество динамики процессов в замкнутой системе. Совместное аналитическое решение уравнений (5), (6), (7) позволяет найти выражения для внутренних управлений ϕ_i, в виде функций от переменных состояния x_k, постоянных времени T_k и желаемых значений параметров x_1^*, x_k^*.

Для нахождения внешних управлений u_m, решим систему (3) функциональных уравнений метода АКАР с учетом полученных выражений для ϕ_i, уравнений модели объекта (1) и макропеременных (6).

Таким образом, в результате применения процедуры синтеза получен вектор внешних управлений $\mathbf{u}(\mathbf{x})$, после подстановки которого в уравнения объекта (1) получим модель замкнутой системы с регулятором, обеспечивающим желаемое движение системы согласно поставленным ранее целям управления.

3. Результаты моделирования. Синтез управлений выполнен в аналитическом виде, но сам вектор управляющих воздействий в статью не включен ввиду значительного увеличения ее объема. В результате полученная система вида (1) решена численно на ЭВМ методом Рунге-Кутта.

На рис. 2–5 представлены результаты численного моделирования замкнутой системы при следующих начальных условиях: $x_1(0) = 1$ м/с; $x_2(0) = 0$ м/с; $x_3(0) = 0$ м/с; $x_4(0) = 0,0267$ рад/с; $x(0) = 0,00349$ рад/с; $x_6(0) = 0,0349$ рад/с; $x_7(0) = 0$ м; $x_8(0) = 0,1$ м; $x_9(0) = -20$ м; $x_{10}(0) = 0$ рад; $x_{11}(0) = -0,0523$ рад; $x_{12}(0) = 0,0872$ рад, и конечных: $x_1^* = 1$ м/с; $x_2^* = x_3^* = 0$ м/с; $x_4^* = x_5^* = x_6^* = 0$ рад/с; $x_7^* = 500$ м; $x_8^* = 50$ м; $x_9^* = 0$ м; $x_{10}^* = x_{11}^* = x_{12}^* = 0$ рад.

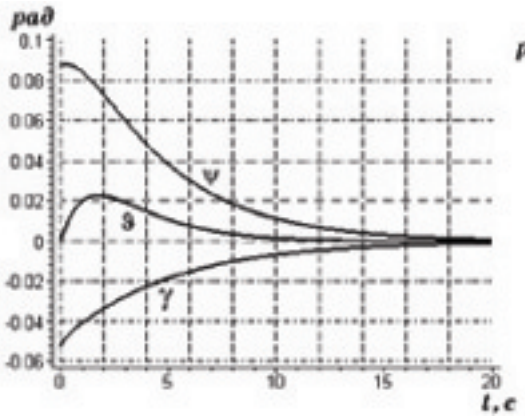

Рис. 2. Переходные процессы угловых координат (углов Эйлера).

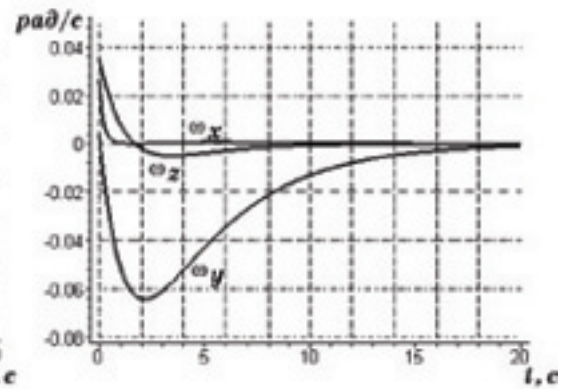

Рис. 3. Переходные процессы угловых скоростей.

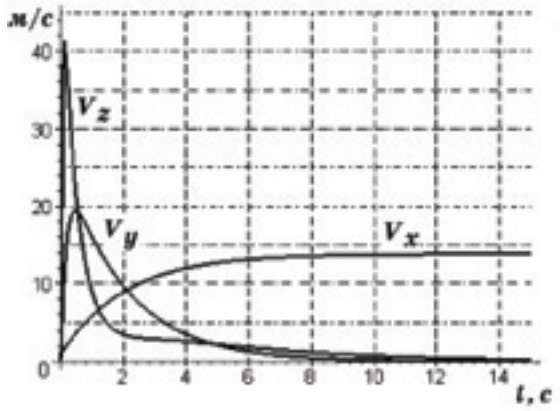

Рис. 4. Переходные процессы линейных скоростей.

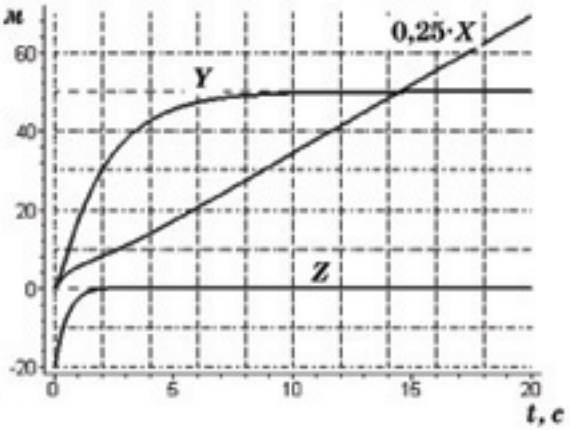

Рис. 5. Линейные координаты.

На рис. 6–7 приведены переходные процессы управляющих моментов и сил. Параметры модели были взяты из технических характеристик малоразмерного БЛА народнохозяйственного назначения.

Некоторые результаты этой работы представлены в [7,8].

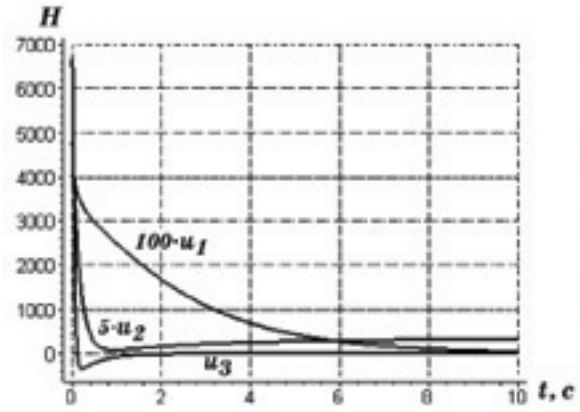

Рис. 6. Переходные процессы управлений (силы).

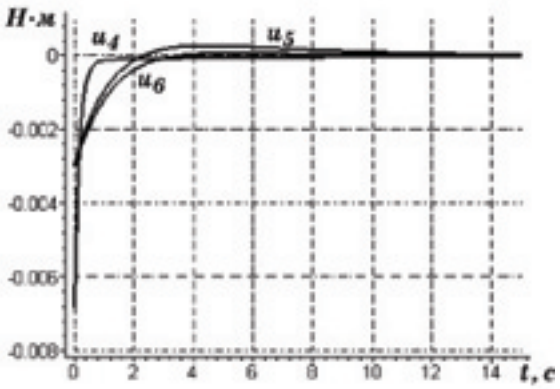

Рис. 7. Переходные процессы управлений (моменты сил).

4. Заключение. Результаты моделирования показывают, что полученные законы управления с помощью метода АКАР обеспечивают асимптотическую устойчивость замкнутой нелинейной системе, причем учитывается взаимное влияние каналов управления. В данной работе значения управляющих воздействий получены для моментов и сил. При необходимости получения законов управления в виде зависимостей от углов отклонения управляющих поверхностей, необходимо представить моменты и силы в модели (1) как функции параметров полета и повторить процедуру синтеза.

Метод АКАР обладает более широкими возможностями, чем изложено в работе. Например, существуют различные варианты выбора макропеременных [3] в зависимости от конструктивных особенностей объекта управления и от набора желаемых динамических свойств регулятора. Но во всех случаях синтез выполняется на основе нелинейной модели объекта (без ее упрощения и линеаризации). Это свидетельствует о существенных преимуществах и даже об уникальности метода АКАР при работе с нелинейными объектами высокого порядка.

Результаты работы предполагается использовать при разработке системы автоматического управления малоразмерного БЛА народнохозяйственного назначения.

1. *Буков В.Н.* Адаптивные прогнозирующие системы управления полетом. – М.: Наука, 1987. – 232с.
2. *Kokotovič P.V.* Constructive nonlinear control: progress in the 90's // Proc. of the 14th IFAC World Congress. – Beijing, China, 1999. – Paper No PT–4. – P. 49–77.
3. *Колесников А.А.* Синергетическая теория управления. – Таганрог: ТРТУ, М.: Энергоатомиздат, 1994. –344 с.
4. *Механика полета. Инженерный Справочник* / С.А. Горбатенко, Э.М. Макашов, Ю.Ф. Полушкин, Л.В. Шефтель. – М.: Машиностроение, 1969. -420 с.
5. *Крутько П.Д.* Обратные задачи динамики управляемых систем: нелинейные модели. – М.: Наука, 1988. – 328 с.
6. *Современная прикладная теория управления. Ч. II: Синергетический подход в теории управления* /Под. ред. А.А. Колесникова. – М.; Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2000. – 554 с.
7. *Kondratieva E.V, Mushenko A.S.* Synergetic control of aircraft path motion // Preprints of 9th International Student Olympiad on Automatic Control (In cooperation with IFAC EDCOM). Saint-Petersburg, Russia, June 3-5, 2002. – P. 7–11.
8. *Мушенко А.С.* Синергетическое управление движением ЛА // Тез. докл. VII Международного семинара «Устойчивость и колебания нелинейных систем управления». – М., Ин-т проблем управления РАН, 22–24 мая 2002 г. – С. 131–132.

Таганрогский гос. радиотехн. ун-т, Россия
alexey@ccsd.tsure.ru

Получено 31.10.2002