

УДК 51-74

©2008. А.А. Иванова

ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ГРАДИЕНТОВ НЕПРЕРЫВНОГО СЛИТКА

Представлена математическая модель нестационарного нелинейного теплового процесса затвердевания стального слитка внутри машины непрерывного литья заготовок (МНЛЗ), учитывающая сложные условия теплообмена в зоне вторичного охлаждения и положение границы раздела фаз. Приведены и проанализированы данные численных расчётов температурных градиентов, полученные в результате решения конечно-разностного аналога представленной краевой задачи с неизвестной границей.

Введение. Одной из главных целей совершенствования технологии разлива стали на машинах непрерывного литья заготовок (МНЛЗ) является улучшение качества металла, увеличение процента выпуска годной продукции, снижение затрат ресурсов и себестоимости, а также уменьшение вредных воздействий на окружающую среду. Изучение теплофизических процессов, происходящих в стальном слитке – одна из важнейших составляющих развития новых технологий. Связано это в первую очередь с тем, что многие марки стали, ввиду их низкой пластичности в высокотемпературном диапазоне, обладают повышенной склонностью к образованию трещин, вызванному неправильным температурным режимом во время литья заготовки.

Эффективным инструментом исследования тепловых процессов, которые происходят в непрерывном слитке во время затвердевания, является математическое моделирование. Работы, посвящённые данной проблеме, рассматривают различные по своей сложности математические модели. В [1] после введения ряда допущений задача сводится к определению температурного поля сечения, поперечного оси слитка и движущегося со скоростью вытягивания. В [2] рассматривается продольное сечение слитка в прямоугольной системе координат, привязанной к конструкции МНЛЗ, что не отражает истинную геометрию изучаемой области. Кроме того, модель не учитывает перенос тепла вместе с движущимся слитком, а граничные условия в зоне вторичного охлаждения сформулированы без учёта лучистой составляющей и расположения форсунок, подающих водо-воздушную смесь. В [3, 4] математические модели включают конвективный перенос тепла вместе со средой, однако в [3] на границах исследуемой области задаются условия первого рода, что является слишком грубым допущением. Из-за того, что в [1-3] не принимается во внимание расположение зон интенсивного охлаждения под факелами форсунок, теряется важная информация о перепадах температуры у поверхности затвердевшей корочки, где как раз и нужно в первую очередь исследовать температурные напряжения. Выделение скрытой теплоты кристаллизации во всех указанных моделях учитывается лишь косвенно – путём введения эффективной или сглаженной теп-

лоёмкости, что практически не даёт представления о положении границы раздела фаз, информацию о котором предлагается использовать в дальнейших исследованиях напряженно-деформированного состояния.

1. Математическая модель. В системе координат, привязанной к неподвижной конструкции криволинейной МНЛЗ, рассматривается тепловое поле движущегося стального слитка и стенок кристаллизатора. Подробное описание математической модели приведено в [5]. Для области кристаллизатора тепломассоперенос задаётся нелинейными параболическими уравнениями в частных производных. Граничные условия между слитком и стенками кристаллизатора учитывают наличие микрозора. Граница фазового перехода определяется условиями равенства температур и условиями Стефана. Теплообмен в стенках кристаллизатора также описывается нелинейными параболическими уравнениями в частных производных. Охлаждение кристаллизатора рассчитывается по специальному балансовому уравнению.

Уравнение тепломассопереноса для слитка на криволинейных участках зоны вторичного охлаждения (ЗВО) МНЛЗ выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial \tau} + \theta_m(\tau) \frac{\partial T(\tau, r, \varphi)}{\partial \varphi} &= \frac{1}{c(T, r, \varphi) \rho(T, r, \varphi)} \times \\ &\times \left\{ \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda(T, r, \varphi) \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\lambda(T, r, \varphi) \frac{\partial T}{\partial \varphi} \right) + \frac{\lambda(T, r, \varphi)}{r} \cdot \frac{\partial T}{\partial r} \right\}, \end{aligned} \quad (1)$$

где $\theta_m(\tau)$ – угловая скорость движения слитка на m -м криволинейном участке, $T(\tau, r, \varphi)$ – температура, $c(T, r, \varphi)$, $\rho(T, r, \varphi)$, $\lambda(T, r, \varphi)$ – соответственно удельная теплоёмкость, плотность и теплопроводность металла.

Условия для неизвестной границы на криволинейных участках:

$$\begin{aligned} T(\tau, r, \varphi)|_{r=\xi_{1,2-}(\tau, \varphi)} &= T(\tau, r, \varphi)|_{r=\xi_{1,2+}(\tau, \varphi)} = T_{kr}, \\ \lambda(T, r, \varphi) \frac{\partial T}{\partial \bar{n}} \Big|_{\xi_{1-}} - \lambda(T, r, \varphi) \frac{\partial T}{\partial \bar{n}} \Big|_{\xi_{1+}} &= \mu \rho_{kr} \left(\theta_m(\tau) \cdot \frac{\partial \xi_1}{\partial \varphi} + \frac{\partial \xi_1}{\partial \tau} \right), \\ \lambda(T, r, \varphi) \frac{\partial T}{\partial \bar{n}} \Big|_{\xi_{2+}} - \lambda(T, r, \varphi) \frac{\partial T}{\partial \bar{n}} \Big|_{\xi_{2-}} &= -\mu \rho_{kr} \left(\theta_m(\tau) \cdot \frac{\partial \xi_2}{\partial \varphi} + \frac{\partial \xi_2}{\partial \tau} \right), \\ \xi_1(0, \varphi) &= \xi_{1_0}(\varphi), \\ \xi_2(0, \varphi) &= \xi_{2_0}(\varphi), \end{aligned} \quad (2)$$

где T_{kr} – температура кристаллизации, $\xi_1(\varphi)$ и $\xi_2(\varphi)$ – границы раздела фаз, $\bar{n}$ – нормаль к границе раздела фаз; μ , ρ_{kr} – скрытая теплота и плотность кристаллизации.

Граничные условия на криволинейных участках:

$$-\lambda(T, \varphi) \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=r_m} = \alpha_I(G_m(\tau), \varphi) \cdot (T_{I_m} - T|_{r=r_m}) + C_{I_m} (T_{I_m}^4 - (T|_{r=r_m})^4) \quad (3)$$

$$\lambda(T, \varphi) \frac{\partial T_2}{\partial r} \Big|_{r=r_m+2l} = \alpha_E(G_m(\tau), \varphi) \cdot (T_{Em} - T|_{r=r_m+2l}) + C_{Em} (T_{Em}^4 - (T|_{r=r_m+2l})^4), \quad (4)$$

где $\alpha_I(G_m(\tau), \varphi)$, $\alpha_E(G_m(\tau), \varphi)$, C_{Im} , C_{Em} , T_{Im} , T_{Em} – коэффициенты теплоотдачи на поверхности слитка, приведённые коэффициенты излучения от поверхности слитка, температура окружающей среды в m -й секции ЗВО по внутреннему и по внешнему радиусам соответственно, $G_m(\tau)$ – расход охлаждающей воды в m -й секции.

Для прямолинейного участка вместо (1) задаётся уравнение тепломассопереноса в прямоугольных координатах:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} + v(\tau) \frac{\partial T(\tau, x, z)}{\partial x} = \frac{1}{c(T, x, z)\rho(T, x, z)} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda(T, x, z) \frac{\partial T}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\lambda(T, x, z) \frac{\partial T}{\partial z} \right] \right\},$$

где $v(\tau)$ – линейная скорость вытягивания слитка.

Аналогично (3) и (4) задаются граничные условия для прямолинейного участка. И, если жидкая фаза продолжается дальше точки выпрямления, то на прямолинейном участке ЗВО также задаются аналогичные (2) условия для неизвестной границы раздела фаз.

Считается, что в конце прямолинейного участка тепловой поток равен нулю:

$$\lambda(T, z) \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=x_f} = 0.$$

Заданы начальные условия для всего поля температур: на прямолинейных участках

$$T(0, x, z) = T_0(x, z)$$

и на криволинейных участках

$$T(0, r, \varphi) = T_0(r, \varphi).$$

Причём начальная температура есть непрерывная функция на всей области слитка и стенки кристаллизатора.

Для численных расчётов подобрана конечно-разностная аппроксимация поставленной задачи. Разработаны алгоритмы решения конечно-разностной задачи и написана программа на языке C++ в среде проектирования Builder6, реализующая эти алгоритмы.

Расчёты проводились для марки ст40, сляба толщиной 200мм, скорости разливки 1м/мин, для криволинейной МНЛЗ с геометрией, аналогичной МНЛЗ, установленной на ОАО "МК "Азовсталь". Не нарушая общности для простоты и наглядности рассматривается 3 ($m = 3$) секции охлаждения ЗВО.

2. Критерии качества непрерывного слитка. Известно, что образование трещин в затвердевшем металле может произойти тогда, когда выполняется хотя бы одно из следующих соотношений [1]:

$$\sigma > \sigma_d, \quad \varepsilon > \varepsilon_d, \quad \hat{\varepsilon} > \hat{\varepsilon}_d,$$

где σ , ε , $\hat{\varepsilon}$ – текущие значения напряжения, деформации или скорости деформации для какой-либо области заготовки, определенные на основе анализа её напряженно-деформированного состояния; σ_d , ε_d , $\hat{\varepsilon}_d$ – предельно допустимые значения напряжения, деформации или скорости деформации для какой-либо области заготовки, определенные для заданного химического состава металла и локальной температуры. Для расчёта этих величин необходимо располагать информацией не только о распределении температуры внутри слитка, анализ которой выполнен в [5], но и о градиентах (величинах частных производных) температурного поля.

Кроме того, сама по себе эта информация позволяет более глубоко судить о напряженно-деформированном состоянии заготовки и делать дополнительные выводы, которые не очевидны при рассмотрении одного только температурного поля [1]. В частности, в работе [6] для анализа напряженно-деформированного состояния и оптимального управления режимами охлаждения МНЛЗ предлагается использовать следующие критерии качества:

$$J_1 = \int_0^H \int_{\xi_1}^a \int_{\xi_1}^b \sqrt{T_x^2 + T_y^2} dx dy dz$$

– определяет равномерность теплоотвода в поперечном сечении внутри затвердевшей корочки, (a , b – размеры сечения слитка, T_x , T_y – частные производные в направлениях поперечных оси слитка, H – длина слитка);

$$J_2 = \int_0^H \int_{\xi_1}^a \int_{\xi_1}^b |T_{xz}| dx dy dz$$

– вводится, исходя из рекомендаций о желательной приближительной прямолинейности распределения кривых температуры в продольном сечении затвердевающей части слитка;

$$J_3 = \iint_S |T_z|_S dS$$

– определяет интенсивность продольного переноса тепла на боковой поверхности (S – площадь продольного сечения).

3. Производные в направлении поперечном оси слитка. Частные производные вычисляются с использованием конечно-разностных схем второго порядка точности:

$$\left. \frac{\partial T(\tau, r, \varphi)}{\partial r} \right|_{k,i,j} = \frac{3T_{k,i,j} - 4T_{k,i+1,j} + T_{k,i+2,j}}{2q} + O[q^2],$$

где i , j – номер узла пространственной сетки, в котором вычисляется производная, q – величина шага по пространственной координате r , k – номер шага по времени.

Однако на некоторых участках ввиду недостаточного числа узлов (например, там, где твёрдая корочка слитка ещё слишком тонка) была использована схема первого порядка точности:

$$\left. \frac{\partial T(\tau, r, \varphi)}{\partial r} \right|_{k,i,j} = \frac{T_{k,i,j} - T_{k,i-1,j}}{q} + O[q].$$

На рис.1 представлено семейство графиков, которые отображают значения производных температуры в направлении поперечном слитку на различных расстояниях от поверхности при стандартном установившемся режиме работы МНЛЗ. Внутри жидкой фазы производные имеют небольшие значения. Затем наблюдается их резкий рост вблизи фронта кристаллизации, и далее постепенное медленное снижение по длине слитка. На уровне, близком к оси слитка, производная приобретает даже отрицательные значения. Это объясняется тем, что теплоотдача происходит более интенсивно на поверхности внешнего радиуса [5].

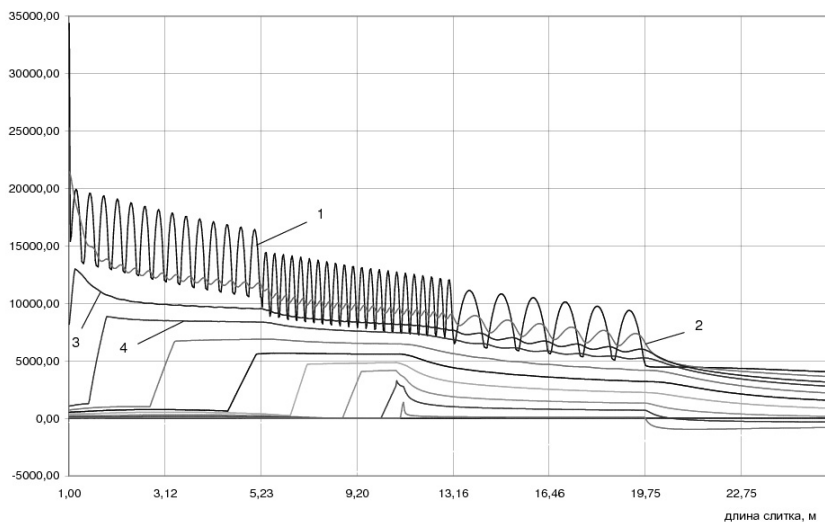


Рис. 1. Значения производных $\partial T/\partial r$ на различных уровнях относительно поверхности слитка. 1 – у поверхности слитка, 2 – на расстоянии 0,4мм от поверхности слитка, 3, 4 и т.д. – на более глубоких уровнях внутри слитка

Наибольшие значения производных наблюдаются у поверхности слитка сразу после выхода из кристаллизатора. Это связано с большим теплоотводом в области кристаллизатора, вследствие чего на выходе при относительно небольшой толщине затвердевшей корочки достигается максимальное значение разницы между температурой кристаллизации и температурой поверхности стальной заготовки.

Дальнейшие колебания производной вызваны прохождением слитка под форсунками принудительного охлаждения, которые существенно понижают температуру поверхности. Чем дальше от поверхности и ближе к оси слитка рассматриваемый уровень, тем ниже значения производных и их колебания.

При изменении расхода воды меняются и величины производных. Наибольший интерес представляют точки поверхности, где производные достигают максимальных значений. Исследования показывают, что для любых рабочих режимов расхода воды они остаются точками максимума, а основной целью управления качеством слитка как раз является минимизация значений производных в твёрдой корочке.

Наибольшее значение производная достигает у поверхности слитка сразу после выхода из кристаллизатора. Однако проведённые расчёты показали, что изменение расхода воды практически не влияет на это значение. Даже при увеличении расхода воды на 200% производная уменьшится всего лишь на 0,0022%. Как было уже сказано выше, связано это с мощным отбором тепла в кристаллизаторе.

Следующий пик производной приходится на точку поверхности, которая следует сразу за центром первой форсунки, т.к. здесь достигается локальный минимум температуры поверхности.

Динамика изменения $\partial T/\partial r$ в этой точке представлена на рис.2. Например при увеличении расхода охлаждающей воды температура поверхности падает, значение $\partial T/\partial r$ увеличивается, и уже приблизительно через 5 сек. устанавливается новое значение. В таблице 1 приведены полученные из расчётов данные изменения $\partial T/\partial r$

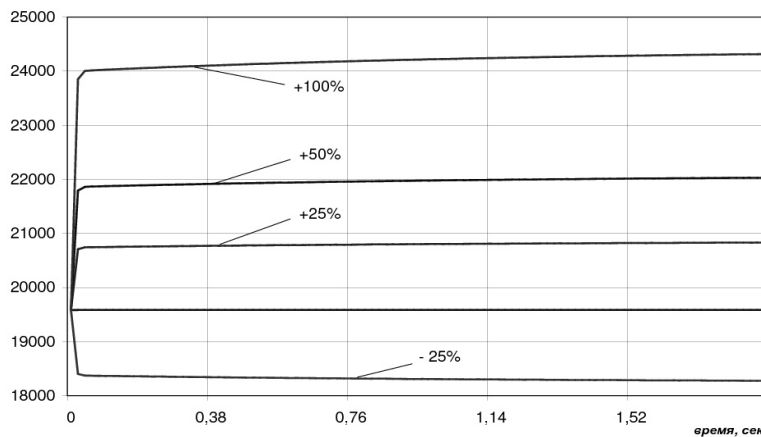


Рис. 2. Изменение значений $\partial T/\partial r$ во времени при изменении расхода воды.

для первого пика производной, который соответствует прохождению поверхности слитка под центром первой форсунки.

Таблица 1. Отклонения $\partial T/\partial r$ при изменении основного расхода воды ($G = 0,00032 \text{ м}^3/\text{сек}$) в первой секции.

Расход воды	+25%	+50%	+100%	-25%
$\partial T/\partial r$	+6,4%	+12,5%	+24,5%	-6,7%

В точках локальных минимумов производной наблюдается меньшая чувствительность к перепадам расхода воды. Общая картина чувствительности $\partial T/\partial r$ к

изменениям расхода воды в разных секциях представлена на рис.3.

Отсюда видно, что изменение расхода воды в одной секции практически не влияет на значения $\partial T/\partial r$ в других секциях. Очень важным замечанием также является то, что каждая последующая секция оказывается более чувствительной к изменению в ней расхода воды.

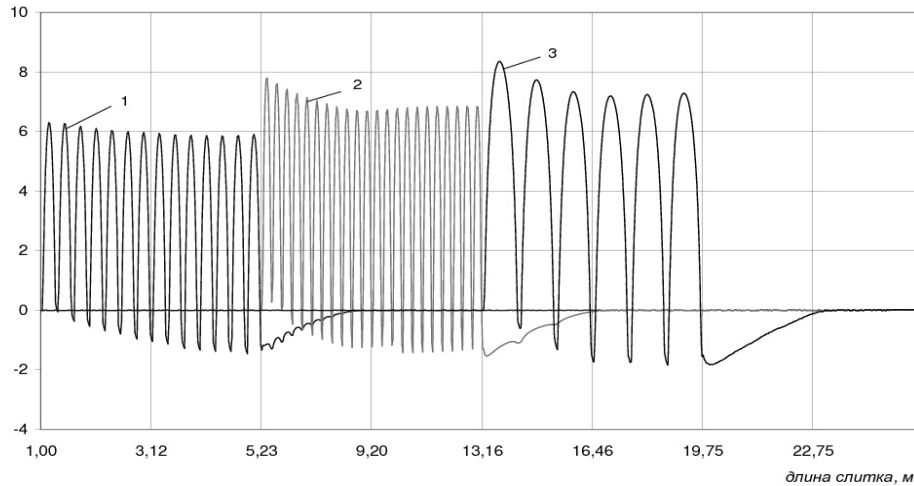


Рис. 3. Чувствительность $\partial T/\partial r$ к изменению расхода воды. 1 – чувствительность в первой секции, 2 – во второй секции, 3 – в третьей секции.

Исходя из всего вышесказанного, наиболее целесообразным будет устанавливать самые большие значения расхода охлаждающей воды в первой секции ЗВО и, равномерно снижая величину расхода воды в каждой последующей секции, довести её до минимально возможной в последней секции.

4. Производные в направлении оси слитка. Для того, чтобы рассматривать производные в одном масштабе вместо производных $\partial T/\partial \varphi$, вводятся производные по длине слитка $\partial T/\partial h$, $h = \varphi \cdot r$, где φ, r – координаты точки, в которой вычисляется производная.

Конечно-разностные схемы для вычисления производных в направлении оси слитка аналогичны схемам для производных в поперечном направлении, которые приведены в предыдущем пункте.

Наибольшее значение $\partial T/\partial h$ наблюдается также как и в предыдущем случае у поверхности слитка по внешнему радиусу сразу после выхода из кристаллизатора. Но здесь это вызвано резким повышением температуры поверхности слитка из-за снижения интенсивности охлаждения. Расчёты показывают, что изменение расхода воды в первой секции пренебрежимо мало влияет на эту величину, как и на величину $\partial T/\partial r$. Таким образом, можно сделать вывод, что расход охлаждающей воды в первой секции ЗВО не имеет практически никакого влияния на температурные напряжения в части слитка, находящейся непосредственно под кристаллизатором.

Дальнейшие большие скачки производной температуры $\partial T/\partial h$ связаны с прохождением участков принудительного охлаждения. Когда участок заготовки попадает под водо-воздушный факел, температура резко падает, а после выхода из-под факела из-за сильного внутреннего разогрева температура резко повышается. Поэтому значения производной $\partial T/\partial h$ с довольно большой амплитудой колеблются возле нуля (рис.4). Следующий пик производной соответствует выходу поверхности

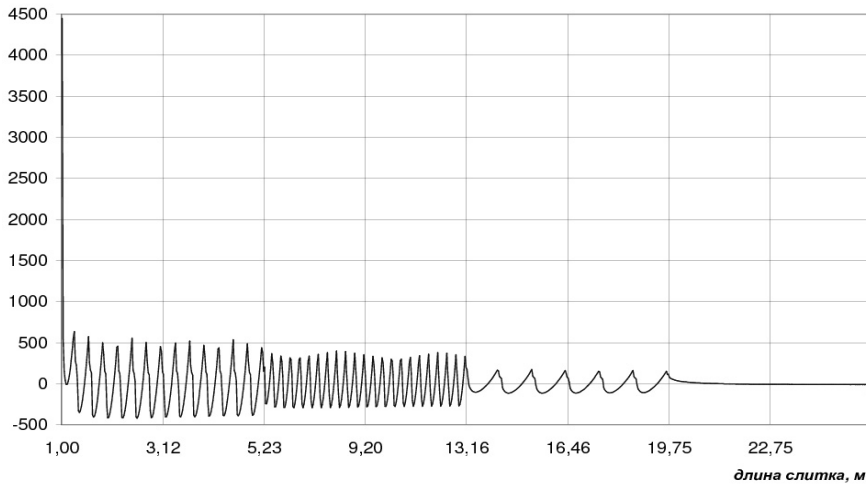


Рис. 4. Производная температуры в направлении оси слитка у поверхности по внешнему радиусу.

слитка из-под факела первой охлаждающей форсунки. При увеличении расхода воды на 25% значение производной увеличится приблизительно на 18,5%. Динамика этого изменения представлена на рис.5.

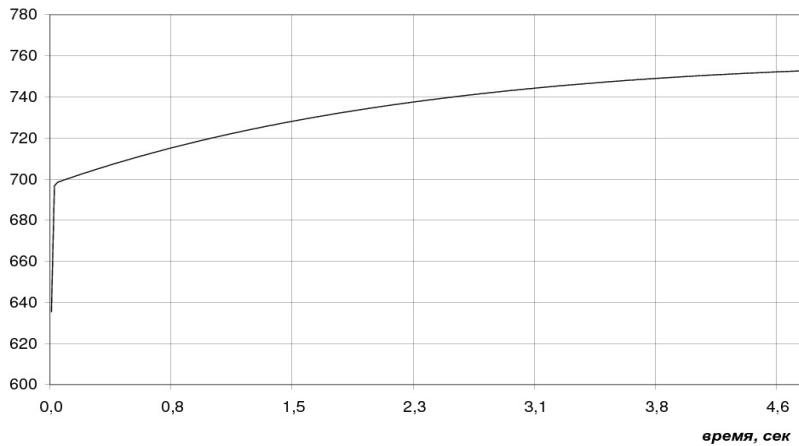


Рис. 5. Динамика изменения производной $\partial T/\partial h$ в точке локального максимума при увеличении расхода воды на 25%.

На рис.6 представлены графики функций чувствительности производных $\partial T/\partial h$

к изменению расхода воды в различных секциях ЗВО.

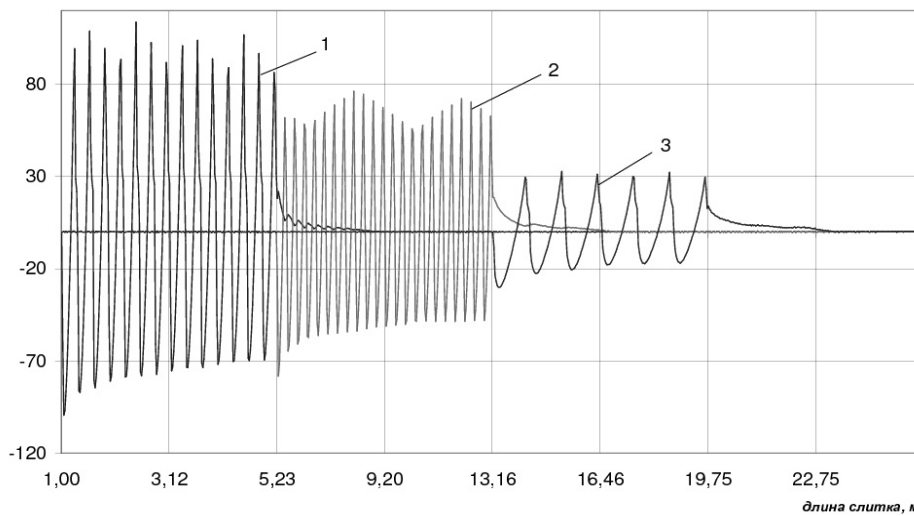


Рис. 6. Чувствительность $\partial T/\partial h$ к изменению расхода воды. 1 – в первой секции, 2 – во второй, 3 – в третьей.

Здесь по сравнению с чувствительностью $\partial T/\partial r$ наоборот чувствительность $\partial T/\partial h$ к расходу воды в каждой последующей секции несколько ниже, чем в предыдущей.

И, хотя чувствительность $\partial T/\partial h$ в несколько раз выше, чем чувствительность $\partial T/\partial r$, из-за того, что $\partial T/\partial r$ имеют на порядок большие значения, их нужно учитывать в первую очередь.

Выводы. В работе выполнены исследования поведения градиентов температурного поля непрерывного стального слитка МНЛЗ.

Проведённые исследования показали, что температурные градиенты достигают максимальных значений у поверхности слитка. На величины температурных градиентов в точках поверхности, лежащих непосредственно под кристаллизатором (на расстоянии не больше 2 см) изменения расхода охлаждающей воды в ЗВО не оказывают практически никакого влияния, поэтому этот участок не следует учитывать при расчётах управляющих воздействий на расход воды.

В первых секциях ЗВО целесообразно устанавливать требования для максимальной температуры поверхности слитка или минимальной толщины твёрдой корочки с целью недопущения излишнего повторного разогрева и разрыва затвердевшей оболочки слитка.

В последующих секциях ЗВО при выработке управляющих воздействий необходимо исходить из требований равномерного снижения температуры поверхности по длине заготовки. А в последних секциях, где слиток уже полностью затвердел, и не происходит выделения скрытой теплоты кристаллизации, наиболее оправданным может оказаться ограничение температурных градиентов.

Информация о градиентах температурного поля является базовой для вычис-

ления критериев качества непрерывного слитка. Предложенный подход и приведённые данные исследований можно использовать для предварительного изучения напряженно-деформированного состояния непрерывнолитой заготовки с последующим применением полученных результатов в системе оптимального управления режимами охлаждения МНЛЗ.

1. Бирюков А.Б., Кравцов В.В., Масс Н.С., Лоленко Е.С. Изучение напряженно-деформированного состояния формирующейся непрерывнолитой заготовки на основе анализа темпа изменения температуры // Металлы и литье Украины. – 2006, №11-12. – С.17-19.
2. Levin R.G, Galkin M.P, Zubrev O.I., Surgaeva E.V. and Glekov L.K. Mathematical Modeling of the Crystallization of a Continuous-cast Semifinished product. Metallurgist, Vol. 47, Nos. 3-4, 2003p. – С.153-157.
3. Берзинь В.А., Жевлаков В.Н. и др. Оптимизация режимов затвердевания непрерывного слитка. Рига, "Зинатне", 1977. – 148с.
4. Kavicka F., Stetina J., Sekanina B., Ramik P. An Original Numerical Model of Heat and Mass Transfer in a Concasting Machine. Advances in Fluid Mechanics III. Transaction: Engineering Sciences volume 29, (2000) <http://library.witpress.com/pages/PaperInfo.asp?PaperID=3868>
5. Ткаченко В.Н., Иванова А.А. Анализ температурных полей криволинейной МНЛЗ на основе математического моделирования // Матеріали 3-ї міжнародної науково-практичної конференції "Прогресивні технології у металургії сталі: ХХІ сторіччя". – Донецьк: ДонНТУ. – 2007. – С.242-249.
6. Вдовин К.Н., Повитухин С.А. Определение оптимальных режимов при непрерывной разливке стали // Теория и технология металлургического производства: Сб. науч. тр. / Под ред. В.М.Колокольцева. – Магнитогорск: ГОУ ВПО "МГТУ", 2005. – 196с. – С.122-128.

Ин-т прикл. математики и механики НАН Украины, Донецк
ivanova@iamm.ac.donetsk.ua

Получено 19.05.08