



НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК УКРАИНЫ
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ



С Е Р И Я

«ЗАДАЧИ И МЕТОДЫ:
МАТЕМАТИКА, МЕХАНИКА, КИБЕРНЕТИКА»

Том 13

В.Н. ТКАЧЕНКО

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ
МОДЕЛИРОВАНИЕ,
ИДЕНТИФИКАЦИЯ И УПРАВЛЕНИЕ
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ
ТЕПЛОВОЙ ОБРАБОТКИ
МАТЕРИАЛОВ

*ПРОЕКТ
«НАУКОВА КНИГА»*

КИЕВ
НАУКОВА ДУМКА
2008

УДК 62-50:621.783.22:66.096.5:662.741.3:669-147

На основе нелинейных уравнений тепло - массопереноса и задач с неизвестной границей разработаны математические модели ряда технологических процессов тепловой обработки материалов. Предложены методы и алгоритмы решения задач идентификации параметров моделей, использующие идеи регуляризации и функциональной аппроксимации. На единой методологической основе разработаны алгоритмы управления температурным режимом обработки материалов, реализующие минимум среднего квадратического отклонения температуры материала. Изучена задача синтеза алгоритмов разомкнутого управления, а также управления с использованием оперативной оценки температурного состояния в качестве обратной связи. Имитационным моделированием получены численные оценки точности синтезируемых алгоритмов фильтрации и управления.

На основі нелінійних рівнянь тепло - масоперенесення й задач із невідомою межею розроблені математичні моделі ряду технологічних процесів теплової обробки матеріалів. Запропоновано методи й алгоритми рішення задач ідентифікації параметрів моделей, що використовують ідеї регуляризації й функціональної апроксимації. На єдиній методологічній основі розроблено алгоритми керування температурним режимом обробки матеріалів, що реалізують мінімум середнього квадратичного відхилення температури матеріалу. Вивчено задачу синтезу алгоритмів розімкнутого керування, а також керування з використанням оперативної оцінки температурного стану як зворотний зв'язок. Імітаційним моделюванням отримані чисельні оцінки точності синтезованих алгоритмів фільтрації й керування.

Редакционная коллегия серии:

*Б.В. Базалий, И.Н. Гашененко, В.Я. Гутлянский,
А.М. Ковалев (ответственный редактор),
А.А. Ковалевский, В.А. Козловский, С.Я. Махно, В.И. Рязанов,
А.Я. Савченко, В.Ю. Скобцов (ответственный секретарь), А.Ф. Тедеев,
В.Н. Ткаченко, Н.С. Хапилова, Е.И. Харламова, А.Е. Шишков*

Рецензенты:

*доктор технических наук, профессор Бидюк П.И.
доктор технических наук, профессор Мышко С.В.*

*Утверждено к печати ученым советом
Института прикладной математики и механики НАН Украины*

***Видання здійснене за державним контрактом
на випуск наукової друкованої продукції***

Научно-издательский отдел физико-математической и технической литературы

Редактор И.Л. Абрамюк

ISBN 978-966-00-1025-7

© Институт прикладной математики
и механики НАН Украины, 2008

СОДЕРЖАНИЕ

СОДЕРЖАНИЕ.....	3
ВВЕДЕНИЕ.....	9
1. АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ И АВТОМАТИЗИРОВАННОГО УПРАВЛЕНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ ТЕПЛОВОЙ ОБРАБОТКИ МАТЕРИАЛОВ. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧ ИССЛЕДОВАНИЯ	14
1.1. Математические модели теплофизических процессов тепловой обработки материалов и их использование.....	14
1.2. Методы идентификации математических моделей технологических процессов тепловой обработки материалов.....	21
1.3. Методы синтеза алгоритмов управления в детерминированной и стохастической постановках.....	23
1.4. Автоматизированные системы управления технологическими процессами тепловой обработки материалов и применение микропроцессорной вычислительной техники.....	27
1.5. Постановка задач исследования.....	30
2. РАЗРАБОТКА И ИССЛЕДОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ И ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ТЕПЛОВОЙ ОБРАБОТКИ МАТЕРИАЛОВ.....	34
2.1. Математические модели технологического процесса нагрева металла в проходных печах.....	34
2.1.1. Модель тепловой работы методической печи.....	34
2.1.2. Модель температурного процесса нагрева металла.....	41
2.1.3. Численные методы решения краевой задачи противоточного теплообмена.....	43
2.2. Математические модели тепловых процессов обработки материалов в псевдооживленном слое.....	47
2.2.1. Математическая модель тепловых процессов в псевдооживленном слое.....	47
2.2.2. Диссоциация частицы известняка как задача с неизвестной границей.....	51

2.2.3.	Численный метод расчета задачи с неизвестной границей.....	53
2.2.4.	Исследование технологических параметров процесса производства металлургической извести.....	55
2.3.	Математическое моделирование температурного процесса коксования угля.....	58
2.3.1.	Качественная характеристика тепловых процессов коксования угля.....	58
2.3.2.	Математическая модель температурного процесса коксования угля.....	59
2.3.3.	Численный метод расчета процесса коксования угля....	62
2.3.4.	Исследование технологических параметров температурного процесса коксования угля.....	65
2.4.	Математическое моделирование тепловых процессов непрерывной разливки стали.....	67
2.4.1.	Формулировка математической модели.....	67
2.4.2.	Конечно–разностные аппроксимации исходных уравнений.....	75
2.4.3.	Анализ результатов моделирования.....	82
3.	ИДЕНТИФИКАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ТЕПЛООВОЙ ОБРАБОТКИ.....	86
3.1.	Постановка задач идентификации параметров математических моделей.....	86
3.2.	Задачи начальной настройки параметров.....	88
3.2.1.	Методы и алгоритмы регуляризации решения обратных задач.....	88
3.2.2.	Методы и алгоритмы решения обратных задач с использованием сплайн–аппроксимации искомым функций.....	92
3.2.3.	Метод наименьших квадратов для задачи идентификации параметров внешнего теплообмена в зоне вторичного охлаждения МНЛЗ.....	94
3.2.4.	Анализ адекватности моделей и эффективности численных методов настройки параметров.....	100

3.3.	Алгоритмы оперативной настройки параметров математической модели.....	101
3.4.	Исследование параметрической чувствительности математических моделей тепловых процессов.....	105
3.4.1.	Задачи и методы исследования параметрической чувствительности математических моделей.....	105
3.4.2.	Параметрическая чувствительность математических моделей процесса нагрева металла.....	108
3.5.	Оптимальный теплофизический эксперимент для решения задач начальной настройки.....	113
3.5.1.	Задача оптимизации пространственного расположения датчиков контроля температуры нагреваемых тел.....	113
3.5.2.	Оптимизация теплофизического эксперимента по технологическим параметрам.....	116
3.5.3.	Параметрическая чувствительность и оптимальный эксперимент для процессов с неизвестной границей....	119
4.	ТЕОРЕТИКО—ВЕРОЯТНОСТНЫЙ АНАЛИЗ ДИНАМИКИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ТЕПЛОВОЙ ОБРАБОТКИ МАТЕРИЛОВ.....	124
4.1.	Анализ вероятностно—статистических характеристик возмущающих воздействий процесса нагрева металла на участке методических печей.....	124
4.2.	Имитационное моделирование процесса нагрева металла в методической печи.....	130
4.2.1.	Алгоритмы имитационного моделирования.....	130
4.2.2.	Анализ статистической динамики температурных процессов нагрева металла.....	134
4.3.	Исследование вероятностных характеристик технологических параметров процесса обработки материала в псевдоожигенном слое.....	142
4.3.1.	Вычислительный эксперимент по расчету плотности распределения частиц по времени пребывания в псевдоожигенном слое.....	142
4.3.2.	Алгоритмы расчета плотности распределения частиц по времени пребывания в псевдоожигенном слое.....	44

4.3.3.	Исследование вероятностных характеристик времени пребывания частиц в псевдооживленном слое.....	146
4.3.4.	Исследование вероятностных характеристик температуры и степени обжига частиц в псевдооживленном слое.....	150
4.4.	Основные выводы и результаты теоретико—вероятностного анализа технологических процессов.....	152
5.	СИНТЕЗ АЛГОРИТМОВ УПРАВЛЕНИЯ ТЕПЛОВОЙ ОБРАБОТКОЙ МАТЕРИАЛОВ И ОЦЕНКА ИХ ТОЧНОСТИ.....	154
5.1.	Анализ объекта управления и методов управления технологическими процессами тепловой обработки.....	154
5.1.1.	Анализ функций высокоорганизованной системы управления и структуры управляющих воздействий технологического объекта.....	154
5.1.2.	Критерии оптимальности и анализ методов управления технологическими процессами тепловой обработки.....	157
5.2.	Исследование задач оптимального управления стационарными режимами нагрева металла.....	160
5.2.1.	Постановка задачи и численные методы ее решения....	160
5.2.2.	Анализ результатов решения задач оптимизации.....	162
5.3.	Синтез алгоритмов разомкнутого управления и оценка их точности.....	165
5.3.1.	Постановка и анализ задачи терминального управления.....	165
5.3.2.	Вычислительные методы для расчета алгоритмов управления.....	170
5.4.	Синтез алгоритмов управления с обратной связью.....	173
5.4.1.	Исследование алгоритмов фильтрации возмущающих воздействий для оценки состояния.....	173
5.4.2.	Исследование помехоустойчивости различных режимов нагрева металла.....	177
5.5.	Основные результаты и выводы.....	180

6.	РАЗРАБОТКА И ПРОМЫШЛЕННОЕ ОПРОБОВАНИЕ ПОДСИСТЕМ ОПЕРАТИВНОГО ПРОГНОЗА ТЕПЛООВОГО СОСТОЯНИЯ И АЛГОРИТМОВ УПРАВЛЕНИЯ В СИСТЕМАХ УПРАВЛЕНИЯ ТЕПЛОВОЙ ОБРАБОТКОЙ МАТЕРИАЛОВ.....	181
6.1.	Разработка режимов нагрева металла и алгоритмов управления методическими печами	181
6.1.1.	Статистическое моделирование и прогноз времени нагрева металла.....	181
6.1.2.	Разработка алгоритмов управления методическими печами листопрокатного производства.....	185
6.1.3.	Двухуровневое управление технологическим комплексом нагревательные печи — прокатный стан.....	189
6.2.	Разработка и исследование эффективности алгоритмов управления нагревом металла на участках нагревательных печей станов 3600 ММК "Азовсталь" и 3000 ММК имени Ильича.....	198
6.2.1.	Алгоритм функционирования и информационное обеспечение системы управления температурным режимом нагрева металла.....	198
6.2.2.	Структура алгоритмов начальной настройки подсистемы оперативного прогноза теплового состояния металла.....	202
6.2.3.	Исследование эффективности алгоритмов управления температурным режимом нагрева металла.....	205
6.3.	Управление температурным режимом обжига известняка в печах КС — 1200 Магнитогорского металлургического комбината.....	207
6.3.1.	Анализ функционирования печи КС — 1200 как объекта управления.....	207
6.3.2.	Критерии оптимизации управления и исследование управляемости процесса обжига известняка.....	209
6.3.3.	Методы и алгоритмы управления температурным режимом обжига известняка.....	212
6.4.	Оперативный прогноз температурного состояния и управление процессом коксования угля на Авдеевском КХЗ.....	215
6.4.1.	Задачи управления тепловым режимом коксования угля.....	215

6.4.2.	Задача настройки параметров математической модели процесса коксования угля.....	217
6.4.3.	Управление тепловым режимом в системе управления коксованием угля.....	221
6.4.4.	Программный комплекс для оперативного прогноза температурного состояния и управления процессом коксования угля.....	223
7.	ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	227
	СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	233

ВВЕДЕНИЕ

Главным направлением развития черной металлургии является коренное улучшение качества и увеличение производства эффективных видов металлопродукции. Современное металлургическое производство характеризуется наличием высокопроизводительных технологических комплексов, потребляющих большое количество энергетических и сырьевых ресурсов, работающих в условиях быстро меняющихся технологических параметров и условий. В общей технологической цепи процессы тепловой обработки материалов являются важнейшими технологическими операциями, во многом определяющими качество и энергоемкость готовой продукции. Одной из наиболее актуальных проблем является задача снижения энергоемкости производимой продукции. Качество готовой продукции в значительной степени определяется способностью систем управления обеспечить точность воспроизведения технологических параметров обработки сырья и материалов. Энергетический кризис 60–х – 70–х годов заставил индустриально развитые страны Европы и Америки серьезно заняться разработкой энергосберегающих технологий и автоматизацией управления энергоемкими производствами. Экономии энергетических ресурсов в значительной мере способствует создание и внедрение современных систем управления технологическими процессами тепловой обработки сырья и материалов, создаваемых на базе вычислительной техники. Анализ опыта создания и функционирования первых отечественных и зарубежных систем управления свидетельствует о необходимости совершенствования всего комплекса технических проблем, связанных с разработкой высокоорганизованных систем управления: методов построения математических моделей и алгоритмов управления, приведение их в более полное соответствие разнообразным условиям функционирования технологического оборудования. Разработка высокоэффективных систем управления предполагает решение ряда наиболее актуальных и значимых проблем, среди которых следует указать следующие три основные проблемы.

1. Для повышения степени адекватности математического описания технологических процессов необходимо учитывать пространственно–временное распределение параметров моделей. Проблема идентификации систем с распределенными параметрами (СРП) в настоящее время является одной из наиболее актуальных. Задачи идентификации СРП относятся к классу обратных задач, для решения которых необходимо применение специальных методов, обеспечивающих устойчивость решения к погрешностям в исходных данных. Проблема точности решения обратных граничных задач теплопроводности (ОЗТ) тесно связана с оптимизацией теплофизических экспериментов, проводимых с целью получения качественных исходных данных.

2. Технологические процессы тепловой обработки материалов как объекты математического моделирования и управления представляют собой

стохастические системы с распределенными параметрами. В связи с решением задач разработки высокоорганизованных систем управления, объективно существует потребность в использовании имитационных математических моделей для решения задач анализа статистической динамики исследуемых процессов. Разработка имитационных математических моделей связана с широким кругом задач изучения вероятностных характеристик возмущающих воздействий и использования нестационарных математических моделей процессов, способных воспроизвести всё многообразие функционирования технологических процессов.

3. Стохастический характер функционирования производственных процессов, обусловленный случайным характером возмущающих воздействий и полезных сигналов, приводит к дополнительным существенным трудностям теоретического обоснования, практической разработке методов и алгоритмов управления и оценке их эффективности при создании оптимальных автоматических и автоматизированных систем управления процессами тепловой обработки материалов. Основные проблемы анализа и синтеза оптимальных систем управления процессами тепловой обработки материалов определили цели исследований, среди которых основными являются:

- разработка математических и алгоритмических основ моделирования и идентификации параметров;
- методов синтеза алгоритмов управления и анализа их эффективности на основе имитационного моделирования в условиях случайных возмущений.

Представленные в книге результаты исследований и разработок состоят в следующем.

1. На основе нелинейных уравнений тепломассопереноса и задач с неизвестной границей разработаны математические модели технологических процессов тепловой обработки материалов:

- предложена математическая модель тепловой работы многозонной проходной печи для нагрева металла перед прокаткой в виде уравнений теплообмена в противотоке с учетом тепловой работы рекуператора, для расчета модели сформулирована краевая задача, состоящая в определении начальных условий, удовлетворяющих системе уравнений;
- разработаны математические модели тепло-массообмена в псевдооживленном слое в целом, а также на уровне отдельной частицы слоя, на основе континуального подхода предложена модель теплообмена между дисперсной средой и сжижающим агентом, в которой учитывается теплотрансфер в слое, обусловленная процессом перемешивания частиц по пространственной координате; моделирование реакции диссоциации частицы известняка в слое проведено на основе температурной задачи с неизвестной границей, разделяющей обожженную часть и не прореагировавший остаток;
- предложена математическая модель температурного процесса коксова-

ния угля, в которой учтены особенности прогрева центральной части коксовой загрузки за счет диффузии парогазовой смеси и испарения влаги, моделируемого задачей с неизвестной границей;

- разработана математическая модель тепломассопереноса и кристаллизации металла в слитке при непрерывной разливке.

2. Сформулированы задачи идентификации распределенных параметров внешнего теплообмена в линейных и нелинейных граничных условиях как задача начальной настройки математических моделей процессов тепловой обработки. Рассмотренные задачи относятся к обратным граничным задачам теплопроводности и оказываются некорректными в классическом смысле.

Предложены методы и алгоритмы решения задач начальной настройки, использующие идеи регуляризации и функциональной аппроксимации. На основе метода наименьших квадратов решена задача идентификации коэффициентов полинома, аппроксимирующего искомое решение. Выполнен сравнительный анализ сложности алгоритмов различных методов. На основе метода стохастической аппроксимации разработаны эффективные алгоритмы оперативной адаптации параметров моделей.

3. Исследована параметрическая чувствительность математических моделей тепловых процессов в широком диапазоне технологических параметров. Исследованы особенности поведения функций чувствительности для процессов, содержащих неизвестную границу раздела сред.

Методами теории чувствительности установлена неравноценность с информативной точки зрения измерений температуры в различных точках пространственной области. В связи с этим рассмотрена задача планирования теплофизического эксперимента по измерению температуры нагреваемых тел с целью идентификации параметров теплообмена. На основе функций чувствительности предложен интегральный критерий эффективности эксперимента, синтезируются оптимальные планы размещения датчиков температуры. Исследовано влияние технологических параметров измеряемого процесса на эффективность эксперимента.

4. Разработаны алгоритмы имитационного моделирования технологических процессов с целью исследования вероятностных характеристик тепловых полей. На основе имитационного моделирования проведен анализ статистической динамики температурных процессов, а также законов распределения конечной температуры материалов в зависимости от интенсивности возмущающих воздействий.

5. На основе вычислительного эксперимента с использованием математических моделей диффузионно-переносного движения, нагрева и обжига частиц исследованы вероятностные характеристики времени пребывания, температур и степени обжига материала в псевдоожигенном слое. Исследован характер изменения законов распределения частиц по времени пребывания в широком диапазоне параметров. Определены условия для технологических процессов, при которых законы распределения частиц по времени пребывания соответствуют унимодальным функциям, а также ус-

ловия, когда имеет место экспоненциальный закон времени пребывания. Установлен эффект нелинейности процессов температурной обработки материалов, состоящий в существенном снижении математических ожиданий температурных характеристик при увеличении дисперсии возмущающих воздействий.

В целом теоретико-вероятностный анализ технологических процессов позволил установить ряд свойств температурных процессов обработки материала, имеющих принципиальное значение при определении производительности и качества получаемого материала. Теоретико-вероятностный анализ технологических процессов явился также эффективным инструментом решения задач синтеза оптимальных алгоритмов управления и оценки их работоспособности.

6. Для рассмотренных технологических процессов на единой методологической основе разработаны алгоритмы управления температурным режимом обработки материалов, реализующие минимум среднего квадратического отклонения температуры материала.

Исследована оптимальность технологических процессов тепловой обработки в стационарных режимах функционирования. Рассмотрены задачи управления конечным состоянием в стохастической постановке. Исследована управляемость вероятностными характеристиками температурного состояния материала при методе разомкнутого управления. Установлен эффект нелинейности стохастических моделей тепловых процессов, обуславливающий неэффективность детерминированного синтеза алгоритмов управления.

Рассмотрена задача разработки алгоритмов управления с использованием оперативной оценки температурного состояния в качестве обратной связи. Имитационным моделированием получены численные оценки эффективности синтезируемых алгоритмов фильтрации и управления. Исследована помехоустойчивость различных режимов тепловой обработки материалов.

Методика имитационного моделирования использована в Киевском институте автоматики для обоснования методов управления и структуры алгоритмов управления, целесообразного уровня автоматизации при проектировании систем управления нагревом металла на станах 3600 ММК "Азовсталь" и 3000 ММК им. Ильича. Опытно-промышленная проверка алгоритмов начальной настройки и коррекции параметров проведена по экспериментальным данным нагрева опытного сляба в методических печах в составе системы управления на стане 3600 ММК "Азовсталь".

На Донецком металлургическом заводе внедрены режимы нагрева металла в методических печах стана 2300. Пакет программ, реализующий функции прогноза температурного состояния коксового пирога и управления температурным режимом коксования угля, внедрен на Авдеевском КХЗ. Опытно-промышленная эксплуатация пакета подтвердила его работоспособность и эффективность. Разработанные математические модели процессов коксования угля и программные средства для ПЭВМ внедрены

в Донецком техническом университете для совершенствования технологии и проектирования новых коксовых батарей.

Исследования по математическому моделированию процессов тепло-массопереноса в псевдооживленном слое, разработанные методы и алгоритмы управления температурным процессом, использованы при разработке системы управления печей КС-1200 Магнитогорского металлургического комбината. Математические модели и методы расчетов процесса диссоциации известняка использованы в ДонНИИЧЕРМЕТе для совершенствования технологии и конструкции печей для производства металлургической извести.

1. АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ И АВТОМАТИЗИРОВАННОГО УПРАВЛЕНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ ТЕПЛОВОЙ ОБРАБОТКИ МАТЕРИАЛОВ. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧ ИССЛЕДОВАНИЯ.

1.1. Математические модели теплофизических процессов обработки материалов и их использование.

Важнейшим этапом разработки систем управления является построение математической модели объекта управления. На базе математической модели объекта управления формируются критерии управления и ограничения, выбираются структура и параметры системы управления, технические средства управления. Для технологических процессов тепловой обработки материалов могут быть построены различные по полноте и сложности описания математические модели. Основным фактором, определяющим полноту и точность математической модели, является цель моделирования. Целью разработки модели могут быть:

- 1) исследование закономерностей и свойств процесса (гносеологическое моделирование);
- 2) разработка системы управления с использованием модели и моделирования;
- 3) непосредственное использование модели в системе управления.

Существует два основных метода построения математических моделей:

- 1) разработка модели на базе физических законов протекания процессов, в частности законов теплопереноса;
- 2) экспериментально–статистические методы построения модели.

Экспериментально–статистические методы сводятся к построению весовой (импульсной переходной) функции объекта, которая полностью определяет его статистические и динамические свойства [63]. На базе экспериментальных данных, полученных в процессе нормального функционирования объекта, определяются весовые функции различных одномерных каналов типа "температура греющей среды в зоне, температура материала на выходе из зоны" [31] и т.д.

Экспериментально–статистический метод построения моделей обладает рядом недостатков: требует большого количества труднодоступной информации о процессе, получаемые модели работают лишь в узком диапазоне изменения параметров. В силу указанных недостатков экспериментально–статистический метод не нашел широкого использования в практике.

Для математического моделирования технологических процессов те-

пловой обработки материалов более удобным в инженерном отношении и универсальным является первый метод построения, базирующийся на физических законах теплопередачи: излучением (законы Планка, Стефана – Больцмана, Ламберта и др.), конвекций (закон Ньютона – Рихмана), теплопроводностью (закон Фурье).

Построение модели на базе физических законов сводится к следующим этапам:

- 1) обоснование и выбор структуры математической модели на основании физических соображений и целей моделирования;
 - 2) оценивание параметров модели по имеющимся данным о процессе;
 - 3) проверка адекватности математической модели реальному процессу
- статистический метод не нашел широкого использования в практике.

Для решения разнообразных задач оптимизации и управления технологическими процессами тепловой обработки материалов наиболее широко в настоящее время используется математическая модель нагрева массивного тела с учетом эффектов теплопередачи излучением и конвекцией:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \quad (1.1.1)$$

$$-\lambda \frac{\partial T(0, \tau)}{\partial x} = \sigma_1 \{ [u_1(\tau)]^4 - [T(0, \tau)]^4 \} + \alpha_1 [u_1(\tau) - T(0, \tau)], \quad (1.1.2)$$

$$\lambda \frac{\partial T(s, \tau)}{\partial x} = \sigma_2 \{ [u_2(\tau)]^4 - [T(s, \tau)]^4 \} + \alpha_2 [u_2(\tau) - T(s, \tau)], \quad (1.1.3)$$

$$T(X, U) = T_0(X), \quad (1.1.4)$$

где $T(x, \tau)$, $U < x < s$, $U < \tau < \tau_H$ – функция, характеризующая распределение температуры по толщине нагреваемого тела в момент времени τ ; $u_1(\tau)$, $u_2(\tau)$ – функции изменения температуры в нижних (1) и верхних (2) зонах печи;

a , λ – коэффициенты температуро- и теплопроводности материала соответственно;

σ , α – коэффициенты лучистого и конвективного теплообмена снизу (1) и сверху (2).

Математическая модель (1.1.1)–(1.1.4) позволяет рассчитать процесс внутреннего теплообмена и предполагает, что все параметры внешнего теплообмена, в том числе температура греющей среды, известны. Модель может быть уточнена за счет учета зависимости теплофизических свойств материала от температуры. Математическая модель (1.1.1)–(1.1.4) использовалась А.Г.Бутковским в работах по созданию теории оптимального управления системами с распределенными параметрами [16,17] и при решении практических проблем оптимального управления процессом нагрева металла в проходных печах [17]. В частности, модель (1.1.1)–(1.1.4) без уче-

та лучистой составляющей в граничных условиях (1.1.2), (1.1.3), использовалась для решения задач наиточнейшего и наискорейшего нагрева. Совместно с уравнениями теплового баланса печи и уравнением окисления металла математическая модель (1.1.1)–(1.1.4) использовалась А.Х. Вырком [33] для оптимизации режимов работы печи по критериям расхода топлива и потерь металла в окалину. Полученные оптимальные режимы рекомендовалось использовать на особых участках, когда обеспечивалось требуемое температурное состояние металла на выдаче из печи [34]. Подводя итог анализу использования математической модели (1.1.1)–(1.1.4), необходимо подчеркнуть следующие ее ограничивающие факторы. Для математического моделирования процесса нагрева металла в печи необходимо знать вид функции $u(l)$ – температуры по длине зон печи. При решении задач оптимизации режимов нагрева по расходу топлива возникают затруднения, связанные с подбором расхода топлива по зонам, реализующего выбранную функцию $u(l)$. Такая задача является обратной задачей расчета внешнего теплообмена и имеет свои специфические трудности, связанные с ее некорректностью.

В работе [80] предложена математическая модель нагрева металла в проходной печи, в которой тепловой поток вдоль активного пода печей задавался в виде известной функции $q(\tau)$, полученной экспериментально. Расход топлива определялся из теплового баланса с учетом рассчитанного суммарного теплового потока на металл, температуры уходящих газов, потерь тепла через внутреннюю поверхность футеровки и систему охлаждения глянсажных труб. С использованием этой модели решалась задача оптимизации расхода топлива по зонам печи. Получаемые оптимальные характеристики процесса нагрева закладывались в виде исходных параметров разрабатываемых систем управления. Недостатком модели является требование априорного задания функции теплопоглощения, что существенно сужает возможности моделирования работы нагревательных печей. Существует класс моделей, позволяющих избежать указанные недостатки двух рассмотренных моделей. Эти модели описывают процесс нагрева непрерывно движущегося слоя в противотоке газов [138].

Для стационарного процесса нагрева безразмерная форма модели имеет вид:

$$\frac{\partial t(r, Fo)}{\partial Fo} = \frac{\partial^2 t(r, Fo)}{\partial r^2}, \quad (1.1.7)$$

$$\frac{\partial t(1, Fo)}{\partial r} = Bi[T(Fo) - t(1, Fo)], \quad (1.1.8)$$

$$\frac{\partial t(0, Fo)}{\partial r} = 0, \quad (1.1.9)$$

$$\frac{dT(Fo)}{dFo} = W \cdot Bi [T(Fo) - t(1, Fo)], \quad (1.1.10)$$

$$\text{для } Fo=0 \quad t(r)=t_0 \quad (1.1.11)$$

$$\text{для } Fo=Fo^* \quad T=T^* \quad (1.1.12)$$

где

$$r = \frac{x}{s}, \quad Bi = \frac{\alpha s}{\lambda}, \quad Fo = \frac{al}{s^2 v_M}, \quad W = \frac{V_M C_M}{V_r C_r}, \quad Fo^* = \frac{aL}{s^2 v_M},$$

Bi – безразмерный критерий Био;

Fo – безразмерная координата по длине зоны теплообмена;

l – координата по длине зоны теплообмена, $0 < l < L$;

W – отношение водяных эквивалентов металла и газа;

v_M – скорость движения металла;

T^* – температура газа на входе в противоток.

Система уравнений (1.1.7)–(1.1.12) для простоты записана для случая симметричного нагрева металла и может быть дополнена аналогичным краевым условием и балансовым уравнением для описания несимметричного нагрева.

Принципиальным отличием математической модели (1.1.7)–(1.1.12) от уже рассмотренных является возможность расчета температуры греющей среды по длине зоны теплообмена в зависимости от расхода топлива, производительности печи и условий теплообмена в зонах.

Для более точного описания динамики тепловых процессов модель (1.1.7)–(1.1.12) может быть дополнена учетом других процессов, происходящих в печи: тепловыделение в газовой фазе, тепловые потери в окружающую среду, переток тепла из других зон печи и др. В граничных условиях можно учесть отдельно лучистую и конвективную составляющие.

Математические модели противоточного теплообмена использовались для решения задач оптимального распределения топлива по зонам печи [20]. Поскольку модель (1.1.7)–(1.1.12) описывает не только процессы внутреннего, но и внешнего теплообмена, ее использование в системе управления приведет к необходимости контролирования и подстройки большего числа параметров, что в конечном итоге существенно усложнит программное обеспечение и технические средства системы управления.

Математические модели, учитывающие процессы внешнего теплообмена, могут быть использованы в системе управления нагревом для решения задач диагностики различных отклонений в тепловой работе нагревательных печей. Однако в настоящее время модели такого типа широкого распространения еще не получили.

Математическая модель типа (1.1.1)–(1.1.4) с линейными граничными условиями использована в системе управления нагревом металла для оперативной оценки теплового состояния заготовок, выполняющей функцию обратной связи [80]. Входной информацией для расчета теплового состояния заготовок является распределение температуры греющей среды в зонах

печи, измеренной термомпарами, размеры заготовок, марка стали, расположение металла в рабочем пространстве. Выходная информация о распределении температуры по сечению заготовок используется для расчета установившейся температуры в зонах печи.

Технологические процессы тепловой обработки материалов, как правило, сопровождаются теплофизическими процессами, связанными с фазовыми переходами вещества (процессы сушки), а также химическими реакциями разложения, окисления, которые протекают с поглощением, либо с выделением дополнительного количества энергии. Для математического описания фазовых переходов [68], эндотермических реакций разложения [30,76] эффективно используется математическая модель с неизвестной границей. Движение границы раздела фаз либо фронта реакции задается условием Стефана:

$$q_1 - q_2 = \Delta H \rho \frac{d\xi}{d\tau},$$

где $q_1 - q_2$ – разница тепловых потоков на границе;
 ΔH – эндотермический эффект реакции, либо скрытая теплота фазового перехода.

Для описания химических реакций используется также кинетический подход, в соответствии с которым скорость движения фронта реакции определяется экспоненциальной зависимостью [146]:

$$\frac{d\xi}{d\tau} = A \exp\left[-\frac{\Delta H}{RT(\tau)}\right]^n,$$

где R – постоянная Ридберга, A , n – константы, зависящие от физико-химических свойств материалов и интенсивности тепловых воздействий.

Поскольку константы A и n не имеют однозначного физического толкования, кинетическое уравнение следует рассматривать как аппроксимационное, константы которого выбираются из условия адекватности результатам эксперимента.

В основу разработанных математических моделей процесса коксования угля положены нелинейные уравнения нестационарной теплопроводности и теплопередачи [22,142]. Результирующее воздействие эндо и экзогенных реакций, а также изменения агрегатного состояния загрузки: угольная шихта – пластическое состояние – полукокс – кокс, учитывались зависимостью коэффициентов эффективной теплоемкости, теплопроводности и плотности от температуры коксуемой массы.

Разработана двумерная математическая модель процесса коксования [9], позволяющая изучить влияние на прогрев коксового пирога температурных градиентов по высоте стенок вертикалов, а также неравномерности насыпной плотности и вертикальной усадки загрузки в процессе коксования. Существенное влияние на динамику температурного поля оказывает учет испарения влаги [119,120], механизм которого задается с помощью условия Стефана. Процесс прогрева влажной шихты при достижении 100–120°C сопровождается горизонтальной усадкой и появлением зазора между стенкой и коксовым пирогом [10]. При этом нарушаются условия

контактного теплообмена, коксовый пирог получает тепло от стенки излучением и конвекцией. Учет таких особенностей теплообмена дает дополнительные возможности настройки модели и повышает ее адекватность реальному процессу. К моделям, используемым непосредственно в системе управления, предъявляются специфические требования, связанные с их функционированием в реальном масштабе времени. Модель по своей сложности должна быть такова, чтобы время ее расчета на имеющихся средствах вычислительной техники было строго меньше времени протекания управляемого процесса. Объем памяти ЭВМ, занимаемый математической моделью, также должен быть ограничен. При этом точность модели должна обеспечивать требуемую точность управления процессом.

Проведены исследования различных методов расчета уравнения теплопроводности на ЭВМ [35]. Установлено, что по требуемому объему вычислений и объему памяти ЭВМ, оптимальным для условий работы в АСУ методом решения уравнения теплопроводности является конечно-разностный метод аппроксимации шеститочечной схемой. Для хранения информации о температурном поле в нагреваемых заготовках требуется большой объем памяти. В целях экономии памяти ЭВМ в работе [31] предложен метод сокращения информации, основанный на полиномиальной аппроксимации температурного поля в заготовке. Вместо температурного распределения запоминаются лишь коэффициенты аппроксимирующего полинома.

При разработке в системе управления тепловой обработки материалов необходимо знать характер и интенсивность возмущений, воздействующих на управляемый процесс и на систему управления. В работе И.Н. Эльке, В.П.Кравченко [144,145] исследованы вероятностные характеристики возмущающих воздействий по времени нагрева и прокатки металла, геометрическим размерам и начальной температуры заготовок. Для исследования вероятностных характеристик температуры металла на выдаче из печи использована математическая модель процесса нагрева тонкого в теплотехническом смысле тела. Так как экспоненциальное преобразование случайных функций является нелинейным, математические ожидания и корреляционные функции этих преобразований находятся аналитически точно только для случая, когда приведенное время нагрева есть стационарный гауссовский случайный процесс [131].

В монографии А.М. Азизова [4] рассматриваются процессы теплообмена в системах с твердой фазой, в которой учитывается статистический характер тепло- или массопередачи и коррелированность этих коэффициентов с температурой турбулентного потока. Аналитически показано, что в условиях теплообмена между твердым телом и турбулентным потоком математическое ожидание среднеобъемной температуры тела в установившемся режиме не совпадает с математическим ожиданием температуры потока, а смещено относительно последнего. Знак и величина указанного смещения определяется знаком и видом взаимно корреляционных функций между коэффициентом теплоотдачи и температурой потока. Установленный факт автор называет параметрическим явлением, источником ко-

того считает корреляцию между скоростью и температурой турбулентного потока.

Вероятностные подходы к исследованию известных процессов теплопередачи позволяют установить новые свойства и явления, которые оказываются принципиальными при решении задач математического моделирования и синтеза управляющих систем.

Технологические процессы тепловой обработки материалов, как объекты математического моделирования и управления, представляют собой стохастические системы с распределенными параметрами. В связи с решением задач, возникающих при разработке высокоорганизованных систем управления, объективно существует потребность в использовании имитационных математических моделей. Разработка таких моделей может быть выполнена на основе детерминированных уравнений тепло-массопереноса со случайными входными параметрами и временем (стохастичность по входам модели) и на основе стохастических дифференциальных уравнений в частных производных (стохастичность по фазовым координатам модели). Более удобными и простыми для построения являются математические модели стохастические по входам. Стохастические дифференциальные уравнения в настоящее время не получили распространения для решения задач синтеза систем управления технологическими процессами тепловой обработки материалов.

Аналитические методы исследования стохастических процессов удобны лишь только для получения вероятностных характеристик в случае описания процесса достаточно простыми моделями и не позволяют решать ряд задач оценки эффективности различных методов управления и контроля. Проведенный анализ использования математических моделей технологических процессов тепловой обработки материалов позволяет сделать следующие выводы:

1. Существующие математические модели описывают в целом или отдельных частях процессы внутреннего и внешнего теплообмена нагревательных устройств. Полнота и сложность математических моделей определяется целью моделирования.

2. По методам разработки математических моделей наиболее широкое распространение получили модели, построенные на базе физических законов теплообмена. Такие модели описывают процесс в более широком диапазоне входных воздействий и параметров и более наглядно характеризуют физическую сущность процесса.

3. Проводятся исследования статистических характеристик возмущающих воздействий технологических процессов тепловой обработки материалов. Учет случайного характера возмущающих воздействий позволяет более адекватно моделировать технологические процессы тепловой обработки в производственных условиях.

4. Стремление к разработке более совершенных систем управления приводит к необходимости повышения точности анализа свойств технологических процессов и синтезируемых систем управления. Научно-методическим средством повышения точности анализа является переход к

исследованию нелинейных распределенных стохастических математических моделей технологических процессов.

1.2. Методы идентификации математических моделей технологических процессов тепловой обработки материалов.

Успех применения математического моделирования зависит от адекватности математической модели реальному процессу. В связи с этим этап идентификации математической модели технологического процесса является весьма ответственным. Под задачами идентификации понимают в широком смысле задачи определения математической модели (структуры) технологического процесса, в узком смысле – определение значений параметров модели на основе измеренных данных функционирования технологического объекта. Задачи идентификации математических моделей процессов тепловой обработки материалов оказываются достаточно сложными в математическом плане. Теория идентификации систем с сосредоточенными параметрами в настоящее время в основном создана [97,143]. Однако для повышения степени адекватности математического описания необходимо учитывать пространственно–временное распределение параметров. Проблеме идентификации систем с распределенными параметрами (СРП) в настоящее время уделяется большое внимание [2,60,101,102]. Задачи идентификации СРП относятся к классу обратных задач, которые в классическом смысле оказываются некорректными [101]. При этом нарушаются какие–либо из условий: существование решения для любых исходных данных, единственность решения, устойчивость решения к изменениям в исходных данных. А.Н.Тихонов ввел отличное от классического понятие корректности, заключающееся в требовании ограничения пространства решений до компактного множества существования, единственности и устойчивости решения. Предложенный им метод регуляризации позволяет сузить множество классически некорректных решений до компактной корректности.

Понятие идентифицируемости объекта сводится, фактически, к требованию существования, единственности и устойчивости решения соответствующей обратной задачи и формулировке условий их выполнения.

Моделируемые процессы теплообмена обладают свойствами устойчивости относительно малых возмущений своих параметров и начальных состояний. В связи с этим, как правило, отсутствует проблема устойчивости решений прямых задач (что не касается численных методов решения прямых задач). Основной проблемой при разработке алгоритмов решения обратных задач является отсутствие устойчивости решения к изменениям исходных данных. В связи с этим свойством точность решения обратной задачи существенно зависит от качества экспериментальных данных, определяемого условиями проведения теплового эксперимента [136].

Существующее многообразие постановок обратных задач, а также методов их решения порождают объективную необходимость в их классификации [53]. Наибольшей неопределенностью при использовании математических моделей технологических процессов тепловой обработки материалов обладают параметры внешнего теплообмена. В связи с этим в дальнейшем будут рассматриваться внешние [53] (или граничные) [2, 25] обратные задачи теплопроводности. Задачи идентификации могут рассматриваться в детерминированной [101] и стохастической [102,136] постановках. К настоящему времени более тщательно рассмотрены постановки в детерминированном варианте. Методы решения обратных задач в детерминированной постановке делятся на прямые (методы обращения моделей) и экстремальные методы. Экстремальные методы включают методы минимизации, регуляризации и аппроксимации. Экстремальные методы предполагают наличие функционала, оценивающего величину отклонения (невязку) расчетных значений от экспериментальных. В этом отношении прямые методы обращения могут показаться более простыми в вычислительном отношении, однако при их использовании проявляется свойство неустойчивости получаемого решения к исходным данным. В настоящее время разработаны универсальные методы решения, основанные на функциональной аппроксимации [25] и регуляризации [101]. Для применения методов регуляризации и функциональной аппроксимации используется априорная информация о свойствах искомых решений. В частности, предполагается, что определяемые параметры процессов описываются достаточно гладкими функциями.

Методы регуляризации и функциональной аппроксимации подразделяются на методы оценивания параметров во всей пространственно – временной области и методы последовательного оценивания локальных участков кривой в направлении возрастания пространственной координаты либо времени [25] .

Одним из главных требований, предъявляемых к методам решения обратных задач – это высокая эффективность вычислительных алгоритмов. Методы регуляризации в вычислительном отношении приводятся к задачам минимизации овражных функционалов, требующих для решения больших затрат машинного времени. В связи с этим в последнее время отдается предпочтение последовательным вычислительным процедурам функциональной аппроксимации на основе метода наименьших квадратов для минимизации функционалов невязки.

Методы регуляризации состоят в получении решения путем минимизации регуляризирующего функционала, который структурно состоит из двух функционалов. Первый квадратичный функционал оценивает величину невязки между измеренной и расчетной температурами. Второй функционал, стабилизирующий, суммируется с некоторым весовым коэффициентом, называемым параметром регуляризации, и предназначен для получения более гладких решений [2,101].

Проблема идентификации математических моделей содержит два аспекта: алгоритмический и информационный. Информационный аспект состоит в получении экспериментальных данных, наиболее полно характери-

зующих моделируемый процесс по отношению к настраиваемым параметрам. В связи с этим возникает необходимость в решении задачи оптимального планирования теплофизического эксперимента [5,14]. Под оптимальностью понимается выбор таких условий эксперимента, при которых погрешности измерений температуры нагреваемого тела в наименьшей степени влияют на точность расчета параметров теплообмена [112]. Обратные задачи, решаемые с целью идентификации распределенных параметров теплофизических процессов, в нелинейных постановках требуют для получения решения значительных вычислительных ресурсов.

Использование математической модели непосредственно в системе управления предполагает ее периодическую настройку в связи с изменением параметров объекта управления. Необходима разработка методов и алгоритмов оперативной адаптации параметров модели по информации о процессе, получаемой системой управления в оперативном режиме.

Другим перспективным направлением идентификации СРП является разработка методов стохастической идентификации по существенно ограниченному в пространстве объему измерений (в одной, двух точках по длине печи), но достаточно длительному по времени. В работе [32] предложены оригинальные алгоритмы адаптивной идентификации модели процесса нагрева металла по результатам измерений температуры раската за черновой группой клетей прокатного стана. Алгоритмы оказываются наиболее эффективными при определенных ограничениях на вероятностные характеристики скорости продвижения заготовок в печи.

Практическое использование методов идентификации сдерживается сложностью вычислительных методов, а также трудностью получения необходимых экспериментальных данных о температурных режимах функционирования. В литературе, несмотря на бурное развитие теории [60,101] и методов идентификации [2,25], практически отсутствуют исследования по методам подстройки параметров и оценки адекватности математических моделей технологических процессов тепловой обработки материалов. Отсутствуют также оценки эффективности алгоритмов подстройки параметров в системах управления.

1.3. Методы синтеза алгоритмов управления в детерминированной и стохастической постановках.

Стохастический характер функционирования производственных процессов, обусловленный случайным характером возмущающих воздействий и полезных сигналов приводит дополнительным существенным трудностям теоретического решения проблем создания оптимальных автоматических и автоматизированных систем управления.

Перспективным направлением создания высокоорганизованных систем управления является разработка самоорганизующихся систем. Процесс управления называется самоорганизующимся [96], если повышение эффек-

тивности управления достигается за счет использования информации о входных и выходных величинах технологического процесса, уменьшающих априорную неопределенность.

Самоорганизующийся процесс управления называется параметрически-адаптивным, если достигается уменьшение априорной неопределенности вектора параметров процесса (повышение точности математической модели технологического процесса) за счет использования информации о входных и выходных величинах. Самоорганизующийся процесс управления называется функционально-адаптивным, если улучшение качества управления достигается за счет непосредственного улучшения алгоритмов управления на основе информации о входных и выходных величинах.

Для самоорганизующихся систем управления процессы идентификации и функциональной адаптации должны производиться в темпе реального процесса. А.А. Фельдбауму принадлежит постановка и решение задачи дуального управления для стохастических систем и систем с неполной информацией о своих собственных параметрах [137]. Дуальность системы управления состоит в решении двух проблем:

- управление выбирается из условия оптимизации заданного критерия качества;
- по наблюдениям входных и выходных величин уточняется информация о собственных параметрах.

Задача дуального управления соответствует формулировке параметрически-адаптивному самоорганизующемуся управлению. Решение задачи дуального управления, как и задачи стохастического управления, получить аналитически не удастся за исключением ряда тривиальных случаев.

Оптимизационные задачи, возникающие при создании систем управления и связанные с синтезом алгоритмов управления (определение структуры управления и выбор параметров) редко удается свести к классическим задачам вариационного исчисления. Это обусловлено несколькими причинами, среди которых основными являются следующие:

- наличие существенных ограничений на управляющие воздействия и фазовые координаты, связи между которыми описываются неаналитическими функциями;
- стохастический характер технологических процессов, приводящий к случайным значениям фазовых координат и функционала качества управления. В связи с этим были созданы специальные методы, к которым относятся принцип максимума Л.С.Понтрягина, динамическое программирование Р.Беллмана, методы параметрического синтеза.

Распространение этих методов на стохастические задачи и привело к созданию современной теории управления стохастическими системами.

Методы, применяемые для синтеза структуры управления и определения параметров, делятся на два класса: аналитические и алгоритмические – в зависимости от того имеют ли аналитическое описание функционал качества и модель технологического процесса. Методы аналитического конструирования оптимального управления регуляторов составляют одно из наиболее продуктивных направлений теории и практического проектиро-

вания автоматических систем. Аналитический синтез управлений получен для определенных видов функционала качества. Наиболее удобными являются обобщенные квадратические функционалы и их варианты, которые позволяют отразить основные требования, предъявляемые к качеству систем управления. Именно поэтому синтез на основе обобщенного квадратического функционала получил наиболее широкое практическое применение.

Обобщенный квадратический критерий позволяет также существенно упростить решение задачи синтеза оптимального управления в линейных и нелинейных стохастических системах с аддитивным управлением при наблюдениях (измерениях) с помехами. Упрощение достигается за счет возможности последовательного решения задач построения оптимального линейного фильтра для оценки вектора состояния системы и оптимального регулятора, в совокупности обеспечивающих оптимальный закон управления стохастической системой. Этот факт теоретически обоснован теоремой разделения, которая была доказана впервые для дискретных линейных систем [61,149] и в дальнейшем была распространена на более широкий круг задач, также и для нелинейных объектов с достаточно общим видом критерия качества [165]. Это структурное свойство оптимальных систем имеет место независимо от того, является ли оптимальное управление линейной функцией состояния системы, а также является ли критерий качества квадратичным.

Оптимальное управление, конечно, может зависеть от параметров шумов в канале наблюдения. Однако теорема разделения означает, что при определении закона обратной связи эти шумы качественно играют ту же роль, что и помехи, воздействующие на динамическое состояние системы.

Важным практическим следствием теоремы разделения является возможность объединить результаты теории фильтрации случайных процессов и методы детерминированной теории синтеза оптимальных регуляторов.

Описание технологических процессов основывается, как правило, на нелинейных системах с распределенными параметрами, часть из которых имеет стохастическую природу. Получить точные аналитические решения задач синтеза оптимального управления такими процессами не удастся. В связи с этим получили развитие алгоритмические методы, представляющие собой вычислительные процедуры параметрической оптимизации.

В дальнейшем принцип разделения был строго обоснован и для стохастических систем с распределенными параметрами, описываемых краевой задачей параболического типа [150]. При этом оптимальное управление использует в качестве обратной связи оценку состояния объекта, определяемую распределенным фильтром Калмана–Бьюси. А граничное оптимальное управление синтезируется на основе принципа максимума [11] с коэффициентами усиления, определяемыми из интегрально–краевой задачи типа Риккати. Следует отметить, что синтез алгоритма управления с оценкой температурного поля сводится к решению нелинейных уравнений в частных производных удвоенной размерности по отношению к исходной системе и связан со значительными вычислительными трудностями. Альтернативой метода разделения может быть прямое применение метода ста-

тистического моделирования с направленным перебором всех допустимых управлений, обеспечивающих минимум критерия управления. Однако объем вычислений для синтеза алгоритмов управления при этом на несколько порядков превышает затраты, связанные с применением метода разделения.

Различные эвристические (инженерные) методы построения оптимальных стохастических систем, оказавшиеся плодотворными на практике, не получили еще строгого обоснования с точки зрения теории управления системами, описываемыми стохастическими дифференциальными уравнениями.

А.Г. Бутковским были поставлены и решены теоретические проблемы оптимального управления СРП [17], нашедшие широкое приложение в автоматизации управления нагревом металла [20], совершенствовании тепловой работы и конструировании нагревательных печей [19].

М.Д. Климовицкий впервые сформулировал практические проблемы оптимизации работы нагревательных печей [49], математического моделирования [50] и автоматического управления ряда технологических процессов тепловой обработки металла [36,52].

А.Х. Вырк использовал математическую модель (1.1.1.)–(1.1.4) для получения алгоритмов управления, обеспечивающих в стационарном режиме нагрева минимум квадратов отклонений температуры выдаваемых заготовок от заданной [33]:

$$I = C_1[T(s, \tau_H) - T_n^*]^2 + C_2[\Delta T(\tau_H) - \Delta T^*]^2, \quad (1.3.1)$$

где $T(s, \tau_H)$ – температура поверхности заготовки в момент выдачи из печи,

T_n^* – требуемая температура поверхности металла,

ΔT^* – требуемый температурный перепад,

C_1, C_2 – весовые коэффициенты.

Алгоритмы управления строились в виде функциональной зависимости управляющих воздействий $U(\tau)$ от входных параметров:

$$U(\tau) = f(T_n^*, \Delta T^*, S, \tau_H, m), \quad (1.3.2)$$

где m – параметр, определяющий марку стали.

Вектор–функции f закона управления отыскивались в том же виде, в каком представлялась аналогичная функция, полученная Бутковским А.Г. аналитически для случая тонкого в теплотехническом смысле тела [20]. Даны рекомендации по приспособлению алгоритмов (1.3.2) для управления нестационарными режимами нагрева.

Требуют более глубокой разработки и исследования эффективности, методы и алгоритмы управления технологическими процессами, ориентированные на использование в высокоорганизованных системах управления с применением микропроцессорной вычислительной техники.

Целью инженерных разработок и исследований является практическое решение задач на основе разработки методов синтеза квазиоптимального

управления. При этом разрабатываемые методы синтеза оптимального управления должны иметь ясное инженерное содержание, касающееся как целей вычислительных процедур, так и используемых вычислительных методов.

Проведенный анализ методов оптимизации и управления технологическими процессами тепловой обработки материалов позволяет сделать следующие выводы:

- имеется разрыв между теоретическими наработками в области решения задач синтеза оптимальных стохастических систем управления и уровнем имеющихся разработок систем управления конкретными технологическими процессами;
- разработаны различные методы и алгоритмы управления в системах управления тепловой обработкой материалов, однако отсутствуют анализ и исследования по сравнительной оценке их эффективности.

1.4. Автоматизированные системы управления технологическими процессами тепловой обработки материалов и применение микропроцессорной вычислительной техники.

Использование ЭВМ для оптимизации технологических процессов тепловой обработки материалов в настоящее время осуществляется по двум основным направлениям.

Первое направление – разработка и реализация на ЭВМ математических моделей передачи тепла в рабочем пространстве печи с целью совершенствования конструкций печей, разработки оптимальных режимов функционирования. В этом направлении использование ЭВМ получило широчайшее распространение как среди математиков, занимающихся разработкой теории оптимального управления [64,16,21], так и для инженеров, разрабатывающих системы управления [36,48,52], совершенствующих технологию и конструкции печей [21, 45].

Второе направление использования ЭВМ – это прямое управление технологическими процессами тепловой обработки материалов в реальном масштабе времени [51,82]. Это направление стало возможным только благодаря успехам, достигнутым первым направлением, и предполагает его при разработке и проектировании систем управления в реальном масштабе времени.

В настоящее время в стране [6,12] и за рубежом [152,154] накоплен определенный опыт использования ЭВМ для управления технологическими процессами тепловой обработки материалов. Электронные вычислительные машины различной мощности, от мини-ЭВМ до сложных многомашинных комплексов, организованных в многоуровневую иерархическую

систему управления, находят широкое применение на заводах черной металлургии, химии и коксохимии, теплоэнергетики.

Необходимость использования ЭВМ для управления технологическими процессами тепловой обработки материалов обусловливается сложностью оценки температурного состояния материалов, изменением их теплофизических и геометрических характеристик, а также производительности агрегатов. Для определения управляющих воздействий необходимо производить оценку различных текущих параметров процесса, а некоторые параметры, например время обработки, еще и прогнозировать с учетом большого количества других параметров. Выполнение такого количества вычислительных операций в одном темпе с управляемым процессом возможно только с помощью ЭВМ.

Основной целью систем управления на базе ЭВМ является снижение удельного расхода энергетических ресурсов, улучшение качества тепловой обработки материалов и готовой продукции, увеличение производительности в целом.

Проблеме автоматизации управления энергоемкими технологическими процессами уделяется много внимания, как в стране, так и за рубежом. Одной из функций ЭВМ является управление процессом нагрева металла в методических печах прокатного производства. Эксплуатация системы автоматического управления режимом нагрева металла в методических печах стана 1727 завода фирмы "Хет-Вестфаленхютте" в Дортмунде (ФРГ) позволила уменьшить удельный расход топлива на 5%, стабилизировать температуру выдачи металла на уровне 3,9 градусов среднего квадратического отклонения от заданного значения. Внедрение системы на методических печах завода "Лакэмби" фирмы "Бритиш стил" (Англия) позволило сократить расход топлива на 10 % [29].

Система автоматического управления обогревом коксовых печей фирмы «Бетлехем стил» в Берис Харбор (США) [90] на основании общей массы шихты, ее влажности и среднего выхода летучих, а также заданной температуры кокса определяет общий расход тепла на всю печь, а затем, поделив расход на заданное время коксования, рассчитывает скорость нагрева. По средней температуре кокса, выгруженного из 16 камер, система по схеме обратной связи корректирует скорость нагрева, так, чтобы измеренное значение температуры кокса совпадало с заданным. Таким образом, скорость нагрева адаптируется для поддержания заданной температуры кокса. Среднее квадратическое отклонение температуры кокса снизилось с 14 до 9,4°С.

На металлургическом заводе фирмы «Сумимото метал индастриз» (Вакаяма, Япония) внедрена система регулирования температуры выдачи кокса (конечной температуры коксования) [78]. В системе используется математическая модель теплообмена в коксовой печи и реализована возможность операторской настройки величины теплоотвода к камерам коксования. Осуществляется прогноз влажности шихты и учет тепловых потерь в соответствии с интенсивностью атмосферных осадков. После ввода системы регулирования в действие среднеквадратическое отклонение суточных

температур выдаваемого кокса снизилось с 19 до 6°С, а по камерам батареи с 27 до 16°С.

В настоящее время для нагревательных печей разработаны две типовые системы управления, учитывающие особенности нагрева металла в толкательных и кольцевых печах [52]. В этих системах были реализованы алгоритмы оптимизационного управления, с входными параметрами – темп выдачи заготовок и температура металла в методической зоне. Внедрение этих систем позволило сократить удельный расход топлива на 8%, уменьшить потери металла в окалину на 5%, увеличить производительность печей на 2,3%. На стане 2000 Новолипецкого металлургического завода среднее квадратическое отклонение температуры поверхности заготовок снизилось до 4–6 градусов [49].

Было рекомендовано обратить внимание на разработку адаптивных моделей нагрева заготовок, методов стабилизации температуры раската за черновой группой непрерывных станов горячей прокатки. В дальнейшем системы управления должны разрабатываться на базе ЭВМ, одной из функций которых должно быть оптимальное управление процессом нагрева металла.

Поскольку процесс нагрева металла неразрывно связан с последующей прокаткой, система управления участком нагрева должна быть связана с системой управления процессом прокатки, получать информацию об очередности нагрева и прокатки партий заготовок. Для эффективной реализации своих функций система управления участком нагрева должна быть подсистемой интегрированной системы управления прокатным производством [6,8], объединяющей в себе не только управление технологическими процессами, но и решение задач оперативного управления и планирования.

На участке нагрева ЭВМ может выполнять следующие основные функции [51,82]:

- 1) осуществлять слежение за металлом на участке печей, т.е. на любой момент времени ЭВМ располагает информацией о порядке следования заготовок, геометрических размерах заготовок и листов, марке стали;
- 2) определять параметры теплового режима печей так, чтобы своевременно обеспечить прокатный стан качественно нагретым металлом с минимальными потерями металла в окалину и минимальным расходом топлива;
- 3) управлять скоростью продвижения заготовок в печи и их выдачей с целью обеспечения синхронной работы печей и прокатного стана;
- 4) формировать данные об основных технико-экономических показателях работы участка печей.

Работа по внедрению высокоорганизованных систем управления технологическими процессами тепловой обработки материалов только начинается. Стоимость разработки и внедрения таких систем достаточно высока, эффективность систем управления, как отмечается в работе [82], пропорциональна объему производимой продукции. Поэтому еще следует определить те производства, на которых внедрение систем управления нагревом на базе ЭВМ даст максимальный эффект.

Проведенный анализ использования ЭВМ для оптимизации и управления технологическими процессами тепловой обработки материалов позволяет сделать следующие выводы:

1. Необходимость использования ЭВМ обусловлена сложностью математических моделей методов оптимизации тепловых процессов, трудностью оценки температурного состояния нагреваемого материала, частым изменением параметров технологических процессов в производственных условиях.

2. Эффективность использования ЭВМ состоит в улучшении качества тепловой обработки материалов, снижении расхода топлива и увеличении производительности технологического оборудования в целом.

3. Внедрение интегрированных систем управления на базе ЭВМ следует считать одним из основных направлений автоматизации высокопроизводительных технологических комплексов.

1.5. Постановка задач исследования.

Одной из основных задач автоматизации технологических процессов является создание автоматизированных систем управления, целью которых есть обеспечение высокопроизводительного функционирования технологических комплексов, производства продукции высокого качества при минимально возможных стоимостных затратах.

Важнейшим этапом создания автоматизированных систем управления технологическими процессами тепловой обработки материалов является разработка математических моделей, что связано с необходимостью решения противоречия между их точностью и сложностью на основе всестороннего исследования управляемого процесса и его моделей. Этап разработки моделей, методов параметрической настройки, исследования адекватности и разработки соответствующего математического обеспечения, является наиболее ответственным и трудоемким.

Инженерные методы расчета процессов теплообмена в технологических процессах тепловой обработки сырья и материалов обеспечивают точность рассчитываемых технологических и конструктивных параметров лишь на уровне $\pm 30-50\%$. При разработке математического и программного обеспечения для автоматизированных систем управления тепловыми режимами существенно возрастают требования по точности математических моделей технологических процессов. В связи с этим использование инженерных методов для моделирования оказывается невозможным. Повышение точности расчетов связывают с разработкой математических моделей тепловых процессов более полно учитывающих механизмы теплопередачи и тонкие эффекты. Совершенствование моделей осуществляется следующими путями:

- введение в модель дополнительных факторов (переменных), ранее не учитываемых;

- рассмотрение параметров процессов в качестве распределенных по координатам величин;
- повышение размерности моделей путем введения дополнительных пространственных координат;
- учет нелинейных зависимостей одних параметров от других;
- учет тепловых эффектов фазовых и структурных превращений материалов и сырья.

Сокращение объема работ по разработке математической модели, повышение качества и гибкости проектируемой системы управления может быть достигнуто, если подстройку модели поручить самой системе управления. Подстройку параметров модели в реальном масштабе времени можно осуществить только при условии выполнения жестких ограничений, накладываемых как на саму модель, так и на сложность алгоритмов адаптации. В связи с этим возникает необходимость в разработке простых и эффективных методов и алгоритмов подстройки параметров.

На базе математической модели строятся алгоритмы управления, устанавливающие зависимость управляющих воздействий от входных параметров и конечного состояния управляемого процесса. Поскольку такая зависимость не однозначна (требуемое конечное состояние процесса может быть получено при различных управляющих воздействиях), то соотношение между полученными с помощью алгоритмов управляющими воздействиями должно быть таково, чтобы требуемое конечное состояние достигалось с минимальными стоимостными затратами. Поскольку вопрос об оптимальной структуре управляющих воздействий не может быть решен в рамках локальной модели, возникает необходимость в определении оптимальных режимов тепловой обработки материалов, что может быть сделано только на базе развитой математической модели, учитывающей энергетические и материальные затраты.

Важнейшим этапом создания систем управления тепловой обработкой материалов является выбор и обоснование метода управления, включающего разработку структуры алгоритмов управления, выяснения вопроса о необходимости и способах организации обратной связи. Метод управления технологическим процессом определяет:

- 1) качество системы управления, одним из критериев которого является точность управления;
- 2) необходимую для его реализации мощность средств вычислительной техники (объем памяти и быстродействие);
- 3) стоимость разработки и эксплуатации системы в целом, а также экономический эффект ее внедрения.

Метод управления должен обеспечить требуемую точность тепловой обработки материалов протекающей, как правило, в условиях воздействия случайных возмущений. Для того чтобы оценить качество управления необходимо изучить вероятностные характеристики случайных возмущений и их воздействие на конечную температуру нагреваемого материала. Решение такой задачи возможно на базе математической модели, позволяющий

имитировать процесс тепловой обработки материалов в условиях случайной производительности.

Для того чтобы осуществить адекватное производственным условиям моделирование, необходима нестационарная тепловая модель, позволяющая моделировать технологический процесс во всем многообразии изменяющихся входных величин, часть которых имеет стохастическую природу. Имитационное моделирование является эффективным инструментом для решения следующих задач:

- исследование статистической динамики процесса, когда по вероятностным характеристикам входных величин требуется определить вероятные характеристики выходных величин и параметров состояния технологического процесса;
- исследование эффективности методов и алгоритмов идентификации параметров математической модели, ориентированные на использование в системах управления в реальном масштабе времени.
- анализ качества методов и алгоритмов управления, одним из показателей которого является точность стабилизации выходных параметров;

Исходя из перечисленных вопросов, возникающих при разработке систем управления тепловой обработкой материалов, а также из анализа литературы, проведенного в предшествующих параграфах, сформулируем следующие основные задачи по разработкам и исследованиям процессов тепловой обработки материалов, как объектов автоматизации управления:

1) разработка и исследование математических моделей для синтеза алгоритмов управления и оптимизации режимов функционирования технологического оборудования;

2) разработка имитационных моделей технологических процессов тепловой обработки материалов в условиях случайных возмущений для оценки эффективности методов управления, обоснования структуры алгоритмов управления с позиции требуемой точности управления разрабатываемых систем управления.

Первая задача включает в себя следующие основные этапы:

1) разработка различных по назначению математических моделей процессов тепловой обработки материалов;

2) исследование параметрической чувствительности математических моделей с целью синтеза оптимальных стратегий теплофизических экспериментов для повышения точности определения параметров модели и построения эффективных алгоритмов подстройки параметров модели;

3) разработка методов и алгоритмов начальной настройки и адаптации параметров моделей в реальном масштабе времени и оценка адекватности математических моделей.

Решение второй поставленной задачи включает следующие этапы:

1) исследование вероятностных характеристик возмущающих воздействий технологических процессов;

2) разработка имитационных моделей для решения задач анализа статистической динамики тепловой обработки материалов в условиях случайных возмущений;

3) всестороннее исследование вероятностных характеристик тепловых полей обрабатываемых материалов в условиях различных по характеру и интенсивности возмущающих воздействий;

4) разработка и исследование эффективности методов и алгоритмов управления, оценка влияния точности прогнозирования параметров на качество функционирования системы управления в условиях случайных возмущений.

2. РАЗРАБОТКА И ИССЛЕДОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ И ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ РЕЖИМОВ ТЕПЛОВОЙ ОБРАБОТКИ

2.1. Математические модели технологического процесса нагрева металла в проходных печах

2.1.1. Модель тепловой работы методической печи.

Нагрев заготовок перед прокаткой должен обеспечить высокие пластические свойства стали и наименьшее сопротивление деформации. Пластичность зависит от химического состава, структуры и температуры металла. Достаточно высокая температура нагрева металла позволяет увеличивать величину обжатия и создает возможность повышения производительности прокатного стана. Качественный нагрев металла уменьшает вероятность поломки стана, снижает расход электроэнергии, износ валков, удешевляет эксплуатацию всего прокатного оборудования.

Высокое качество нагрева металла обеспечивается соблюдением в процессе нагрева ряда технологических ограничений и необходимым температурным распределением по сечению выдаваемой из печи заготовки. Для каждой марки стали существует температура нагрева, создающая наилучшие условия для прокатки [49], превышение ее ведет к росту зерен кристаллической структуры, ухудшению механических свойств металла, образованию трещин и разрывов при прокатке. Такое явление в практике называется перегревом. При температурах, близких к точке плавления составляющих стали, происходит пережог стали, сопровождающийся увеличением зерен, при этом связь между ними ослабевает, и металл при прокатке разрушается. Наиболее подвержены пережогу высоколегированные стали. Неравномерный нагрев способствует свертыванию прокатываемого листа, образованию трещин, разрывов, увеличению износа валков и расхода электроэнергии на прокатку. Нагрев заготовок сопровождается газовой коррозией различных видов – окислением, обезуглероживанием и т. п.

Интенсивность взаимодействия поверхности нагреваемого металла зависит от температуры и химического состава, химико-кинетических параметров взаимодействия и условий массообмена металла с атмосферой печи. Величина окислившегося слоя металла зависит также от продолжительности нагрева и геометрических размеров заготовок. Окисление приводит к потерям металла, снижает качество готового листа, ускоряет износ огнеупорных материалов и усложняет эксплуатацию печей и прокатного стана. Подробный анализ влияния режимных факторов нагрева, определяющих экономические показатели участков нагрева и прокатки, проведен в работе [20].

В настоящее время в прокатных цехах металлургических заводов широкое распространение получили нагревательные методические печи (Рис.2.1.1.), имеющие несколько зон нагрева.

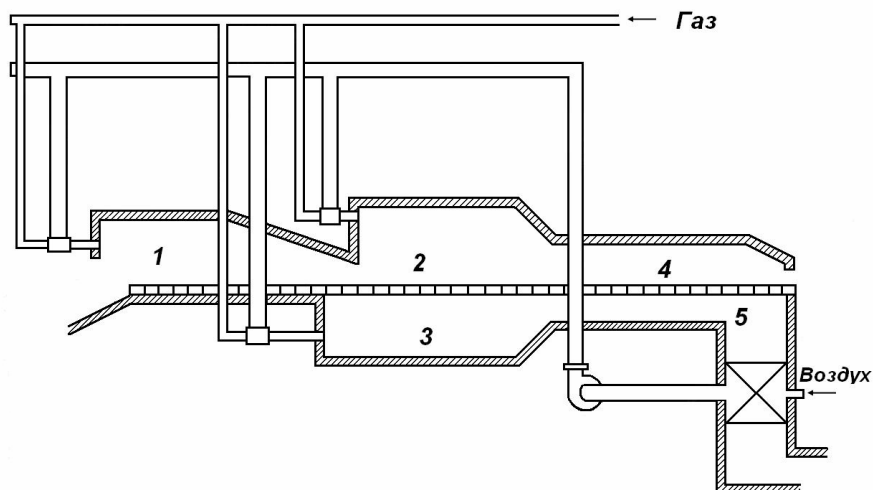


Рис.2.1.1. Трехзонная методическая печь:

1 – томильная зона; 2 – верхняя сварочная зона; 3 – нижняя сварочная зона; 4 – верхняя методическая зона; 5 – нижняя методическая зона.

Методические печи являются высокопроизводительными непрерывно действующими агрегатами, работающими по принципу противотока – продукты горения движутся навстречу нагреваемому металлу. Для нагрева заготовки загружаются в наиболее холодную часть методической зоны печи и постепенно продвигаются через сварочную и томильную зоны к окну выдачи. В методической и сварочной зонах металл движется по четырем водоохлаждаемым глиссажным трубам в два ряда. В методической зоне металл нагревается за счет тепла, поступающего из отапливаемой сварочной зоны (зоны высоких температур), которая предназначена для интенсивного нагрева металла. Температура поверхности нагреваемого тела в сварочной зоне приближается к заданной, в то время как температура середины заготовки все еще низкая. В методической и сварочной зонах заготовки лежат на глиссажных трубах и в местах контакта с этими трубами на металле образуются области с более низкой температурой (холодные пятна). Выравнивание температур в заготовке происходит в томильной зоне. Здесь металл выдерживается на монолитном огнеупорном поде.

В верхней, нижней сварочных и томильной зонах установлены горелки для сжигания газообразного топлива. Топливом может служить природный газ или коксодоменная смесь.

Для подогрева воздуха в печи установлен керамический противоточный рекуператор, в который поступают продукты горения с температурой

(850–950)°С. Воздух при этом нагревается до (350–450)°С. Подогрев воздуха повышает температуру горения топлива, увеличивает тепловую нагрузку печи и делает ее работу более экономичной.

Нагрев металла в печах представляет собой сложный теплотехнический процесс, в котором выделяется совокупность взаимосвязанных более простых процессов: физических (движение газов, металла, теплопередача) и химических (горение топлива, окисление и обезуглероживание металла).

Процесс нагрева металла складывается из внешнего и внутреннего теплообмена. В рабочем пространстве печи (внешний теплообмен) выделяются следующие элементарные процессы:

- 1) тепловыделение в газовой фазе химической энергии топлива;
- 2) теплообмен продуктов горения с кладкой печи и через нее с окружающей средой, нагреваемым металлом, водоохлаждаемыми глиссажными трубами, окружающей средой через окна печи.

Нагрев металла по сечению заготовки (внутренний теплообмен) зависит от условий теплообмена в рабочем пространстве печи и теплофизических свойств металла.

При разработке математической модели тепловой работы печи принимаются следующие упрощающие предложения:

- 1) нагреваются однотипные заготовки с одинаковыми геометрическими размерами и теплофизическими параметрами;
- 2) производительность печи, а, следовательно, и время нагрева каждой заготовки, постоянны;
- 3) расход топлива V_i , $i = 1, N$ по зонам печи и коэффициент расхода воздуха не меняются во времени;
- 4) сечение каждой зоны постоянно по длине печи;
- 5) продукты горения равномерно заполняют все сечение зоны, температура газов постоянна по ширине печи и изменяется только по длине;
- 6) отсутствует тепло- и массообмен между продуктами горения верхних и нижних зон печи;
- 7) сгорание топлива мгновенное, тепловыделение в газовой фазе отсутствует;
- 8) теплофизические параметры нагреваемого металла и газов и коэффициенты теплопередачи постоянны в зоне печи;
- 9) не учитывается распространение тепла в металле и газе вдоль печи;
- 10) пренебрегаем теплом, выделяемым в результате окисления металла и тепловым сопротивлением окалины;
- 11) отсутствует теплообмен между глиссажными трубами и нагреваемым металлом, считаем, что они только экранируют нагреваемые заготовки.

Принятые предложения позволяют считать процесс нагрева стационарным. В зонах печи устанавливается постоянный тепловой режим: температуры продуктов горения, кладки и металла по сечению в каждой точке противотока не меняются во времени.

Процесс нагрева металла в зоне печи описывается следующей системой уравнений:

$$\frac{\partial t}{\partial X} = \frac{\partial^2 t(\rho, X)}{\partial \rho^2}, \quad (2.1.1)$$

$$-\frac{\partial t(0, X)}{\partial \rho} = SR_1 \{ [t_r^i(X)]^4 - [t(0, X)]^4 \} + \quad (2.1.2)$$

$$+ Bi_1 [t_r^i(X) - t(U, X)],$$

$$\frac{\partial t(1, X)}{\partial \rho} = SR_2 \{ [t_r^{i+1}(X)]^4 - [t(1, X)]^4 \} + \quad (2.1.3)$$

$$+ Bi_2 [t_r^{i+1}(X) - t(1, X)],$$

$$\frac{dt_r^i(X)}{dX} = W_1 \{ SR_1 [t_r^i(X)]^4 - t(0, X)^4 \} + \quad (2.1.4)$$

$$+ Bi_1 [t_r^i(X) - t(0, X)] + Bi_1^* [t_r^i(X) - t_{окр}],$$

$$\frac{dt_r^{i+1}(X)}{dX} = W_2 \{ SR_2 [t_r^{i+1}(X)]^4 - t(1, X)^4 \} + \quad (2.1.5)$$

$$+ Bi_2 [t_r^{i+1}(X) - t(1, X)] + Bi_2^* [t_r^{i+1}(X) - t_{окр}].$$

Граничные условия (2.1.2), (2.1.3) и уравнения тепловых балансов (2.1.4), (2.1.5) описывают процесс нагрева металла и изменение температуры газов по длине зоны при двухстороннем нагреве. Особенностью томильной зоны является односторонний нагрев, заготовки лежат здесь на подине, поэтому граничное условие (2.1.2) приобретает вид:

$$\frac{\partial t(0, X)}{\partial \rho} = 0. \quad (2.1.6)$$

Для металла, сажаемого в печь, известно распределение температуры по сечению:

$$t(\rho, 0) = t_H(\rho) \quad (2.1.7)$$

для ρ в интервале $0 \leq \rho \leq 1$.

В точках X_i^* по длине печи между двумя отапливаемыми зонами температура газа имеет разрыв, так как в торцах зон имеются горелочные устройства. Под $t_r^i(X_{+o}^*)$ будем понимать температуру газа, уходящего из i -той зоны.

Здесь

$$\rho = \frac{r}{S}, \quad X = \frac{aX}{vS^2}, \quad SR_i = \frac{\sigma_i(T^*)^3 S}{\lambda},$$

$$Bi_i = \frac{\alpha_i S}{\lambda}, \quad Bi_i^* = \frac{k_i^\Sigma S \Pi_i}{\lambda f}, \quad W_i = \frac{G_M C_M}{G_i C_\Gamma}, \quad i = 1, N,$$

безразмерная температура металла и окружающей среды:

$$t = \frac{T}{T^*}, \quad t_{окр} = \frac{T_{окр}}{T^*}$$

безразмерная температура газов в i -ой зоне, $i = 1, N$:

$$t_\Gamma^i = \frac{T_\Gamma^i}{T^*}$$

σ, α_i – коэффициенты лучистого и конвективного теплообмена в i -ой зоне;

r – координата по сечению заготовки толщины S ;

X – координата по длине противотока, отсчитываемая от места посадки металла в печь;

X_i^* – значение координаты конца i -ой зоны;

a, λ – коэффициенты температуро- и теплопроводности металла в зоне печи;

C_M, C_Γ – теплоемкость металла и продуктов горения;

v – скорость движения металла;

Π_i – периметр поперечного сечения i -ой зоны;

f – площадь поверхности нагреваемого металла, расположенного на участке печи единичной длины;

k_i^Σ – суммарный коэффициент потерь тепла рабочим пространством i -ой зоны, определяется по формуле:

$$k_i^\Sigma = k_{кЛ}^i + k_{вОД}^i \frac{f_1}{\Pi_i}$$

где $k_{кЛ}^i, k_{вОД}^i$ – коэффициенты теплопередачи от газов через кладку в окружающую среду и через стенки водоохлаждаемых элементов к воде; f_1 – площадь поверхности водоохлаждаемых элементов, приходящихся на единицу длины печи;

Производительность печи:

$$G_M = v\gamma S l$$

γ – удельный вес металла;

l – длина заготовки;

Количество продуктов горения, проходящих по сечению i -ой зоны (для i

–нечетных $k = N$, для i –четных $k = N-1$):

$$G_i = V_{\text{ПГ}}(V_{i+2} + \dots + V_k)$$

$V_{\text{ПГ}}$ – количество продуктов горения, образующихся при полном сгорании единицы топлива с заданным коэффициентом расхода воздуха.

Температуру горения топлива определим по формуле:

$$T_i = \frac{Q_H^p + Q_{\text{физ}} + Q_i^z - Q_n^\Sigma}{V_{\text{ПГ}}^i C_T} \quad (2.1.8)$$

где Q_H^p – низшая теплота сгорания единицы топлива;

Физическое тепло, вносимое в зону подогретым воздухом и топливом, приходящееся на единицу расходуемого топлива:

$$Q_{\text{физ}} = V_B C_B T_B + C_T T_T$$

V_B – объем воздуха, расходуемого на сжигание единицы топлива;

T_B, T_T – температура подогрева воздуха и топлива;

Q_n^Σ – суммарные потери тепла на нагрев смеси и химическую неполноту сгорания, приходящиеся на единицу топлива;

Количество продуктов горения, образующихся при сжигании единицы топлива в i -ой зоне с учетом поступления продуктов горения из других зон:

$$V_{\text{ПГ}}^i = V_{\text{ПГ}}(1 + V_i / G_{i+2})$$

Физическое тепло, вносимое продуктами горения других зон, приходящееся на единицу расходуемого в i -ой зоне топлива:

$$Q_i^z = Q_{i+2} C_r T_r^{i+2} (X_{+o}^*) / V_i$$

В математической модели (2.1.1) – одномерное уравнение теплопроводности описывает процесс внутреннего теплообмена в заготовке по всей длине печи, (2.1.4), (2.1.5) – уравнения теплового баланса, описывающие излучение температуры продуктов горения в результате теплообмена с металлом и окружающей средой (внешний теплообмен).

На поверхности нагреваемого металла заданы граничные условия третьего рода, (2.1.2), (2.1.3), связывающие внешний и внутренний теплообмен в единый тепловой процесс.

Следует обратить внимание на отсутствие начальных условий в краевой задаче (2.1.1)–(2.1.7) для температур газов. В работах рассмотрены задачи нагрева тел в противотоке газов с известными начальными условиями для температуры газов на входе в противоток, либо на выходе из противотока.

Температура газа на входе в противоток может быть определена по формуле (2.1.8) в том случае, если известно количество тепла вносимого в зону подогретым воздухом $Q_{\text{физ}}$. В свою очередь температура воздуха, подогреваемого в рекуператоре, зависит от температуры поступающих туда продуктов горения, т.е. опять же от неизвестных температур газов в точке $X = 0$. Таким образом, между температурами газов в точках входа и выхода

из противотока существует некоторая связь, осуществляемая процессом подгрева воздуха в рекуперативном теплообменнике.

Перейдем к рассмотрению математической модели рекуператора.

Принятое предположение о стационарности процесса нагрева металла в рабочем пространстве печи обуславливают стационарные условия работы рекуператора.

Согласно принятым предположениям уравнения теплообмена между потоками продуктов горения и нагреваемым воздухом имеют вид:

$$G_{III}^{\Sigma} C_{\Gamma} \frac{dt_{III}}{dY} = K_p (t_{III} - t_B), \quad (2.1.9)$$

$$G_B^{\Sigma} C_B \frac{dt_B}{dY} = K_p (t_{III} - t_B), \quad (2.1.10)$$

$$t_B(0) = t_{окр} \quad (2.1.11)$$

где

$$G_{III}^{\Sigma} = V_{III} \sum_{i=1}^n V_i, \quad G_B^{\Sigma} = V_B \sum_{i=1}^N V_i,$$

t_{III} , C_{III} , G_{III}^{Σ} – температура, теплоемкость и расход продуктов горения;

t_B , C_B , G_B^{Σ} – температура, теплоемкость и расход нагреваемого воздуха;

Y – координата по длине рекуператора;

K_p – коэффициент теплоотдачи через стенку рекуператора.

Для теплообменников рекуперативного типа с разделительной поверхностью цилиндрической формы коэффициент теплопередачи стенки определяется по известному соотношению через коэффициенты теплопередачи на внутренней и наружной сторонах трубы, а также коэффициент теплопроводности материала стенки [35].

Уравнения (2.1.9), (2.1.10) описывают изменения температур теплоносителей по длине рекуператора $0 \leq Y \leq L_p$. Известно только начальное условие для температуры воздуха (2.1.11). В том случае, если известны температуры уходящих газов печи $t_i^1(0)$ и $t_r^2(0)$, температура продуктов горения, поступающих в рекуператор, недостающее начальное условие для системы уравнений (2.1.9)–(2.1.11) определяется по формуле:

$$t_{III}(L_p) = \frac{t_r^1(0)G_1 + t_r^2(0)G_2}{G_{III}^{\Sigma}} \quad (2.1.12)$$

Интегрирование системы линейных дифференциальных уравнений (2.1.9), (2.1.10) с начальными условиями (2.1.11), (2.1.12) дает выражение для определения конечной температуры воздуха:

$$t_B(L_p) = t_B(0) - [t_B(0) - t_{III}(L_p)] \frac{1 - \exp\left\{-\frac{K_p L_p}{W_B} \left(1 - \frac{W_B}{W_{III}}\right)\right\}}{1 - \frac{W_B}{W_{III}} \exp\left\{\frac{K_p L_p}{W_B} \left(1 - \frac{W_B}{W_{III}}\right)\right\}},$$

где

$$\frac{W_B}{W_{III}} = \frac{G_B^\Sigma C_B}{G_{III}^\Sigma C_\Gamma}$$

– отношение водяных эквивалентов потоков газа.

Проанализируем предложенную математическую модель процесса нагрева (2.1.1)–(2.1.12) с точки зрения ее возможностей учитывать компоненты теплового баланса зоны. Математическая модель отражает приход в зону тепла выделяемого при горении топлива, вносимого подогретым воздухом и продуктами горения из другой зоны, учитывает расход тепла на нагрев металла, тепло уходящих продуктов горения, потери тепла через свод, стены, водоохлаждаемые трубы и т.д.

В математической модели не учтены тепло реакции окисления железа и теплообмен излучением между зонами.

На основе математической модели (2.1.1)–(2.1.12) может быть промоделирован процесс нагрева металла в широком диапазоне входных параметров; для заготовок различных геометрических размеров, марок стали, различной производительности печи, различных теплотворной способности топлива и коэффициентов расхода воздуха, в различных условиях теплообмена греющей среды с металлом и внешней средой может быть получено температурное поле в заготовке и распределение температуры греющей среды по всей длине печи.

Математическая модель (2.1.1)–(2.1.12) в дальнейшем используется для исследования оптимальных режимов нагрева металла.

2.1.2. Математическая модель температурного процесса нагрева металла

Для математического моделирования процесса нагрева в системах управления температурным режимом зон нет смысла моделировать все процессы, описанные в модели (2.1.1)–(2.1.12). Математическая модель, предназначенная для определения температурного режима, должна описывать только часть процессов, управление которыми обеспечивают требуемое конечное состояние выдаваемой из печи заготовки. Таким процессом является собственно нагрев заготовки по всей длине печи, температурное распределение в зонах печи при этом считается известным. Математическая модель процесса нагрева заготовки в многозонной методической печи имеет вид:

$$C(T)\rho(T)\frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial X} \left[\lambda(T) \frac{\partial T}{\partial X} \right], \quad (2.1.13)$$

$$-\lambda(T) \frac{\partial T(0, \tau)}{\partial X} = \sigma_1 \{ [\bar{U}_1(\tau)]^4 - [T(0, \tau)]^4 \} + \alpha_1 [\bar{U}_1(\tau) - T(0, \tau)], \quad (2.1.14)$$

$$\lambda(T) \frac{\partial T(s, \tau)}{\partial X} = \sigma_2 \{ [\bar{U}_2(\tau)]^4 - [T(s, \tau)]^4 \} + \alpha_2 [\bar{U}_2(\tau) - T(s, \tau)], \quad (2.1.15)$$

$$T(X, 0) = T_o(X). \quad (2.1.17)$$

Температура рабочего пространства печи аппроксимируется линейными и кусочно-постоянными функциями:

$$\bar{U}_1(\tau) = \begin{cases} U_1(\tau) = U_1^o + C_1\tau, & 0 \leq \tau \leq \tau_1, & C_1 - const, \\ U_i(\tau) = U_i, & \tau_{i-1} \leq \tau \leq \tau_i, & i = 2, 4, \dots \end{cases} \quad (2.1.18)$$

$$\bar{U}_2(\tau) = \begin{cases} U_2(\tau) = U_2^o + C_2\tau, & 0 \leq \tau \leq \tau_1, & C_2 - const, \\ U_i(\tau) = U_i, & \tau_{i-1} \leq \tau \leq \tau_i, & i = 1, 3, \dots \end{cases} \quad (2.1.19)$$

где τ_i – моменты времени выхода заготовок из i -ой зоны нагрева;

U_1^o, U_2^o – температура методической зоны в точках посадки заготовок (1) – снизу, (2) – сверху;

C_1, C_2 – константы, определяющие скорость изменения температуры методической зоны в процессе равномерного движения заготовки.

При заданных величинах времени нагрева заготовки в зонах температурный режим печи задается величинами – температурами сварочных и томильной зон соответственно.

Математическая модель (2.1.13)–(2.1.19) задает распределение температуры $T(X, \tau)$ в заготовке по ее сечению и времени и позволяет более точно описать процесс нагрева с учетом зависимости теплофизических характеристик металла от температуры.

2.1.3. Численные методы решения краевой задачи противоточного теплообмена

Математическое моделирование процесса нагрева металла связано с решением уравнения теплопроводности. Дифференциальное уравнение теплопроводности относится к числу параболических уравнений второго по-

рядка в частных производных, решение которого есть одна из задач математической физики [93]. Методы решения задач теплопроводности делятся на аналитические и численные, точные и приближенные, детерминированные и вероятностные [54,72].

Аналитические формы решения для сложных задач теплопроводности получаются, как правило, весьма громоздкими, поэтому доведение решения до числа проводится с помощью ЭВМ. В этом случае предпочтение отдается численным методам.

Наиболее широкое распространение для решения задач теплопроводности получили методы конечных разностей [67, 93].

Менее проработанным в настоящее время является вопрос о решении краевых задач, возникающих в связи с заданием начальных условий в различных точках противотока.

Для реализации математической модели процесса нагрева металла (2.1.1) – (2.1.12) на ЭВМ воспользуемся методом конечных разностей. Для этого осуществим конечно – разностную аппроксимацию уравнений (2.1.1)–(2.1.7). Введем в прямоугольнике $0 \leq \rho \leq 1, 0 \leq X \leq X^*$ равномерную сетку

$$\omega_{\rho, X} = \omega_{\rho} \times \omega_X,$$

где

$$\omega_{\rho} = \{\rho_i = ih_{\rho}, \quad i = 0, 1, \dots, n_{\rho}, \quad h_{\rho} = 1/n_{\rho}\},$$

$$\omega_X = \{\rho_j = jh_X, \quad j = 0, 1, \dots, n_X, \quad h_X = X^*/n_X\}.$$

Функциям t и t_r поставим в соответствие сеточные функции Y, \bar{Y} . Аппроксимация уравнения теплопроводности (2.1.1) по явной схеме оказывается предпочтительной, поскольку позволяет расщепить систему нелинейных уравнений (граничные условия (2.1.2), (2.1.3) и балансовые уравнения (2.1.4), (2.1.5)) на две системы из двух уравнений. Достигается это за счет того, что явная схема позволяет получить решения во внутренних точках сетки $\omega_{\rho, X}$, выразив их через значения предыдущего слоя. В случае аппроксимации уравнения теплопроводности неявной схемой для получения решения на следующем слое пришлось бы решать нелинейную систему уравнений порядка $n_{\rho} + 3$. В узлах $\rho_i = 1, 2, \dots, n_{\rho} - 1$ уравнение теплопроводности аппроксимируем явной схемой:

$$\frac{Y_i^{j+1} - Y_i^j}{h_X} = \frac{Y_{i-1}^j - 2Y_i^j + Y_{i+1}^j}{h_{\rho}^2} \quad (2.1.20)$$

Граничные условия (2.1.2), (2.1.3), уравнения теплового баланса (2.1.4), (2.1.5) и начальные условия (2.1.7) аппроксимируем следующими разностными выражениями:

$$-\frac{Y_i^{j+1} - Y_o^j}{h_{\rho}} = SK_1 \left[\left(\bar{Y}_1^{j+1} \right)^4 - \left(Y_o^{i+1} \right)^4 \right] +$$

$$+ Bi_1 \left(\bar{Y}_1^{j+1} - Y_o^{j+1} \right) \quad (2.1.21)$$

$$\frac{Y_n^{j+1} - Y_{n-1}^{j+1}}{h_\rho} = SK_2 \left[\left(\bar{Y}_2^{j+1} \right)^4 - \left(Y_n^{i+1} \right)^4 \right] + Bi_2 \left(\bar{Y}_2^{j+1} - Y_n^{j+1} \right), \quad (2.1.22)$$

$$\frac{Y_1^{j+1} - Y_1^j}{h_x} = W_1 \left\{ SK_1 \left[\left(\bar{Y}_1^{j+1} \right)^4 - \left(Y_o^{i+1} \right)^4 \right] + Bi_1 \left(\bar{Y}_1^{j+1} - Y_o^{j+1} \right) + Bi_1^* \left(\bar{Y}_1^{j+1} - t_{окр} \right) \right\}, \quad (2.1.23)$$

$$\frac{\bar{Y}_2^{j+1} - \bar{Y}_2^j}{h_x} = W_2 \left\{ SK_2 \left[\left(\bar{Y}_2^{j+1} \right)^4 - \left(Y_n^{i+1} \right)^4 \right] + Bi_2 \left(\bar{Y}_2^{j+1} - Y_n^{j+1} \right) + Bi_2^* \left(\bar{Y}_2^{j+1} - t_{окр} \right) \right\}, \quad (2.1.24)$$

$$Y_i^o = t_H(\rho), \quad i = 0, n_\rho \quad (2.1.25)$$

Система (2.1.20)–(2.1.25) имеет порядок аппроксимации $O(h_\rho + h_x)$. Явная схема аппроксимации накладывает условие устойчивости на величины шагов по координатам [93]:

$$\frac{h_x}{h_\rho^2} \leq \frac{1}{2}. \quad (2.1.26)$$

Предположим, что на слое j известны температуры газов и распределение температуры по сечению заготовки. Покажем, как теперь получить решение системы (2.1.20)–(2.1.25) на слое $j+1$. Из соотношения (2.1.20) определим значения температур во внутренних точках $Y_1^{j+1}, \dots, Y_{n_\rho-1}^{j+1}$. Оставшиеся уравнения распадаются на две самостоятельные системы уравнений (2.1.21), (2.1.23) и (2.1.22), (2.1.24). Наиболее простым и удобным для реализации на ЭВМ методом решения полученных систем уравнений является итерационный метод последовательных приближений. Для этого уравнения преобразуются относительно каких-либо различных неизвестных так, чтобы слева находилась одна из неизвестных переменных. В качестве начального приближения берутся значения соответствующих величин с предыдущего слоя, подставляются в одно из уравнений, затем результат вычислений подставляется в другое уравнение. Две – три такие итерации позволяют получить достаточно высокую точность решения системы, т.е. получить значения Y_o^{j+1} , \bar{Y}_1^{j+1} и Y_n^{j+1} , \bar{Y}_2^{j+1} . Следуя изложенной схеме, переходя от слоя к слою, можно получить значения функций t и t_r во всех точках ρ_i , X_j сетки $\omega_{\rho,x}$. Однако, это решение предполагает известными температуры продуктов горения, уходящих из зон печи $t_r^1(0), t_r^2(0), t_r^3(X_{+o}^*)$.

В математической модели (2.1.1)–(2.1.7) температура газа не задана ни в одной точке противотока. Но на температуры газа в точках $X = 0$, $X = X^*$, $X = X^{**}$ накладывается связь уравнениями теплообмена в рекуператоре (2.1.9), (2.1.10) и конечным соотношением для расчета теоретической температуры горения топлива (2.1.8). Связь (2.1.9), (2.1.10), (2.1.8) обеспечивает для фиксированного набора параметров S , G_M , \bar{V} краевой задачи единственность решения $t(\rho, X)$, $t_r^1(X)$, $t_r^2(X)$, $t_r^3(X)$. Краевая задача (2.1.1)–(2.1.7) будет решена, если удастся определить такие значения $t_r^1(0)$, $t_r^2(0)$, $t_r^3(X_{+o}^*)$, для которых имеет место равенство полученных температур газов в точках X^* , X^{**} и теоретических температур горения газов т.е.

$$\begin{aligned}t_r^1(X^*) &= T_1, \\t_r^2(X^*) &= T_2, \\t_r^3(X^{**}) &= T_3.\end{aligned}$$

Итак, решение краевой задачи сводится к определению корней $t_r^1(0)$, $t_r^2(0)$, $t_r^3(X_{+o}^*)$ некоторой системы уравнений, заданной алгоритмически.

Подробное изложение численных методов решения краевых задач для систем обыкновенных линейных дифференциальных уравнений и для уравнений в частных производных эллиптического типа с условиями, связывающими значения решения на границе области, можно найти, например, в работе [141]. Для изложения метода решения краевой задачи (2.1.1)–(2.1.12), введем дополнительные обозначения. Решение системы уравнений (2.1.1)–(2.1.7), получаемое в результате конечно – разностной аппроксимации, обозначим как некоторую вектор–функцию:

$$Y(g) = \begin{pmatrix} t_r^1(X^*) \\ t_r^2(X^*) \\ t_r^3(X^{**}) \end{pmatrix}$$

Иначе говоря, для любого набора значений температур уходящих газов $t_r^1(0)$, $t_r^2(0)$, $t_r^3(X_{+o}^*)$, решая задачу (2.1.1)–(2.1.7), можно определить температуру по сечению заготовки в конце нагрева, а также температуры газов в точках их выходов в противоток. Температуры газов на входе в противоток определим по формуле (2.1.8), для которой неизвестное Q_B найдем, решая уравнения (2.1.9), (2.1.10) с начальным условием (2.1.11), (2.1.12). Отсюда следует, что T_1 зависит от значений вектора \bar{g} :

$$\begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{pmatrix} = d(g)$$

Решение краевой задачи (2.1.1)–(2.1.12) сводится к решению системы уравнений:

$$Y(g) = d(g) \quad (2.1.27)$$

относительно неизвестного вектора g .

Для решения системы уравнений (2.1.27) применимы известные методы Ньютона, градиентные методы, методы итерации и [118] другие. Воспользуемся методом Ньютона. Обозначим систему уравнений (2.1.27) как $\psi(g) = 0$. Согласно основной схеме Ньютона на каждой итерации необходимо вычислять матрицу Якоби системы функций относительно компонент вектора g . Так как функция не задана аналитически, а существует только возможность ее вычисления, то частные производные матрицы определим приближенно по формуле численного дифференцирования:

$$\frac{\partial \psi_i(g_o)}{\partial g_j} \approx \frac{\psi_i(g_o + \Delta g e_j) - \psi_i(g_o)}{\Delta g},$$

где g_o – нулевое приближение,
 e_j – j -й координатный орт,
 Δg – шаг для оценки производной.

Следуя основной схеме Ньютона $n + 1$ приближение получим по формуле:

$$g^{n+1} = g^n - \psi_{g_n}^{-1} \psi(g^n),$$

где $\psi_{g_n}^{-1}$ – матрица, обратная матрице Якоби. Построение матрицы частных производных основной схемы Ньютона требует на каждом шаге итерации (2.1.28) четырех решений конечно разностной задачи и столько же расчетов теоретической температуры горения по формулам (2.1.8)–(2.1.11) для значений $g_o, g_o + \Delta g e_j, j = 1, 3$.

В виду трудоемкости решение системы уравнений (2.1.1)–(2.1.7), и обращения матрицы можно воспользоваться модифицированной схемой Ньютона, требующей лишь на первом шаге построения матрицы частных производных и ее обращение, а на каждом последующем шаге итерации лишь только одного решения конечно-разностной задачи для уравнений (2.1.1)–(2.1.7) и решения уравнений (2.1.8)–(2.1.11):

$$g^{n+1} = g^n - \psi_{g_o}^{-1} \psi(g^n). \quad (2.1.29)$$

Выигрыш при этом в общем случае может быть уменьшен за счет снижения скорости сходимости итерационного процесса (2.1.29). К преимуществам метода Ньютона относят высокую скорость сходимости, однако сходимость имеет место, если начальное приближение задано в достаточно малой окрестности решения системы. Поэтому для практических расчетов

вначале можно воспользоваться градиентными методами, сходящимися при более грубых начальных приближениях, и закончить расчет по модифицированной схеме Ньютона (2.1.29). Для получения приемлемой точности решения по методу Ньютона требуется 6–8 итераций. Если после 2–3 итераций перейти к модифицированной схеме, то, несмотря на увеличение количества итераций, суммарное время решения задачи сокращается на 20 – 25 %.

2.2. Математические модели тепловых процессов обработки материалов в псевдооживленном слое.

2.2.1. Математическая модель тепловых процессов в псевдооживленном слое.

Условием потери устойчивости и перехода стационарного слоя в псевдооживление является соотношение:

$$-\frac{dp}{dX} = \gamma_c,$$

где p – давление, γ_c – удельный вес частиц слоя. Потеря напора по высоте H слоя определяется следующим соотношением: $\Delta p = \gamma_c H$. Это значение достигается при некоторой средней расходной скорости потока $u_{кр} = V_{кр} / S$, где $u_{кр}$ – объемный расход оживающего агента, S – поперечное сечение. Для скорости оживающего агента $u > u_{кр}$ слой начинает расширяться, при этом его порозность H возрастает. Частицы слоя становятся взвешенными, т.е. устанавливается равенство между весом частицы и давлением восходящего потока. Равенство сопротивления весу соблюдается для всего слоя в целом:

$$\Delta p = g(\rho_T - \rho)H(1 - \varepsilon)$$

Гидравлическое сопротивление кипящего слоя является некоторой функцией, возрастающей со скоростью потока и убывающей с увеличением порозности слоя. Интервал существования кипящего слоя, который обусловлен интервалом скоростей потока $u_{кр} < u < u_{вит}$ от начала кипения до уноса всех частиц, где $u_{вит}$ – скорость витания частицы. Процесс переноса теплоты и выравнивания температуры в реакторе кипящего слоя тесно связан с процессом диффузии частиц в слое. На основе проведенного теоретического анализа и имеющихся экспериментальных данных в работе [88] для оценки величин коэффициента диффузии частиц в кипящем слое D_s и коэффициента температуропроводности a_s предложено следующее соотношение:

$$a_s = D_s = \frac{1}{60} \sqrt{L^3 g (u / u_{кр} - 1)^n},$$

где L – характерный размер слоя, g – величина ускорения свободного падения, $u / u_{кр}$ – число псевдооживления, n – показатель степени, близкий к единице.

Величина эффективного коэффициента теплопроводности зависит от скорости перемешивания частиц (т. е. от числа псевдооживления), порозности слоя и определяется следующим образом:

$$\lambda_s = a_s(1 - \varepsilon)C\rho_s$$

Коэффициент теплоотдачи α^Σ от оживающего агента к частице является суммой кондуктивного, конвективного, лучистого теплообмена. Для инженерной оценки величины α^Σ для крупных частиц при $Re / \varepsilon > 200$ предлагается [88] использовать соотношение

$$Nu = 0,4(Re / \varepsilon)^{2/3}Pr^{1/3},$$

для мелких частиц при $Re / \varepsilon > 200$

$$Nu = 1,610^{-2}(Re / \varepsilon)^{1/3}Pr^{1/3}.$$

Объемный коэффициент теплоотдачи определяется следующим образом

$$\alpha_v = 6(1 - \varepsilon)\alpha^\Sigma / d.$$

Разграничение внешней и внутренней задач теплообмена для частицы материала осуществляется по величине теплового критерия Био

$$Bi = \alpha / d(2\lambda_s).$$

При $Bi \leq 0,25$ можно пренебречь сопротивлением распространения тепла в частице, а при $Bi > 20$ внешний теплообмен не лимитирует скорость прогрева частицы. При решении балансовых задач внутренним термическим сопротивлением можно пренебречь при

$$v_g C\rho_g \ll \frac{\lambda_T}{d} \cdot \frac{L(1 - \varepsilon)}{d}.$$

Процессы, протекающие в реакторах псевдооживленного слоя, характеризуются тесной связью тепло и массообмена, имеющих известную аналогию математического описания. Математическое моделирование технологического процесса в реакторе может быть выполнено на двух уровнях: на уровне слоя в целом, а также на уровне отдельной частицы. Для математического описания теплообмена в слое, кроме параметров дисперсной фазы, необходимо иметь теплофизические характеристики оживающего агента, а также математическое описание их взаимодействия. При моделировании нагрева отдельной частицы в слое можно ограничиться упрощенным представлением оживающего агента лишь его температурой.

Рассмотрим реактор псевдооживленного слоя колонного типа высотой L и радиуса R , работающий по непрерывному технологическому циклу с постоянной производительностью. В точке $x = 0$ загружается материал с некоторой расходной скоростью v_s и температурой T_s^o . На противополож-

ном конце зоны теплообмена в точке $x = L$ поступает с расходной скоростью v_g оживающий газ с начальной температурой T_g^o и движется через слой оживенного материала. При решении задачи моделирования используются следующие допущения:

1. Дисперсная и газовая фазы оживенного слоя рассматриваются как сплошные среды (справедлив континуальный подход).

2. Частицы дисперсной фазы считаем тонкими в теплотехническом смысле телами, т.е. пренебрегаем внутренним сопротивлением распространению тепла.

3. Основным фактором взаимодействия между фазами считаем конвективный теплообмен.

4. Распространение тепла в дисперсной фазе, обусловленное массопереносом частиц, моделируется соответствующим процессом теплопроводности.

Математическую модель квазистационарного режима обработки дисперсной фазы, движущейся в противотоке газу, опишем в цилиндрической системе координат следующей системой уравнений:

$$v_s(1-\varepsilon)C_{\rho s}(T)\frac{\partial T_s}{\partial X} = \lambda_s \frac{\partial^2 T_s}{\partial X^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(rk_s \frac{\partial T_s}{\partial r} \right) + \alpha_v(T_g - T_s) \quad (2.2.1)$$

$$v_g \varepsilon C_{\rho g}(T) \frac{\partial T_g}{\partial X} = \alpha_v(T_g - T_s), \quad (2.2.2)$$

$$0 < X < L, \quad 0 < r < R$$

$$\lambda_s \frac{\partial T_s(r,0)}{\partial X} = v_s(1-\varepsilon)C_{\rho s}(T_s - T_s^0), \quad (2.2.3)$$

$$\lambda_s \frac{\partial T_s(r,L)}{\partial X} = v_s(1-\varepsilon)C_{\rho s}(T_s - T_s^L), \quad (2.2.4)$$

$$-k_s \frac{\partial T_s(R,X)}{\partial r} = K^{\Sigma}(T_s - T_{\text{окр}}), \quad (2.2.5)$$

$$T_g(L) = T_g^o, \quad (2.2.6)$$

$$\lim_{r \rightarrow 0} rk \frac{\partial T}{\partial r} = 0 \quad (2.2.7)$$

где v_s, v_g – расходные скорости движения материала и газа;

ε – порозность псевдооживленного слоя;

C_{ps}, C_{pg} – объемная теплоемкость материала и газа;

λ_s, k_s – эффективная теплопроводность слоя по координатам x и r соответственно;

α_v – объемный коэффициент теплообмена между газом и материалом;

K^Σ – суммарный коэффициент тепловых потерь через стенки теплообменника в окружающую среду;

T_s^o, T_s^L – температура загрузки и выгрузки материала;

T_g^o – температура газа на входе в противоток ($x = L$).

Уравнение (2.2.1) описывает процесс теплообмена в слое с учетом конвективного теплообмена с газовой средой и эффективной теплопроводности, которая обусловлена переносом тепла за счет перемещения частиц по координатам x и r . Граничное условие (2.2.5) задает тепловые потери в окружающую среду. Уравнение (2.2.2) описывает изменение температуры газа $T_g(X, r)$ по координатам вследствие теплообмена с материалом. Граничные условия типа Данквертца [47] на входе в противоток (2.2.3) и выходе (2.2.4) позволяют подчеркнуть особенность кипящего слоя, состоящую в отличии температур материала на входе T_s^o от $T_s(0)$ и на выходе T_s^L от $T_s(L)$. Использование математической модели (2.2.1)–(2.2.7) целесообразно для случая, когда значения геометрических размеров реактора L и R являются соизмеримыми величинами. Если же $R < L$, то необходимо рассматривать трехмерную постановку задачи. И, наконец, учитывая малость величин тепловых потерь через кладку и, как следствие, наличие небольших температурных градиентов по координате r , можно свести уравнение (2.2.1) к одномерному. Это целесообразным становится также и в том случае, когда необходимо знать осредненную температуру материала на выходе. В простейшей одномерной постановке основные процессы теплообмена опишем следующей системой обыкновенных дифференциальных уравнений

$$v_s(1-\varepsilon)C_{ps}(T)\frac{dT_s}{dX} = \lambda_s \frac{d^2T_s}{dX^2} + \alpha_v(T_g - T_s) \quad (2.2.8)$$

$$v_g \varepsilon C_{pg}(T) \frac{dT_g}{dX} = \alpha_v(T_g - T_s) + \frac{K^\Sigma}{F}(T_g - T_{окр}) \quad (2.2.9)$$

$0 < X < L, 0 < t < t_k$

$$\lambda_s \frac{\partial T_s(r,0)}{\partial X} = v_s(1-\varepsilon)C_{ps}(T_s - T_s^o), \quad (2.2.10)$$

$$-K_s \frac{\partial T_s(R, X)}{\partial r} = v_s (1 - \varepsilon) C_{\rho s} (T_s - T_s^L), \quad (2.2.11)$$

$$T_g(L) = T_g^o \quad (2.2.12)$$

Характерной особенностью математического моделирования теплообмена в противотоке является тот факт, что известными оказываются, как правило, температуры материала и газа на входе, задаваемые на разных концах зоны теплообмена. При численном интегрировании системы (2.2.8)–(2.2.12), начиная в точке $x = 0$, либо в обратном направлении при $x = L$, оказываются неизвестными $T_g(0)$, либо T_s . Целью математического моделирования работы реактора является расчет функции $T_s(X)$, $T_g(X)$, для $X: 0 < X < L$ и значения температуры материала на выходе – для заданных расходных скоростей v_s , v_g . Для расчета требуемых величин необходимо решить некоторую краевую задачу, для чего дополним систему уравнений (2.2.8)–(2.2.12) начальным условием для температуры газа $T_g(0)$ в точке $x = 0$, таким, чтобы при интегрировании системы получить равенство рассчитанной в точке $x = L$ температуры газа $T_g^r(L)$ заданной начальным условием (2.2.12):

$$T_g^r(L) = T_g^o \quad (2.2.13)$$

Определение начального условия $T_g(0)$, для которого выполняется равенство (2.2.13), сводится к нахождению корня некоторого уравнения, заданного алгоритмически. С этой целью система уравнений аппроксимируется какой-либо конечно-разностной схемой, обеспечивающей достаточно высокую точность расчета искомых функций [93]. После чего решение краевой задачи может быть получено одним из численных методов поиска корня уравнения (методы Ньютона, хорд, деление отрезка пополам и др.).

2.2.2. Диссоциация частицы известняка как задача с неизвестной границей.

В качестве модели, описывающей кинетику процесса диссоциации частицы известняка, использовано уравнение теплопроводности с соответствующими граничными условиями, включая условие типа Стефана на границе раздела не прореагировавшего ядра частицы и оболочки извести. Такой выбор обусловлен тем, что в печи обжигается известняк достаточно крупных фракций (порядка 20 – 30 мм), а также тем, что данная модель позволяет исследовать значимость факторов, определяющих процесс диссоциации, на получаемую в результате степень обжига известняка.

Математическая модель, описывающая температурный процесс обжига частицы известняка при допущениях о том, что частица имеет сферическую

форму и теплофизические свойства известняка и извести представлены набором констант, имеет следующий вид:

$$\frac{\partial T_1(r, \tau)}{\partial \tau} = a_1 \left(\frac{\partial^2 T_1(r, \tau)}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial T_1(r, \tau)}{\partial r} \right), \quad (2.2.14)$$

$$0 < r < R(\tau)$$

$$\frac{\partial T_2(r, \tau)}{\partial \tau} = a_2 \left(\frac{\partial^2 T_2(r, \tau)}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial T_2(r, \tau)}{\partial r} \right), \quad (2.2.15)$$

$$R(\tau) < r < \bar{R}(\tau)$$

$$\lambda_1 \frac{\partial T_1(R_{-o}, \tau)}{\partial r} - \lambda_2 \frac{\partial T_2(R_{+o}, \tau)}{\partial r} = \rho_1 g \cdot 1(T - T^*) \frac{dR}{d\tau}, \quad (2.2.16)$$

$$T_1(R, \tau) = T_2(R, \tau) = T^* = const, \quad (2.2.17)$$

$$\left. \frac{\partial T_1(r, \tau)}{\partial r} \right|_{r=0} = 0, \quad (2.2.18)$$

$$\begin{aligned} \lambda_2 \left. \frac{\partial T_2(r, \tau)}{\partial r} \right|_{r=\bar{R}(\tau)} = \alpha [T_r(\tau) - T_2(\bar{R}, \tau)] + \\ + \sigma \left([T_r(\tau)]^4 - [T_2(\bar{R}, \tau)]^4 \right), \end{aligned} \quad (2.2.19)$$

$$T_1(r, 0) = T_1^o(r), \quad T_2(r, 0) = T_2^o(r), \quad (2.2.20)$$

где $T_i(x, \tau)$ – температура материала в точке x в момент времени τ для $i=1$ (известняк) и $i=2$ (известь); $T_r(\tau)$ – температура греющей среды; $\bar{R}(\tau)$ – радиус частицы известняка; $R(\tau)$ – положение границы между известью и известняком; g – эндотермический эффект реакции диссоциации известняка; $1(T - T^*)$ – единичная функция Хевисайда.

В системе (2.2.14)–(2.2.20) одномерные уравнения теплопроводности (2.2.14), (2.2.20) описывают температурное поле в известняке и извести и соответственно по координате r и времени. Условие (2.2.16) задает закон движения границы между известью и известняком. (2.2.17) – условие равенства температур извести и известняка температуре начала реакции диссоциации T^* на границе R (непрерывность температурного поля). Граничные условия (2.2.18), (2.2.19) определяют соответственно симметричность температурного поля в частице в радиальном направлении и условия теплооб-

мена на поверхности частицы \bar{R} . Условие (2.2.20) задает начальную температуру частицы.

Единичная функция Хевисайда определяет условие Стефана только при

$$T_2(x, \tau) > T^*,$$

так как реакция диссоциации является необратимой (в отличие от фазового перехода).

В случае, когда реакция диссоциации еще не началась, что, в частности, имеет место для зон подогрева, то нагрев частицы описывается уравнением (2.2.14) с граничными условиями (2.2.18) и (2.2.19) для $T_1(r, \tau)$ и начальным условием (2.2.20) для $T_1(r, 0)$. Процесс охлаждения частицы описывается системой (2.2.14)–(2.2.20) со следующим условием сопряжения (равенства тепловых потоков на границе слоев извести и известняка), в которые превращается условие Стефана:

$$\lambda_1 \frac{\partial T_1(R_{-o}, \tau)}{\partial r} = \lambda_2 \frac{\partial T_2(R_{+o}, \tau)}{\partial r}, \quad T_1(R, \tau) = T_2(R, \tau) \quad (2.2.21)$$

Внешняя граница частицы $\bar{R}(\tau)$ представлена в виде функции, зависящей от времени, что отражает имеющий место в условиях кипящего слоя процесс истирания частиц. Данная функция может быть аппроксимирована экспериментальной линейной:

$$\bar{R}(\tau) = \bar{R}(0) - a_1 \tau$$

либо экспоненциальной зависимостью:

$$\bar{R}(\tau) = \bar{R}(0) \exp(-a_e \tau)$$

где $\bar{R}(0)$ – начальный радиус частицы.

2.2.3. Численный метод расчета задачи с неизвестной границей.

Уравнения (2.2.14)–(2.2.20) образуют одномерную задачу с неизвестной границей, разделяющей известь и необожженный известняк. Для решения задачи типа Стефана используется сеточный метод с явным выделением подвижной границы.

Введем в прямоугольнике $\{0 < r < \bar{R}, 0 < \tau < \tau_o\}$ равномерную сетку $\omega_{r,\tau} = \omega_r \times \omega_\tau$, где

$$\omega_r = \{r_i = ih_r, i = 0, 1, \dots, n_r, h_r = \bar{R} / n_r\}$$

$$\omega_\tau = \{\tau_j = jh_\tau, j = 0, 1, \dots, n_\tau, h_\tau = \tau_o / n_\tau\}$$

Функциям T_1, T_2, R поставим в соответствие сеточные функции t, \bar{t}, R . Проведем конечно – разностную аппроксимацию уравнений (2.2.14), (2.2.15) по явной схеме:

$$\frac{t_{j+1}^i + t_j^i}{h_\tau} = \frac{\lambda}{C_1 \rho_1} \left[\frac{t_j^{i+1} - 2t_j^i + t_j^{i-1}}{h_r^2} + \frac{2}{ih_r} \left(\frac{t_j^{i+1} - t_j^{i-1}}{2h_r} \right) \right] \quad (2.2.22)$$

для i в интервале $0 \leq i \leq k$;

$$\frac{\bar{t}_{j+1}^i - \bar{t}_j^i}{h_\tau} = \frac{\lambda_2}{C_2 \rho_2} \left[\frac{\bar{t}_j^{i+1} - 2\bar{t}_j^i + \bar{t}_j^{i-1}}{h_r^2} + \frac{2}{ih_r} \left(\frac{\bar{t}_j^{i+1} - \bar{t}_j^{i-1}}{2h_r} \right) \right] \quad (2.2.23)$$

для i в интервале $L \leq i \leq n_r$;

Условие на границе (2.2.16) заменим следующим разностным уравнением

$$\lambda \frac{t_j^k - t_j^{k-1}}{h_\tau} - \lambda_2 \frac{t_j^{l+1} - t_j^l}{h_\tau} = \rho_1 g_1 (\bar{t}_j^n - T^*) \frac{R_{j+1} - R_j}{h_\tau} \quad (2.2.24)$$

где k находится из условия $R_{j+1} - h_r \leq kh_r < R_{j+1}$, а l из условия $R_{j+1} \leq lh_r < R_{j+1} + h_r$.

Уравнения (2.2.17)–(2.2.20) в конечно–разностном виде принимают следующий вид:

$$t_j(R_{j+1}) = \bar{t}_j(R_{j+1}) = T^*, \quad (2.2.25)$$

$$\frac{-3t_{j+1}^o + 4t_{j+1}^1 - t_{j+1}^2}{2h_r} = 0 \quad (2.2.26)$$

$$\lambda_2 \frac{\bar{t}_{j+1}^{n_r} - \bar{t}_{j+1}^{n_r-1}}{h_r} = \alpha [T_{j+1}^r - \bar{t}_{j+1}^{n_r}] + \sigma \left([T_{j+1}^r]^4 - [\bar{t}_{j+1}^{n_r}]^4 \right), \quad (2.2.27)$$

$$t^i(0) = t_o^i \quad (2.2.28)$$

Явная схема расчета уравнения теплопроводности накладывает ограничение на шаг времени из условия устойчивости:

$$h_\tau \leq \frac{1}{2} h_x^2 \frac{C\rho}{\lambda} \quad (2.2.29)$$

В момент начала реакции диссоциации, когда для расчета уравнения теплопроводности (2.2.22) для известны нет необходимых трех точек, тепло-

вой поток на границе в условии Стефана (2.2.24) рассчитывается по следующему соотношению:

$$q_R = \lambda_2 \frac{\bar{t}_j^{n_r} - T^*}{R - R_j}. \quad (2.2.30)$$

Алгоритм расчета системы конечно-разностных уравнений (2.2.22) – (2.2.28) состоит в следующем. Пусть известны координаты границы раздела извести и известняка и температурное поле в частице на шаге j , требуется определить границу обжига и температурное поле на шаге $j + 1$. Разрешив уравнение (2.2.24) определяем координату границы R_{j+1} . По уравнению (2.2.22), (2.2.23) находим температуру во внутренних точках извести и известняка. Температуру в центре частицы находим из соотношения (2.2.26). Температура поверхности частицы $t_{j+1}^{n_r}$ определяется итеративно по граничному условию (2.2.27).

Следуя изложенной схеме расчета, переходя от слоя к слою, можно получить значения функций t , \bar{t} , R во всех точках сетки ω_r , τ .

2.2.4. Исследование технологических параметров процесса производства металлургической извести.

Реализованная на ЭВМ математическая модель (2.2.14)–(2.2.20) позволила для частиц различного размера получить кинетические кривые, представленные на рис. 2.2.1. Нанесенные пунктирной линией кривые соответствуют зависимости

$$R(\tau) = \bar{R}_o \left(1 - \sqrt{\frac{\tau}{\tau_{об}(\bar{R}_o)}} \right), \quad (2.2.31)$$

де $\tau_{об}(\bar{R}_o)$ – время полного обжига частицы радиуса R_0 . Формула (2.2.31), хорошо аппроксимирующая кинетическую зависимость, представляет собой известный закон «квадратного корня», имеющий место во многих теплофизических процессах со свободной границей, использующих условие Стефана.

Для практического использования формулы (2.2.31) необходимо иметь зависимость времени полного обжига частицы от ее радиуса. На рис. 2.2.1 для различных значений температуры греющей среды приведены расчетные кривые данной зависимости. Заметим, что в рабочем диапазоне изменения размеров частиц, зависимость может быть аппроксимирована линейной

$$\tau_{об}(r) = C_1 r + C_0, \quad (2.2.32)$$

где коэффициенты C_0 , C_1 зависят от температуры греющей среды, причем с повышением температуры погрешность формулы уменьшается. Расчеты

времени полного обжига частицы известняка проводились при условии, что частица поступает в зону обжига с температурой, равной температуре начала диссоциации.

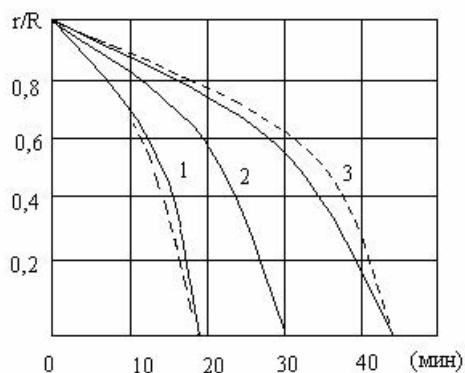


Рис.2.2.1. Кинетика процесса диссоциации частицы известняка в зоне обжига. Диаметр частицы: 1 – 12 мм, 2 – 18 мм, 3 – 24 мм.

Естественно, что с понижением начальной температуры частицы, необходимое для полного обжига время увеличивается. Этот факт может быть проиллюстрирован таблицей 2.2.1.

Таблица 2.2.1. Время начала и окончания диссоциации частицы известняка радиуса $R = 9$ мм при температуре греющей среды $T_{ГС} = 975^{\circ}\text{C}$.

Время (с)	Начальная температура частицы ($^{\circ}\text{C}$)			
	100	300	500	700
Время начала диссоциации (с)	207	175	132	66
Время полного обжига (с)	1930	1901	1862	1803

Влияние начальной температуры на общее время диссоциации возрастает с уменьшением размера частиц и увеличением температуры греющей среды, однако в реальных технологических условиях это влияние может быть полностью компенсировано незначительным изменением среднего времени пребывания материала в зоне обжига.

Результаты моделирования процесса нагрева частиц в зонах предварительного подогрева и в зоне обжига позволяют установить особенности и закономерности тепловых процессов обработки частиц, которые можно использовать при решении задач оценки состояния и синтеза алгоритмов управления. Моделирование процесса нагрева частиц проведено для време-

ни пребывания в печи в интервале 50–150 минут. Для 1-ой зоны предварительного подогрева характерным для частиц радиусом $R \leq 0,018$ м является практически полное завершение теплообмена с газовой средой, т.е. температура поверхности принимает значение близкое к $T_{ГС}^1$, а разница между температурами поверхности и центром частицы не превышает $(10–50)^\circ\text{C}$. При этом частицы радиусом $R \leq 0,012$ можно считать тонким в теплотехническом смысле телом. В связи с этим можно принять, что на вход во 2-ю зону предварительного подогрева частицы поступают с температурой $T_{ГС}^1$. В случае стабильности $T_{ГС}^1$ можно пренебречь возмущениями по температуре частиц входе во 2-ю зону.

Во 2-ой зоне продолжается прогрев частиц и при $T_{ГС}^2 > T^*$ начинается процесс диссоциации. Частицы покидают зону со степенью обжига, колеблющуюся в зависимости от радиуса и времени пребывания в диапазоне 0–35 %. Степень обжига существенно зависит от радиуса частицы, при этом частицы различного радиуса имеют одинаковую температуру поверхности. Характерной особенностью процесса диссоциации является узкий диапазон колеблемости температуры поверхности частиц, не превышающий 15°C , при времени пребывания материала в печи в интервале 50–150 минут. Этот факт делает неэффективной попытку по измеренной температуре поверхности судить о степени обжига частиц, так как малым отклонениям температуры поверхности могут соответствовать большие отклонения степени обжига. В связи с этим следует вывод о неэффективности измерений температуры частиц в переточном устройстве для оценки состояния (степени обжига) частиц поступающих в зону обжига. Следовательно, для выработки управляющего воздействия в зоне обжига с учетом температуры поступающих частиц, измерения температуры поверхности оказываются малоинформативными. Для более точной оценки необходима прогнозирующая модель, для использования которой нужна оперативная информация о температуре зон и времени пребывания материала в зонах.

В зоне обжига для частиц радиусом $R \leq 0,012$ м процесс диссоциации полностью завершается. Для частиц с радиусом $0,016 \leq R \leq 0,118$ м степень обжига колеблется в пределах 83–96%. В этой зоне, как и во 2-ой зоне предварительного подогрева характерно отсутствие зависимости температуры поверхности частиц от их радиуса. Все частицы имеют практически одинаковую температуру поверхности, но различную степень обжига.

2.3. Математическое моделирование температурного процесса коксования угля

2.3.1. Качественная характеристика тепловых процессов коксования угля

Каменные угли представляют собой сложные неоднородные смеси органических и минеральных веществ, неодинаковых по составу и строению. Нагрев угольной шихты без доступа воздуха сопровождается множеством необратимых процессов, в результате которых образуется принципиально новая система. Продукты первичного распада претерпевают вторичные явления взаимодействия и усложнения остаточных фрагментов. Конечные результаты нагрева угольной загрузки определяются соотношением скоростей отдельных реакций, независимых от давления и являющихся функцией только температуры [46]. Процесс коксования угля имеет несколько стадий. С момента загрузки в камеру коксования в течение 6–8 часов протекает процесс испарения влаги шихты. В начальный период времени развиваются максимальные температурные градиенты в шихте. Середина коксового пирога долго остается холодной тогда, как поверхность приобретает температуру 700–800 °С. Уже при температурах 150–200 °С из угля начинают выделяться газы, содержащие диоксид углерода и метан. При достижении температуры 300 °С начинаются первичные реакции деструкции, способствующие снижению структурной прочности. В интервале температур нагрева до 450–500 °С шихта переходит в пластическое состояние, представляющее собой сложную гетерогенную систему, состоящую из твердых дисперсных жидких нелетучих и парообразных продуктов. Переход шихты из твердого в пластическое состояние сопровождается реакциями, протекающими с поглощением тепла. Теплоемкость шихты при этом достигает эндотермического максимума. Фазовый переход шихты в пластическое состояние имеет принципиально иную природу, чем фазовый переход однородных кристаллических структур. В процессе нагрева шихты наблюдается непрерывное повышение температуры, тогда как для кристаллических веществ плавление идет при постоянной для данного вещества температуре до завершения плавления. Процесс коксования не обладает также свойством обратимости. При температуре 480–570 °С происходит затвердевание пластической массы и начинается образование полукокса. При температуре шихты 500–520 °С проявляется локальный экзотермический минимум теплоемкости шихты. Второй экзотермический минимум при 700–800 °С наблюдается в твердой среде и связан с выделением водорода и формированием структуры твердого остатка. Эндотермические области теплоемкости угля связаны с реакциями деструкции и преобразования термически неустойчивой части веществ шихты. Взаимодействие и упорядочение возникших ароматических элементов в

дальнейшем порождает экзотермические области, связанные с реакциями синтеза. При температуре кокса 950–1000 °С возникает новая эндотермическая зона, однако значительно менее выраженная, чем предыдущая. Эндотермические и экзотермические реакции, характер и величины их экстремумов оказывают определяющее влияние на динамику температуры шихты. Эндотермические реакции разложения требуют увеличения тепла на процесс коксования и замедляют подъем температуры в шихте. Тогда, как экзотермические реакции синтеза ускоряют подъем температуры и уменьшают расход тепла. Продуктами технологического процесса коксования угля являются кокс и выделяемые химические вещества – коксовый газ, аммиак, сероводород, смола, сырой бензол. Выход и качество основных продуктов в значительной степени определяются условиями теплового режима коксования, в частности скоростью нагрева шихты и конечной температурой кокса. Проведенные исследования скорости нагрева шихты [46] свидетельствуют о ее влиянии на характер тепловых процессов коксования. При повышении скорости нагрева наблюдается смещение эндотермического максимума теплоемкости в области более высоких температур и несколько увеличивается эндотермичность суммарного эффекта реакции коксования. Расход тепла на коксование при этом остается практически неизменным.

2.3.2. Математическая модель температурного процесса коксования угля.

Предлагаемая математическая модель описывает процесс коксования угля в два этапа, характеризуемые различными условиями теплообмена между стенками вертикалов и коксовым пирогом, а также условиями теплопередачи в коксовом пироге. На первом этапе моделируется процесс от момента загрузки шихты до завершения процесса сушки. Второй этап связан с моделированием дальнейшего прогрева загрузки с учетом горизонтальной усадки [10] и завершается достижением требуемой температуры по оси коксового пирога. Процесс прогрева загрузки описывается уравнением:

$$c\rho_{\text{эф}}(T)\frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x}\left[\lambda_{\text{эф}}(T)\frac{\partial T}{\partial x}\right] + \alpha_v(T^* - T), \quad (2.3.1)$$

для $x: 0 \leq x \leq L_s$.

Конвективный член в уравнении (2.3.1) учитывает тепло, передаваемое паром, диффундирующим к центру камеры, и определен для x в области $0 \leq x \leq \xi_s(\tau)$ при $x > \xi_s(\tau)$, т. е. для сухой шихты, $\alpha_v = 0$. Условие симметрии температурного поля относительно центра камеры коксования принимаем в виде:

$$\frac{\partial T((0, \tau)}{\partial x} = 0. \quad (2.3.2)$$

Движение координаты границы между сухой и влажной шихтой задается условием Стефана:

$$\lambda_{\text{эф}}^B(T) \frac{\partial T_1(\xi, \tau)}{\partial x} - \lambda_{\text{эф}}(T) \frac{\partial T_2(\xi, \tau)}{\partial x} = rW\rho_{\text{эф}}(T_1) \frac{d\xi}{d\tau}. \quad (2.3.3)$$

Функции $T_1(\xi, \tau)$, $T_2(\xi, \tau)$ подчиняются уравнению теплопроводности (2.3.1) и описывают изменение температуры сухой и влажной шихты соответственно. На границе раздела сухой и влажной шихты ξ выполняется условие:

$$T_1(\xi, \tau) = T_2(\xi, \tau) = T^*, \quad (2.3.4)$$

где T^* – температура испарения влаги, К. Условия контактного теплообмена между коксовым пирогом и стенкой

$$\lambda_{\text{эф}}(T) \frac{\partial T(L_{s-}, \tau)}{\partial x} = \lambda_w(T) \frac{\partial T_w(L_{s+}, \tau)}{\partial x}, \quad (2.3.5)$$

$$T(L_{s-}, \tau) = T_w(L_{s+}, \tau).$$

Уравнение теплопроводности для стенки камеры:

$$C_w(T_w) \rho_w(T_w) \frac{\partial T_w}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda_w(T_w) \frac{\partial T_w}{\partial x} \right], \quad (2.3.6)$$

для x : $L_s \leq x \leq L_w$.

Граничные условия на поверхности стенки со стороны факела:

$$\lambda_w(T) \frac{\partial T_w(L_w, \tau)}{\partial x} = \sigma \{ [U(\tau)]^4 - [T_w(L_w, \tau)]^4 \} + \alpha [U(\tau) - T_w(L_w, \tau)]. \quad (2.3.7)$$

Начальные условия по температуре коксового пирога и стенки:

$$T(x, 0) = T^0(x), \quad T_w(x, 0) = T_w^0(x). \quad (2.3.8)$$

Второй период моделирования начинается после завершения испарения влаги при достижении температуры в центре 100°C и связан с началом процесса усадки и отделением коксового пирога от стенки. Для описания процесса коксования с учетом этих особенностей используется несколько иная математическая модель. В частности, условия контактного теплообмена при отделении коксового пирога от стенки нарушаются, и возникает теплопередача от стенки излучением и конвекцией. С учетом усадки коксового пирога расчет температурного поля проводится по следующему уравнению:

$$C_{\text{эф}}(T) \rho_{\text{эф}}(T) \left(\frac{\partial T}{\partial \tau} + V(x) \frac{\partial T}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda_{\text{эф}}(T) \frac{\partial T}{\partial x} \right], \quad (2.3.9)$$

Для x : $0 \leq x \leq L_x(\tau)$, $L_x(\tau)$ – координата положения поверхности коксового пирога, описывающая отход от стены печной камеры со скоростью:

$$v = \frac{dL_x(\tau)}{d\tau},$$

$$V = \frac{x}{L_x(\tau)} v.$$

Граничные условия контактного теплообмена (2.3.5) между коксовым пирогом и стенкой заменяются условиями теплообмена излучением и конвекцией:

$$\lambda_{эф}(T) \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=L_x(\tau)} = \sigma_{ск} \{ [T_W(L_s, \tau)]^4 - [T(L_x, \tau)]^4 \} +$$

$$+ \frac{\lambda_\sigma}{\sigma(\tau)} [T_W(L_s, \tau) - T(L_x, \tau)] = \lambda_W(T) \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=L_s},$$

где

$$\sigma(\tau) = L_s - L_x(\tau)$$

величина зазора между коксовым пирогом и стенкой.

Описание процесса прогрева стенки при этом не изменяется, т.е. уравнения (2.3.6), (2.3.7) используются для расчетов и во втором периоде моделирования. В уравнениях (2.3.1)–(2.3.10) приняты следующие обозначения:

$T(x, \tau)$ – функция распределения температуры по пространственной координате x и времени τ ;

L_s, L_W – координаты положения границ коксового пирога и стенки;

$C_{рэф}(T)$ – объемная эффективная теплоемкость коксуемой загрузки;

$C_{рW}(T)$ – объемная теплоемкость огнеупорного материала стенки;

$\lambda_{эф}(T), \lambda_W$ – эффективная теплопроводность коксуемой загрузки и стенки соответственно;

λ_τ – теплопроводность газовой среды в зазоре между коксовым пирогом и стенкой;

r – удельная теплота испарения влаги;

W – содержание влаги в шихте;

α_V – эффективный коэффициент теплообмена между паром и коксуемой загрузкой на единицу объема;

σ – коэффициент лучистого теплообмена между греющей средой вертикалов и стенкой;

α – коэффициент конвективного теплообмена между греющей средой вертикалов и стенкой;

$\sigma_{ск}$ – коэффициент лучистого теплообмена между коксовым пирогом и стенкой;

$U(\tau)$ – температура греющей среды вертикалов.

Предложенная математическая модель основана на нелинейных уравнениях нестационарной теплопроводности и теплопередачи. Результирующее воздействие эндо- и экзогенных реакций, а также изменение агрегат-

ного состояния загрузки: угольная шихта – пластическое состояние – полукокс – кокс, учитываются зависимостью коэффициентов эффективной теплоемкости, теплопроводности и плотности от температуры коксуемой массы. В математической модели учтен прогрев центральной части за счет тепла, переносимого парогазовой смесью, а также процесс испарения влаги, механизм которого задан с помощью условия Стефана.

2.3.3. Численный метод расчета процесса коксования угля.

Для расчета математической модели на ПЭВМ проведена конечно-разностная аппроксимация уравнений (2.3.1)–(2.3.10). Уравнения теплопроводности (2.3.1), (2.3.6), (2.3.9) заменялись конечными разностями по явной схеме со вторым порядком точности. Нелинейные граничные условия (2.3.7) и (2.3.10) заменялись линеаризованными в окрестности температуры предыдущего временного слоя. Отсутствие начальных условий по распределению температуры в стенке предполагает предварительный расчет системы уравнений (2.3.1)–(2.3.10) с целью учета аккумуляции тепла кладкой для заданного температурного режима коксования и периода коксования. Для расчета задачи с неизвестной границей использован метод сквозного счета [94], идея которого состоит в сведении задачи с неизвестной границей к решению задачи теплопроводности с эффективной теплоемкостью, которая в точке раздела фаз учитывает тепловой эффект фазового перехода.

Введем равномерные сетки

$$W_{\tau,x} = W_{\tau} \times W_x$$

в прямоугольнике $\{[0,\tau] \times [0,L_w]\}$,

где

$$W_{\tau} = \{\tau_j = j\Delta\tau, j = 0, \dots, N_{\tau}; \Delta\tau = \tau / N_{\tau}\}$$

$$W_x = \{x_{i,s} = i\Delta_s, i = 0, 1, \dots, N_s; \Delta_s = L_s / N_s\};$$

$$W_w = \{x_{k,w} = k\Delta_{x_w}, k = 0, 1, \dots, N_w; \Delta_{x_w} = (L_w - L_s) / N_w\}.$$

Непрерывные функции $T_w(x, \tau)$, $T_s(x, \tau)$, $U(\tau)$ заменим на сеточные функции $t_w(x_k, \tau_j)$, $t_s(x_i, \tau_j)$, $u(\tau_j)$. Производные, входящие в дифференциальные уравнения, заменим конечно-разностными соотношениями.

Для расчета задачи с неизвестной границей воспользуемся идеей метода сквозного счета [95]. Введя σ -функцию Дирака, эффективную теплоемкость представим в следующем виде:

$$\gamma(T_s) = \rho(T_s)[C_{\text{эф}}(T_s) + \sigma(T_s - T^*)rW].$$

Аппроксимируя σ -функцию ступенчатой функцией, теплофизические свойства сухой и влажной шихты как функции температуры определим следующим образом:

$$\gamma(T_s) = \left\{ \begin{array}{l} \gamma_1(T_s), \quad T_s < T^* - \Delta, \\ \left\{ \frac{rW}{2\Delta} + \frac{1}{2} \{ \gamma_1[T^* - \Delta] + \gamma_2[T^* + \Delta] \} \right\}, \\ T^* - \Delta \leq T_s \leq T^* + \Delta \\ \gamma_2(T_s), \quad T_s > T^* + \Delta \end{array} \right\},$$

$$\lambda(T_s) = \left\{ \begin{array}{l} \lambda_1(T_s), \quad T_s < T^* - \Delta, \\ \left\{ \frac{1}{2\Delta} \{ \lambda_2[T^* + \Delta][T_s - [T^* + \Delta]_s] + \lambda_1[T^* - \Delta][[T^* + \Delta] - T_s] \} \right\}, \\ T^* - \Delta \leq T_s \leq T^* + \Delta \\ \lambda_2(T_s), \quad T_s > T^* + \Delta \end{array} \right\}.$$

Здесь индекс 1 отвечает влажной шихте, 2 – сухой.
Обозначим

$$t_{s_i}^{-j} = t_s^{-j}(x_i, \tau_j),$$

$$t_{w_k}^{-j} = t_w(x_k, \tau_j),$$

$$U^j = U(\tau_j).$$

Конечно-разностные соотношения для уравнений теплопроводности, полученные по явной схеме, имеют вид:

$$\begin{aligned} \bar{t}_{s_i}^{j+1} = \bar{t}_{s_i}^j + \frac{\Delta\tau}{\bar{\gamma}(\bar{t}_{s_i}^j)(\Delta x_s)^2} \{ \lambda(\bar{t}_{s_i}^j)(t_{s_{i+1}}^j - 2\bar{t}_{s_i}^j + \bar{t}_{s_{i-1}}^j) + \\ + [\bar{\lambda}(\bar{t}_{s_{i+1}}^j) - \bar{\lambda}(\bar{t}_{s_{i-1}}^j)](\bar{t}_{s_{i+1}}^j - \bar{t}_{s_{i-1}}^j) \}, \quad i = 1, 2, \dots, N_s - 1; \end{aligned} \quad (2.3.11)$$

$$\begin{aligned} \bar{t}_{w_k}^{j+1} = \bar{t}_{w_k}^j + \frac{\Delta\tau}{\rho_w(\bar{t}_{w_k}^j)C_w(\bar{t}_{w_k}^j)(\Delta x_w)^2} \{ \lambda_w(\bar{t}_{w_k}^j)(\bar{t}_{w_{k+1}}^j - 2\bar{t}_{w_k}^j + \bar{t}_{w_{k-1}}^j) + \\ + [\lambda_w(\bar{t}_{w_{k+1}}^j) - \lambda_w(\bar{t}_{w_{k-1}}^j)](\bar{t}_{w_{k+1}}^j - \bar{t}_{w_{k-1}}^j) \}, \\ k = 1, 2, \dots, N_w - 1. \end{aligned} \quad (2.3.12)$$

Начальные условия:

$$\bar{t}_{s_i}^0 = T_s^0(x_i), \quad i = 0, 1, \dots, N_s; \quad (2.3.13)$$

$$\bar{t}_{w_k}^0 = T_w^0(x_k), \quad k = 0, 1, \dots, N_w.$$

Условия симметрии:

$$\bar{t}_{s_0}^j = \bar{t}_{s_1}^j \text{ или } \bar{t}_{s_0}^j = \frac{4\bar{t}_{s_1}^j - \bar{t}_{s_2}^j}{3} \quad (2.3.14)$$

Краевое условие (2.3.4) принимает вид:

$$\bar{t}_{s_{N_s}}^{j+1} = \bar{t}_{W_0}^{j+1} = T^*$$

Конечно–разностный аналог условия (2.3.5) контактного теплообмена между коксовым пирогом и стенкой камеры имеет вид:

$$\frac{\bar{\lambda}(\bar{t}^{j+1}) - \bar{\lambda}(t_{s_{N_s-1}}^{j+1})}{\Delta x_s} - \frac{\lambda_w(\bar{t}_{W_1}^{j+1}) - \lambda_w(\bar{t}^{j+1})}{\Delta x_w} = 0, \quad (2.3.15)$$

граничное условие (2.3.7)

$$\lambda_w(\bar{t}_{W_N}^{j+1} - \bar{t}_{W_{N-1}}^{j+1}) \frac{1}{\Delta x_w} = \sigma \{ (U^{j+1})^4 - (\bar{t}_{W_{NW}}^{j+1})^4 \} + \alpha (U^{j+1} - \bar{t}_{W_{NW}}^{j+1}). \quad (2.3.16)$$

Наконец, граничное условие (2.3.10) для второго периода:

$$\lambda_s(\bar{t}_{s_{ns}}^j)(\bar{t}_{s_{ns}}^j - \bar{t}_{s_{ns-1}}^j) \frac{1}{\Delta x_w} = \sigma_{ck} \{ (\bar{t}_{W_0}^j)^4 - (\bar{t}_{s_{ns}}^j)^4 \} + \frac{\lambda_n}{\sigma_j} (\bar{t}_{W_0}^j - \bar{t}_{s_{ns}}^j) = \lambda_w(\bar{t}_{W_0}^j)(\bar{t}_{W_1}^j - \bar{t}_{W_0}^j) \frac{1}{\Delta x_s} \quad (2.3.17)$$

Уравнения (2.3.16)–(2.3.17) нелинейные, их решения легко получить итерационным методом. Уравнение (2.3.15) имеет смысл решать методом Ньютона, в качестве начального приближения принимаем значения:

$$\bar{t}_{(0)}^{j+1} = (\bar{t}_{s_{ns}}^j + \bar{t}_{W_0}^j) \frac{1}{2}.$$

Конечно–разностная аппроксимация уравнения теплопроводности (2.3.9) с переносной составляющей по координате x не вызывает принципиальных трудностей [74]. Полученные конечные соотношения позволяют, переходя от слоя к слою, определить значения искомых функций во всех точках сетки.

2.3.4. Исследование технологических параметров температурного процесса коксования угля.

Модель, настроенная по экспериментальным данным технологического режима, должна быть всесторонне исследована в рабочем диапазоне технологических параметров и характеристик. Проведено модельное исследование динамики температурных полей в коксовом пироге и отопительном

простенке. Поскольку в момент загрузки температура шихты и стенки вертикалов отличается на 1000°C , теплообмен между ними приобретает характер теплового удара. В первые минуты после загрузки развиваются максимальные скорости изменения температуры и максимальные температурные градиенты в стенке вертикалов.

Интервал изменения температур в течение период коксования для стенки вертикалов со стороны коксовой загрузки составляет $400\text{--}450^{\circ}\text{C}$, тогда как со стороны факела всего $15\text{--}20^{\circ}\text{C}$. После появления зазора между коксовой загрузкой и стенкой вертикала температура стенки со стороны факела становится равной температуре греющей среды. Исследована динамика изменения температуры поверхности отопительного простенка в начальный период коксования при температуре в вертикалах 1320°C (рис.2.3.1). В момент загрузки холодной шихты температура поверхности стенки резко снижается с 1000°C до 717°C уже через 2 минуты. Температурный перепад в стенке на величину расчетного шага 15 мм при этом достигает 300°C , что является основным неблагоприятным фактором, влияющим на возникновение поверхностных микротрещин кладки.

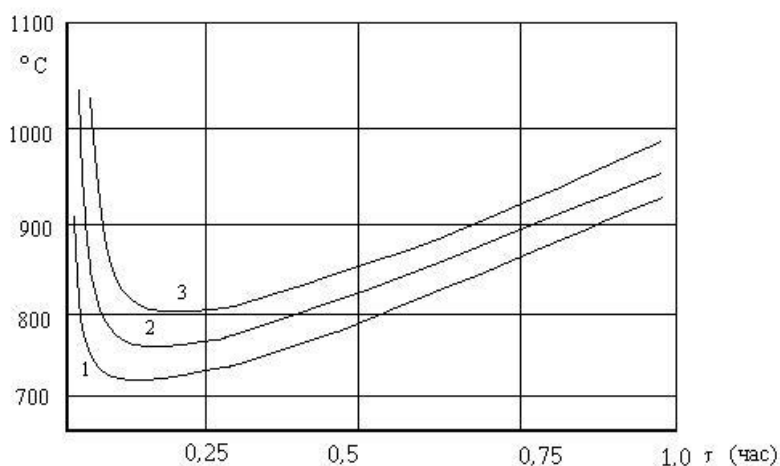


Рис.2.3.1. Зависимость температуры стенки со стороны коксового пирога от времени при различных температурах сухой шихты: 1 — $T^0 = 10^{\circ}\text{C}$; 2 — $T^0 = 150^{\circ}\text{C}$; 3 — $T^0 = 250^{\circ}\text{C}$

При загрузке термически подготовленной шихты тепловой удар смягчается как по диапазону температур, так и по скорости температурных изменений и величинам температурных градиентов (при температуре шихты 250°C перепад температур не превышает 170°C).

Таким образом, математическая модель подтверждает эффективность термической подготовки шихты с точки зрения обеспечения долговечности кладки отопительных простенков. Проведено исследование технологических параметров коксования при различной влажности загружаемой шихты.

В математической модели увеличение влажности шихты отражается в двух аспектах: с одной стороны приводит к увеличению теплопроводности угольной загрузки в интервале температур до 100°C, с другой стороны сдерживает скорость прогрева срединных слоев за счет увеличения количества тепла, идущего на испарение влаги. В таблице 2.3.1 представлены результаты моделирования процесса коксования шихт различной влажности при постоянной температуре обогрева 1325°C. С ростом влажности интервалом до 10% время сушки увеличивается почти на 2 часа, при этом период коксования увеличивается только на 1 час.

Таблица 2.3.1. Расчет зависимости времени коксования и температуры обогрева от влажности шихты

Влажность шихты (%)	0	2	4	6	8	10	12
Время сушки (час)	5,85	6,60	7,03	7,53	7,52	7,67	7,86
Период коксования (час)	14,3	4,85	15,0	15,10	15,24	15,31	15,40
Требуемая температура обогрева (°C)	1303	1317	1325	1329	1333	1336	1340

Необходимо заметить, что процесс сушки при большей влажности идет с большим температурным градиентом в шихте и завершается при большей среднемассовой температуре загрузки, в связи с чем период коксования растет медленнее, чем время сушки. В таблице 2.3.1 также приведены данные по повышению температуры обогрева в связи с ростом влажности при постоянном периоде коксования, равном 15 часам, свидетельствующие о существенном влиянии влажности на температурный режим. Выполненный анализ чувствительности периода коксования к изменению начальной температуры шихты T^0 свидетельствует, что в интервале $U \leq T^0 \leq 100^\circ\text{C}$ период коксования практически не зависит от $T^0(x)$. При загрузке термически подготовленной шихты с температурой $T^0(x) = 150^\circ\text{C}$ период коксования сокращается на 2,5 часа, однако при дальнейшем росте температуры до 250°C сокращается на величину всего 0,2 ч.

2.4. Математическое моделирование тепловых процессов непрерывной разливки стали.

2.4.1. Формулировка математической модели

Правильно выбранный температурный режим является одним из основных факторов стабильности качества продукции технологического процесса непрерывной разливки стали. Его нарушения часто приводят к полной потере плавки или массовому браку в слитках, а иногда и к серьёзным авариям на машине непрерывного литья заготовок (МНЛЗ). Таким образом, при непрерывной разливке требования к температурному режиму должны быть значительно более жёсткими, чем при обычной разливке [99,100].

Тепловые процессы в непрерывном слитке на каждом участке МНЛЗ весьма сложны. Математические модели, описывающие их, основаны на нелинейных дифференциальных уравнениях в частных производных и граничных условиях различного рода. Поэтому такие задачи не поддаются аналитическому решению. Кроме того, аналитический подход ограничен простотой геометрических конфигураций рассматриваемой области. Экспериментальный метод в решении задач, возникающих при изучении процессов непрерывной разливки, требует колоссальных денежных затрат, сложнейшего оборудования, решения вопросов моделирования реальных условий и пр.

Современное развитие численных методов и ЭВМ делает численный подход наиболее привлекательным в решении задач моделирования и исследования тепловых процессов непрерывной разливки стали. К тому же он не имеет ограничений связанных с нелинейностью, которые обычно возникают при попытках аналитических решений. Постоянно растущая мощность вычислительной техники дает возможность постановок все более полных и сложных задач моделирования технологического процесса непрерывной разливки стали.

Математическое моделирование позволяет оптимизировать рабочие параметры непрерывной разливки, повысить качество разливаемой заготовки, снизить производственные затраты и обеспечить безаварийную работу МНЛЗ.

При построении математической модели приняты следующие упрощающие допущения:

1) Тепловой поток в направлении перпендикулярном плоскости Oxz пренебрежимо мал. Так поступают в случаях, когда в слитках прямоугольного сечения широкая грань хотя бы вдвое больше узкой.

2) Распределение температур в кристаллизаторе симметрично относительно оси Oz .

3) Считается, что жидкая и твёрдая фазы разделены чёткой границей (линией), а не полосой, а температура затвердевания средняя из интервала ликвидус – солидус.

- 4) Перемешивание в жидкой фазе не учитывается.
- 5) В случае, когда разливка проводится не под шлаком, учитываются потери тепла от зеркала расплава только за счёт излучения, поскольку конвекция играет незначительную роль [100].
- 6) Ширина слитка на любом уровне МНЛЗ – величина постоянная.
- 7) Кристаллизатор – недеформируемое тело.
- 8) Не учитываются возвратно–поступательное движение кристаллизатора и трение между поверхностями слитка и кристаллизатора.
- 9) В связи с тем, что между поверхностью слитка в кристаллизаторе и стенкой кристаллизатора всегда существует некоторый зазор, обусловленный шероховатостями поверхностей и усадкой слитка, в рассмотрение вводится эффективная толщина газового зазора δ_3 между поверхностью слитка и стенкой кристаллизатора [100].
- 10) Тепловой поток в конце прямолинейного участка ЗВО считается равным нулю.

Теплообмен в области кристаллизатора

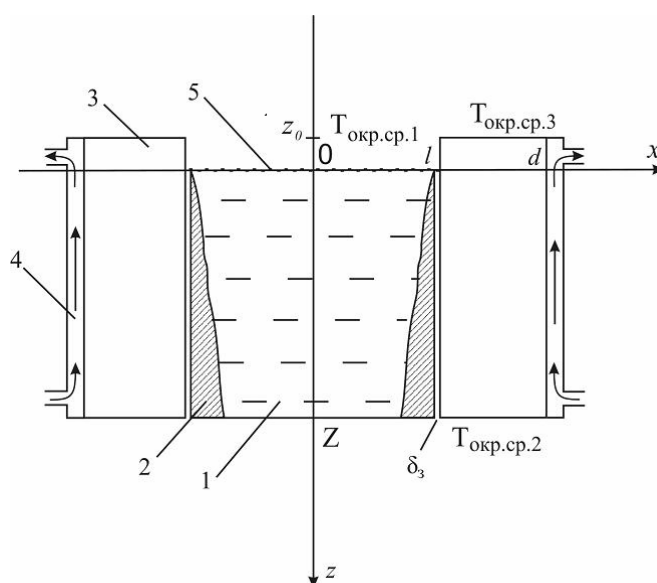


Рисунок 2.4.1. Тепловая схема кристаллизатора. 1 – жидкая фаза; 2 – твёрдая фаза; 3 – стенка кристаллизатора; 4 – охлаждающая вода; 5 – зеркало расплава; l – полутолщина слитка; d – расстояние от начала координат до поверхности стенки кристаллизатора, обращённой к воде.

Для описания процессов тепломассопереноса в расплаве кристаллизатора использовано двумерное уравнение тепломассопереноса:

$$\frac{\partial T(\tau, x, z)}{\partial \tau} + v(\tau) \frac{\partial T(\tau, x, z)}{\partial z} = \frac{1}{c(T, x, z) \rho(T, x, z)} \cdot \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda(T, x, z) \frac{\partial T}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\lambda(T, x, z) \frac{\partial T}{\partial z} \right] \right\}, \quad (2.4.1)$$

где

$v(\tau)$ – скорость вытягивания слитка, м/с;

T – температура в жидкой и твёрдой фазах, К;

c – удельная теплоёмкость, Дж/(кг К);

ρ – плотность, кг/м³;

λ – теплопроводность разливаемого металла, Вт/(м·К).

Граничные условия при $z = 0$. Поскольку основные потери тепла от зеркала расплава получаются за счёт излучения, а конвекция играет незначительную роль в передаче тепла, то тепловой поток с поверхности жидкой стали можно выразить уравнением [100]

$$-\lambda(T, x) \frac{\partial T}{\partial z} = C_n \left[\left(\frac{T_{\text{окр.ср.1}}}{100} \right)^4 - \left(\frac{T|_{z=0}}{100} \right)^4 \right], \quad (2.4.2)$$

где

C_n – приведённый коэффициент излучения, Вт/(м² К⁴);

$T|_{z=0}$ – температура излучающей жидкой стали;

$T_{\text{окр.ср.4}}$ – температура окружающей среды.

При разливке под шлаком тепловой поток от зеркала расплава можно считать равным нулю.

Остальные граничные условия для части слитка внутри кристаллизатора:

при $x = 0$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0} = 0 \quad (2.4.3)$$

при $x = l$

$$\lambda(T, z) \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=l} = \frac{\lambda_{г.3}}{\delta_3} (T|_{x=l+\delta_3} - T|_{x=l}) + C_n \left[\left(\frac{T|_{x=l+\delta_3}}{100} \right)^4 - \left(\frac{T|_{x=l}}{100} \right)^4 \right] \quad (2.4.4)$$

$0 < z < Z$,

где $\lambda_{г.3}$ – коэффициент теплопроводности газовой смеси в зазоре;

$T|_{\chi=1}$, $T|_{\chi=1+\delta}$ – температура поверхностей слитка и кристаллизатора соответственно;

δ_3 – толщина газового зазора,

C_n – приведённый коэффициент излучения.

Условия на границе раздела фаз:

Условие равенства температур:

$$T(\tau, x, z)|_{x=\xi_-(\tau, z)} = T(\tau, x, z)|_{x=\xi_+(\tau, z)} = T_{кр}, \quad (2.4.5)$$

Уравнение, описывающее движение неизвестной границы между жидкой и твердой фазами металла (условие Стефана):

$$\begin{aligned} \lambda(T, x, z) \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_{x=\xi_-(\tau, z)} - \lambda(T, x, z) \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_{x=\xi_+(\tau, z)} &= \\ &= \mu \rho(T_{кр}) \left(\frac{\partial \xi}{\partial \tau} + v \cdot \frac{\partial \xi}{\partial z} \right), \quad (2.4.6) \\ &0 \leq z \leq Z, \end{aligned}$$

где

ξ – граница раздела фаз есть функция двух переменных $\xi(\tau, z)$,

μ – скрытая теплота кристаллизации, (Дж/кг);

$T_{кр}$ – температура кристаллизации (средняя из интервала ликвидус – солидус),

\bar{n} – нормаль к поверхности раздела фаз.

Начальное положение границы раздела фаз

$$\xi(0, z) = \xi_0(z) \quad (2.4.7)$$

и «граничное» условие для функции ξ :

$$\xi_0(\tau, 0) = 1. \quad (2.4.8)$$

Уравнение теплопроводности для стенки кристаллизатора:

$$\frac{\partial T(\tau, x, z)}{\partial \tau} = \frac{1}{c(T, x, z)\rho(T, x, z)} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda(T, x, z) \frac{\partial T}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\lambda(T, x, z) \frac{\partial T}{\partial z} \right] \right\}, \quad (2.4.9)$$

$$z_0 < z < Z, \quad 1 < x < d$$

Граничные условия для стенки кристаллизатора:

при $x = d$

$$\begin{aligned} \lambda(T, z) \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=d} &= \alpha_1 (T_e - T|_{x=d}), \\ &z_0 < z < Z, \end{aligned}$$

при $z = Z$

$$\lambda(T, x) \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=Z} = \alpha_2 (T_{\text{окр.ср.2}} - T|_{z=Z}),$$

$$1 < x < d,$$

при $z = z_0$

$$-\lambda(T, x) \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=z_0} = \alpha_3 (T_{\text{окр.ср.3}} - T|_{z=z_0}) \quad (2.4.10)$$

$$1 < x < d,$$

при $x = 1 + \delta_3$ ниже уровня мениска

$$\lambda(T, z) \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=1+\delta_3} = \frac{\lambda_{\Gamma.3}}{\delta_3} (T|_{x=1+\delta_3} - T|_{x=1}) + C_n \left[\left(\frac{T|_{x=1+\delta_3}}{100} \right)^4 - \left(\frac{T|_{x=1}}{100} \right)^4 \right],$$

$$0 < z \leq Z$$

при $x = 1 + \delta_3$ (над мениском)

$$-\lambda(T, z) \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=1+\delta_3} = \alpha_4 (T_{\text{окр.ср.1}} - T|_{x=d}) + C_n \left[\left(\frac{T_{\text{окр.ср.1}}}{100} \right)^4 - \left(\frac{T|_{x=d}}{100} \right)^4 \right],$$

$$z_0 < z < 0,$$

где

α_1 – коэффициент теплоотдачи от стенки кристаллизатора к охлаждающей воде, Вт/(м²К);

T_b – температура охлаждающей воды,

$\alpha_{2,3,4}$ – коэффициенты теплоотдачи от стенки кристаллизатора в окружающую среду,

$T_{\text{окр.ср.2,3,4}}$ – температура окружающей среды.

Температура охлаждающей воды в канале кристаллизатора описывается следующим балансовым уравнением:

$$c_b S_b v_b \frac{\partial T_b(\tau, z)}{\partial z} = P_c \alpha_1 (T_b(\tau, z) - T|_{x=d}) - P_{\text{вн}} \alpha_{\text{вн}} (T_b(\tau, z) - T_{\text{вн}}), \quad (2.4.11)$$

где

c_b – объёмная теплоёмкость воды, Дж/(К·м³);

S_b – сечение для прохода воды, м²;

v_b – скорость воды, м/сек;

P_c – периметр стенки кристаллизатора, м;

$P_{вн}$ – периметр внешней стенки;

$\alpha_{вн}$ – коэффициент теплоотдачи от воды к внешней стенке,

$T_{вн}$ – температура внешней стенки.

Известна температура охлаждающей воды на входе в канал кристаллизатора:

$$T_B(0, z) = T_{вв}(z) \quad (2.4.12)$$

и её начальное распределение внутри канала:

$$T_B(0, z) = T_{в0}(z) \quad (2.4.13)$$

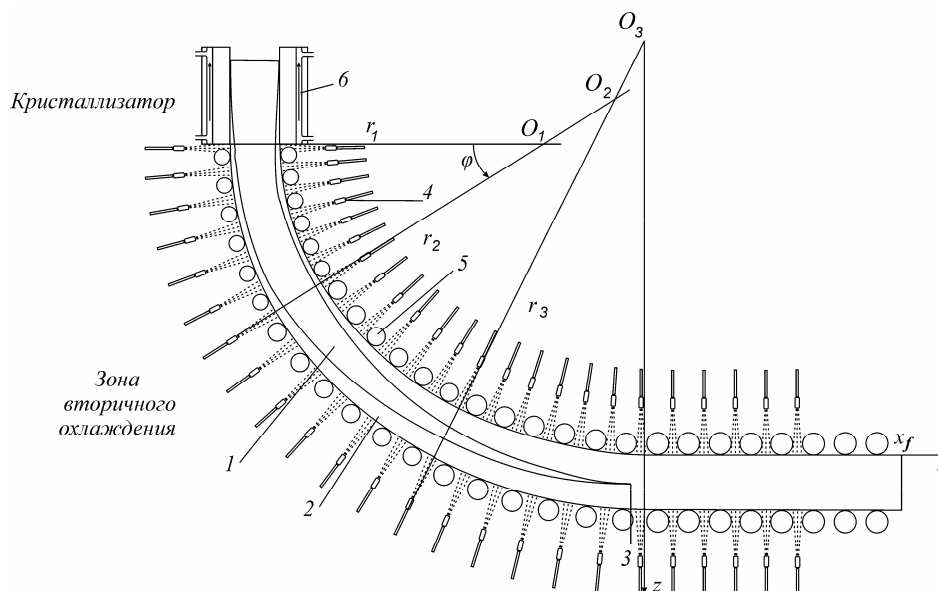


Рисунок 2.4.2 . Схема машины непрерывного литья заготовок (МНЛЗ). 1 – жидкая фаза, 2 – твёрдая фаза, 3 – точка окончательного затвердевания слитка, 4 – форсунки, распыляющие водо–воздушную смесь, 5 – обжимные и приводные ролики.

Теплообмен в зоне вторичного охлаждения (ЗВО)

Уравнение тепломассопереноса для слитка на криволинейных участках МНЛЗ выглядит следующим образом:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} + \theta_m(\tau) \frac{\partial T(\tau, r, \varphi)}{\partial \varphi} = \frac{1}{c(T, r, \varphi) \rho(T, r, \varphi)} \cdot \left\{ \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda(T, r, \varphi) \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\lambda(T, r, \varphi) \frac{\partial T}{\partial \varphi} \right) + \frac{\lambda(T, r, \varphi)}{r} \cdot \frac{\partial T}{\partial r} \right\} \quad (2.4.14)$$

где θ_m – угловая скорость движения слитка на m -м криволинейном участке.

Условия равенства температур на границе раздела фаз:

$$T(\tau, r, \varphi) \Big|_{r=\xi_{1,2}(\tau, \varphi)} = T(\tau, r, \varphi) \Big|_{r=\xi_{1,2+}(\tau, \varphi)} = T_{кр},$$

$$\Gamma_{1,2} = \xi_{1,2}(\tau, \varphi), \quad (2.4.15)$$

где $\xi_1(\varphi)$ и $\xi_2(\varphi)$ – границы раздела фаз.

Условия Стефана:

$$\lambda(T, r, \varphi) \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_{\xi_{1-}} - \lambda(T, r, \varphi) \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_{\xi_{1+}} =$$

$$= \mu \rho_{кр} \left(\theta_m(\tau) \cdot \frac{\partial \xi_1}{\partial \varphi} + \frac{\partial \xi_1}{\partial \tau} \right),$$

$$\xi_1(0, \varphi) = \xi_{1_0}(\varphi), \quad (2.4.16)$$

$$\lambda(T, r, \varphi) \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_{\xi_{2+}} - \lambda(T, r, \varphi) \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_{\xi_{2-}} = -\mu \rho_{кр} \left(\theta_m(\tau) \cdot \frac{\partial \xi_2}{\partial \varphi} + \frac{\partial \xi_2}{\partial \tau} \right),$$

$$\xi_2(0, \varphi) = \xi_{2_0}(\varphi).$$

Граничные условия на криволинейных участках:

по внутреннему радиусу:

$$-\lambda(T, \varphi) \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=r_m} = \alpha_l(G_m(\tau), \varphi) \cdot$$

$$\cdot (T_{Im} - T|_{r=r_m}) + C_{Im} (T_{Im}^4 - (T|_{r=r_m})^4)$$

по внешнему радиусу:

$$\lambda(T, \varphi) \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=r_m+2l} = \alpha_E(G_m(\tau), \varphi) \cdot$$

$$\cdot (T_{Em} - T|_{r=r_m+2l}) + C_{Em} (T_{Em}^4 - (T|_{r=r_m+2l})^4),$$

где α_l , α_E , C_{Im} , C_{Em} , T_{Im} , T_{Em} – коэффициенты теплоотдачи от поверхности слитка в окружающую среду, приведённые коэффициенты излучения

от поверхности слитка, температура окружающей среды в m -й секции ЗВО по внутреннему (I) и по внешнему (E) радиусам соответственно, $G_m(\tau)$ – расход воды на m -й секции.

Уравнение тепломассопереноса на прямолинейном участке:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} + v(\tau) \frac{\partial T(\tau, x, z)}{\partial x} = \frac{1}{c(T, x, z) \rho(T, x, z)} \cdot \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda(T, x, z) \frac{\partial T}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\lambda(T, x, z) \frac{\partial T}{\partial z} \right] \right\}. \quad (2.4.18)$$

Если жидкая фаза продолжается дальше точки выпрямления, то на прямолинейном участке ЗВО также задаются условия равенства температур на границе раздела фаз:

$$T(\tau, x, z) \Big|_{x=\xi_{1,2-}(x,z)} = T(\tau, x, z) \Big|_{x=\xi_{1,2+}(x,z)} = T_{кр}, \quad (2.4.19)$$

и условия Стефана:

$$\begin{aligned} \lambda(T, x, z) \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_{\xi_{1-}} - \lambda(T, x, z) \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_{\xi_{1+}} &= \\ &= \mu \rho_{кр} \left(v(\tau) \cdot \frac{\partial \xi_1}{\partial x} + \frac{\partial \xi_1}{\partial \tau} \right), \quad (2.4.20) \\ \lambda(T, x, z) \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_{\xi_{2+}} - \lambda(T, x, z) \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_{\xi_{2-}} &= -\mu \rho_{кр} \left(v(\tau) \cdot \frac{\partial \xi_2}{\partial x} + \frac{\partial \xi_2}{\partial \tau} \right). \end{aligned}$$

Граничные условия на прямолинейном участке:

по внутреннему радиусу:

$$-\lambda(T, x) \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=z_p} = \alpha_I (G_m(\tau), x) \cdot (T_{I.o.c.z_p} - T|_{z=z_p}) + C_{I4} (T_{I.o.c.z_p}^4 - (T|_{z=z_p})^4)$$

по внешнему радиусу:

$$\begin{aligned} \lambda(T, x) \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=z_p+2l} &= \alpha_{Ez_p} (G_m(\tau), x) \cdot (T_{E.o.c.z_p} - T|_{z=z_p+2l}) + \\ &+ C_{Ez_p} (T_{E.o.c.z_p}^4 - (T|_{z=z_p+2l})^4) \end{aligned} \quad (2.4.21)$$

Предполагаем, что в конце прямолинейного участка тепловой поток равен нулю:

$$\lambda(T, z) \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=x_p} = 0. \quad (2.4.22)$$

Заданы начальные условия для всего поля температур:

на прямолинейных участках:

$$T(0, x, z) = T_0(x, z)$$

и на криволинейных участках:

$$T(0, r, \varphi) = T_0(r, \varphi).$$

(2.4.23)

Причём начальная температура есть непрерывная функция на всей области слитка и стенки кристаллизатора.

2.4.2. Конечно–разностные аппроксимации исходных уравнений.

В области первичной зоны охлаждения (кристаллизатор) введём следующие равномерные прямоугольные сетки (рис.2.4.3):

на $(0, l) \times (0, z)$ – слиток внутри кристаллизатора – сетка ω_g , с шагами

$$q = \frac{l}{N} \text{ и } h = \frac{z}{M};$$

на $(l + \delta_3, l + \delta_3 + d) \times (z_0, 0)$ (стенка кристаллизатора выше уровня мениска) сетка ω_{s,h_1} с шагами $s = \frac{d}{K}$ и $h_1 = \frac{z_0}{P}$;

на $(l + \delta_3, l + \delta_3 + d) \times (0, Z)$ (стенка кристаллизатора ниже уровня мениска) сетка $\omega_{s,h}$.

на $(l + \delta_3, l + \delta_3 + d) \times (0, Z)$ (стенка кристаллизатора ниже уровня мениска) сетка $\omega_{s,h}$.

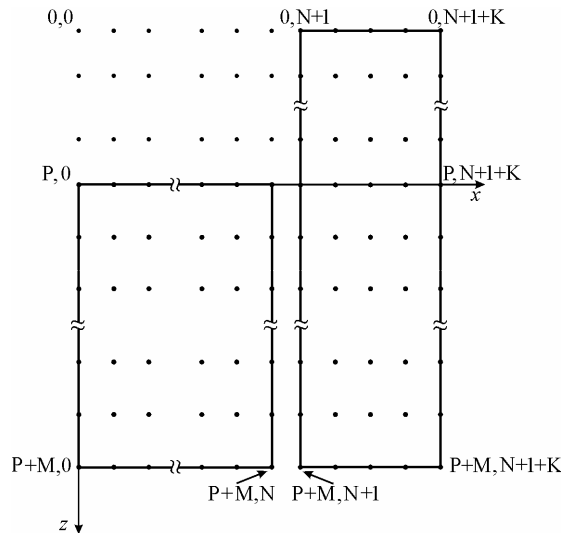


Рисунок 2.4.3. Сеточное разбиение слитка внутри кристаллизатора и стенки кристаллизатора

В области ЗВО введём следующие конечно-разностные сетки. На каждом участке с постоянной кривизной введём равномерную сетку ω_{q,f_i} (рис.2.4.4) с шагом по радиусу $q = \frac{l}{N}$ (совпадает с шагом по координате x в кристаллизаторе) и шагом по углу $f_m = \frac{r_m}{M_m}$, где m – номер участка, r_m – радиус кривизны внутренней поверхности слитка на m -м участке. На прямолинейном участке – прямоугольную равномерную сетку ω_{q,h_2} , $h_2 = \frac{x_2}{M_4}$, x_2 – длина прямолинейного участка, M_4 – число отрезков разбиения по длине.

Введём систему временных интервалов $\{\tau_k\}$, $k = 0,1,2,\dots$ и соответствующую равномерную сетку по времени ω_τ , $\tau_k = \Delta\tau$ для всех $k = 0,1,2,\dots$

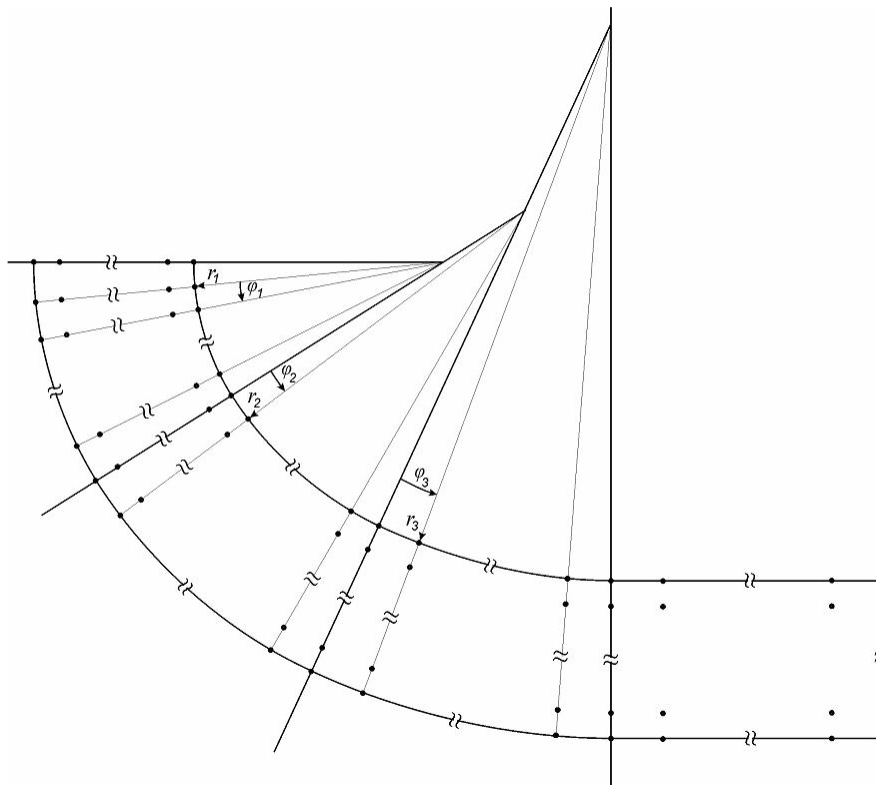


Рисунок 2.4.4. Сеточное разбиение ЗВО.

Поставим в соответствие задаче (2.4.1)–(2.4.23) конечно–разностную задачу.

Перепишем уравнение тепломассопереноса в слитке внутри кристаллизатора (2.4.1) в недивергентной форме и построим его конечно–разностный аналог по явной схеме [4], используя пяти–точечный шаблон:

$$\begin{aligned} \frac{T_{k+1,i,j} - T_{k,i,j}}{\Delta\tau} + v_k \frac{T_{k,i,j} - T_{k,i,j-1}}{h} = \frac{1}{c_{k,i,j} \rho_{k,i,j}} \cdot \\ \cdot \left\{ \lambda_{k,i,j} \frac{T_{k,i+1,j} - 2T_{k,i,j} + T_{k,i-1,j}}{q^2} + \frac{\lambda_{k,i,j} - \lambda_{k,i-1,j}}{q} \cdot \frac{T_{k,i,j} - T_{k,i-1,j}}{q} + \right. \\ \left. + \lambda_{k,i,j} \frac{T_{k,i,j+1} - 2T_{k,i,j} + T_{k,i,j-1}}{h^2} + \frac{\lambda_{k,i,j} - \lambda_{k,i,j-1}}{h} \cdot \frac{T_{k,i,j} - T_{k,i,j-1}}{h} \right\} \end{aligned} \quad (2.4.24)$$

Погрешность аппроксимации схемы определяется шагами сетки по времени и пространственным координатам $O[\Delta\tau, q^2, h]$.

Граничному условию (2.4.2) соответствует конечно–разностное уравнение

$$-\lambda_{k,i,0} \frac{3T_{k,i,0} - 4T_{k,i,1} + T_{k,i,2}}{2h} = C_n \left[\left(\frac{T_{\text{exp.ср.4}}}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_{k,i,0}}{100} \right)^4 \right] \quad (2.4.25)$$

с погрешностью аппроксимации $O[h^2]$.

Граничным условиям (2.4.3) и (2.4.4) ставятся в соответствие следующие уравнения:

$$3T_{k,0,j} = 4T_{k,1,j} - T_{k,2,j}, \quad (2.4.26)$$

$$\begin{aligned} \lambda_{k,N,j} \frac{T_{k,N-2,j} - 4T_{k,N-1,j} + 3T_{k,N,j}}{2q} = \\ = \frac{\lambda_{\Gamma.3}}{\delta_3} (T_{k,N,j} - T_{k,N+1,j}) + C_n \left[\left(\frac{T_{k,N+1,j}}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_{k,N,j}}{100} \right)^4 \right] \end{aligned} \quad (2.4.27)$$

с погрешностью $O[q^2]$.

Уравнению теплопроводности внутри стенки кристаллизатора (2.4.9) ставится в соответствие следующая конечно–разностная аппроксимация:

$$\frac{T_{k+1,i,j} - T_{k,i,j}}{\Delta\tau} = \frac{1}{c_{k,i,j}\rho_{k,i,j}} \cdot \left\{ \lambda_{k,i,j} \frac{T_{k,i+1,j} - 2T_{k,i,j} + T_{k,i-1,j}}{s^2} + \frac{\lambda_{k,i,j} - \lambda_{k,i-1,j}}{s} \cdot \frac{T_{k,i,j} - T_{k,i-1,j}}{s} + \right. \quad (2.4.28)$$

$$\left. + \lambda_{k,i,j} \frac{T_{k,i,j+1} - 2T_{k,i,j} + T_{k,i,j-1}}{h^2} + \frac{\lambda_{k,i,j} - \lambda_{k,i,j-1}}{h} \cdot \frac{T_{k,i,j} - T_{k,i,j-1}}{h} \right\}$$

с погрешностью $O[\Delta\tau, s^2, h^2]$.

Разностное уравнение граничного условия (2.4.10) представим следующим образом:

$$\lambda_{k,i,j} \frac{T_{k,N+K-1,j} - 4T_{k,N+K,j} + 3T_{k,N+K+1,j}}{2s} = \alpha_1 (T_{v_{k,j}} - T_{k,N+K+1,j}). \quad (2.4.29)$$

Аналогично записываются конечно-разностные уравнения для других границ стенки кристаллизатора.

Балансовому уравнению для температуры воды (2.4.11) соответствует уравнение

$$c_e S_e v_e \frac{T_{e_{k,j}} - T_{e_{k,j-1}}}{h} = P_c \alpha_1 (T_{e_{k,j}} - T_{k,N+K+1,j}) - P_{en} \alpha_{en} (T_{k,N+K+1,j} - T_{en}) \quad (2.4.30)$$

с погрешностью $O[h]$.

Конечно-разностный аналог уравнения тепломассопереноса в ЗВО:

$$\frac{T_{k+1,i,j} - T_{k,i,j}}{\Delta\tau} + \theta_{mk} \frac{T_{k,i,j} - T_{k,i,j-1}}{f_m} =$$

$$= \frac{1}{c_{k,i,j}\rho_{k,i,j}} \left\{ \lambda_{k,i,j} \frac{T_{k,i+1,j} - 2T_{k,i,j} + T_{k,i-1,j}}{q^2} + \frac{\lambda_{k,i,j} - \lambda_{k,i-1,j}}{q} \times \frac{T_{k,i,j} - T_{k,i-1,j}}{q} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{r_m^2} \left(\lambda_{k,i,j} \frac{T_{k,i,j+1} - 2T_{k,i,j} + T_{k,i,j-1}}{f_m^2} + \frac{\lambda_{k,i,j} - \lambda_{k,i,j-1}}{f_m} \cdot \frac{T_{k,i,j} - T_{k,i,j-1}}{f_m} \right) \right.$$

$$\left. + \frac{\lambda_{k,i,j}}{r_m} \cdot \frac{T_{k,i,j} - T_{k,i-1,j}}{q} \right\}$$

с погрешностью $O[\Delta\tau, q, f_m]$.

Алгоритм решения системы алгебраических уравнений

После проведения оценки максимально допустимого шага по времени для устойчивости [93] построенной явной разностной схемы проводится перерасчёт всего поля температур по следующему алгоритму:

1. Расчёт температуры охлаждающей воды в канале кристаллизатора.
2. Расчёт граничных условий для стенки кристаллизатора.
3. Расчёт температуры внутри стенки кристаллизатора.
4. Расчёт граничных условий для слитка.
5. Расчёт температуры во внутренних точках слитка и положения границы раздела фаз.

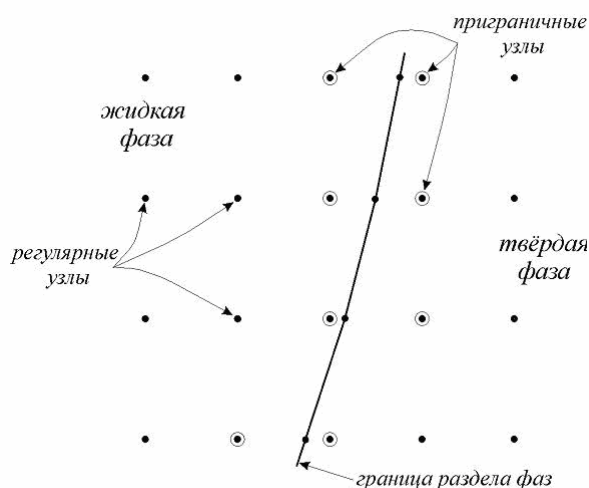


Рисунок 2.4.5. Положение границы раздела фаз в основной сетке.

Значения положения неизвестной границы в узлах сетки, разбивающей слиток по длине, дают дополнительные узлы. На рисунке 2.4.5 они изображены между узлами основной сетки. Через них проходит граница раздела фаз. Температура в них равна температуре кристаллизации.

Узлы основной сетки, которые лежат в непосредственной близости к границе раздела фаз, будем называть приграничными. В них нельзя пересчитывать температуру по предложенной схеме, т.к. может быть нарушено условие устойчивости разностных схем.

Поэтому сначала вычисляется температура в регулярных узлах по явной схеме (2.4.24). А затем находится новое положение границы раздела фаз. Заменив в условиях Стефана (2.4.6, 2.4.16) производные конечными разностями, получим связь положения неизвестной границы с температурой в приграничных узлах. Рассмотрим порядок расчета в области кристаллизатора. Пусть новое положение границы $\{\xi_j^{k+1}\}$, $j = \overline{P, P+M}$. Обо-

значим приграничный узел сетки слева от ξ_j^{k+1} $x_{i,j}$. Чтобы приблизить производную температуры по нормали в точке ξ_j^{k+1} , введём специальные узлы, которые вместе с точкой ξ_j^{k+1} образуют равномерный пятиточечный шаблон с шагами q и h (рис. 2.4.6).

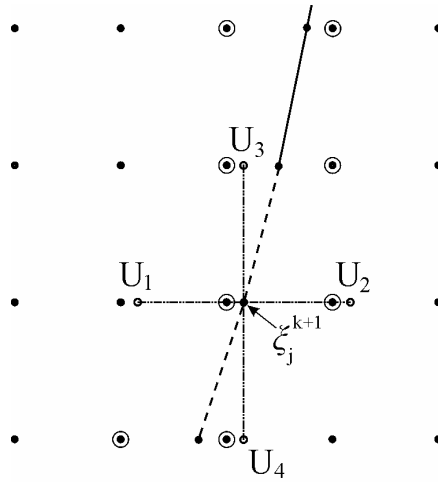


Рисунок 2.4.6. Схема для расчёта положения границы раздела фаз.

Итак, получаем конечно-разностный аналог уравнения (2.4.6):

$$\lambda \left(\sqrt{\left(\frac{U_2 - T_{kr}}{q} \right)^2 + \left(\frac{U_4 - T_{kr}}{h} \right)^2} - \sqrt{\left(\frac{U_1 - T_{kr}}{q} \right)^2 + \left(\frac{U_3 - T_{kr}}{h} \right)^2} \right) =$$

$$= \mu \rho \left(\frac{\xi_j^{k+1} - \xi_j^k}{\Delta t} + v \frac{\xi_j^{k+1} - \xi_{j-1}^{k+1}}{h} \right) \quad (2.4.31)$$

Температура в точке ξ_j^{k+1} равна температуре кристаллизации. Тогда температуру U_1 в специальном узле x можно с высокой степенью точности приблизить полиномом Лагранжа 2-й степени:

$$U_1 = T_{kr} \cdot \frac{(x - x_{i+1,j})(x - x_{i+2,j})}{(\xi_j^{k+1} - x_{i+1,j})(\xi_j^{k+1} - x_{i+2,j})} +$$

$$+ T_{i+1,j} \cdot \frac{(x - \xi_j^{k+1})(x - x_{i+2,j})}{(x_{i+1,j} - \xi_j^{k+1})(x_{i+1,j} - x_{i+2,j})} +$$

$$+ T_{i+2,j} \cdot \frac{(x - \xi_j^{k+1})(x - x_{i+1,j})}{(x_{i+2,j} - \xi_j^{k+1})(x_{i+2,j} - x_{i+1,j})}.$$

Аналогично определяется температура U_2, U_3, U_4 , в остальных специальных узлах. Подставляя полученные выражения в конечно-разностный аналог условия Стефана (2.4.31), получаем следующую систему нелинейных уравнений для нахождения неизвестной границы:

$$\xi_j^{k+1} = \xi_j^k + \Delta t \left\{ \frac{\lambda}{\mu\rho} \left(\sqrt{\left(\frac{U_2 - T_{kr}}{q}\right)^2 + \left(\frac{U_4 - T_{kr}}{h}\right)^2} - \sqrt{\left(\frac{U_1 - T_{kr}}{q}\right)^2 + \left(\frac{U_3 - T_{kr}}{h}\right)^2} \right) - v \frac{\xi_j^{k+1} - \xi_{j-1}^{k+1}}{h} \right\}$$

(2.4.32)

$$P \leq j \leq P + M.$$

Система решается методом итераций. Аналогичным образом определяется положение неизвестной границы в ЗВО.

Получив новое положение границы раздела фаз, можем интерполировать температуру в «приграничных» узлах.

Остаётся ещё два особых момента: на уровне мениска и на уровне точки окончательного затвердевания, за которой в слитке присутствует только твёрдая фаза, и координаты которой являются характеристикой глубины жидкой фазы. Здесь недостаточно внутренних узлов в твёрдой или жидкой фазах. Для расчётов в таких точках применяются специальные алгоритмы.

Расчёт на уровне мениска. Для вычислений представленным нами ранее способом недостаточно узлов в твёрдой фазе. Если $l - \xi_j < g$, то для пересчёта положения границы раздела фаз в качестве U_2 используем значение $T_{N,j}$ и шаблон с уменьшенным шагом по координате x , равным $l - \xi_j$.

Расчёт на уровне точки окончательного затвердевания. Здесь недостаточно регулярных узлов внутри жидкой фазы. Поэтому будем считать, что если расстояние между ξ_1 и ξ_2 стало меньше заданной нами величины, то через некоторое небольшое число шагов по длине слитка находится точка окончательного затвердевания. Определим её координаты, исходя из общего поведения ξ_1 и ξ_2 . Далее воспользуемся тем свойством, что производная по нормали к границе раздела фаз со стороны жидкой фазы в этом месте близка к нулю, и доопределим температуру во внутренних приграничных узлах равной температуре кристаллизации.

2.4.3. Анализ результатов моделирования.

Представленный алгоритм программно реализован в среде программирования Borland C++ Builder 6.0. Расчёты проведены для марки стали 40 и геометрических параметров криволинейной МНЛЗ, аналог которой достаточно широко эксплуатируется при разливке металла. Толщина слитка равна 0,2 м.

На рисунке 2.4.7 представлены графики зависимости глубины жидкой фазы от скорости вытягивания слитка при различных режимах охлаждения. Глубина жидкой лунки определена для установившегося процесса. Режимы расхода воды (на одну форсунку) следующие:

$$\text{№1: } G_1 = 0,00032 \text{ (м}^3\text{/сек)}, G_2 = 0,00028 \text{ (м}^3\text{/сек)}, \\ G_3 = 0,00024 \text{ (м}^3\text{/сек)};$$

$$\text{№2: } G_1 = 0,0003 \text{ (м}^3\text{/сек)}, G_2 = 0,00025 \text{ (м}^3\text{/сек)}, \\ G_3 = 0,00019 \text{ (м}^3\text{/сек)};$$

$$\text{№3: } G_1 = 0,00026 \text{ (м}^3\text{/сек)}, G_2 = 0,0002 \text{ (м}^3\text{/сек)}, \\ G_3 = 0,00013 \text{ (м}^3\text{/сек)}.$$

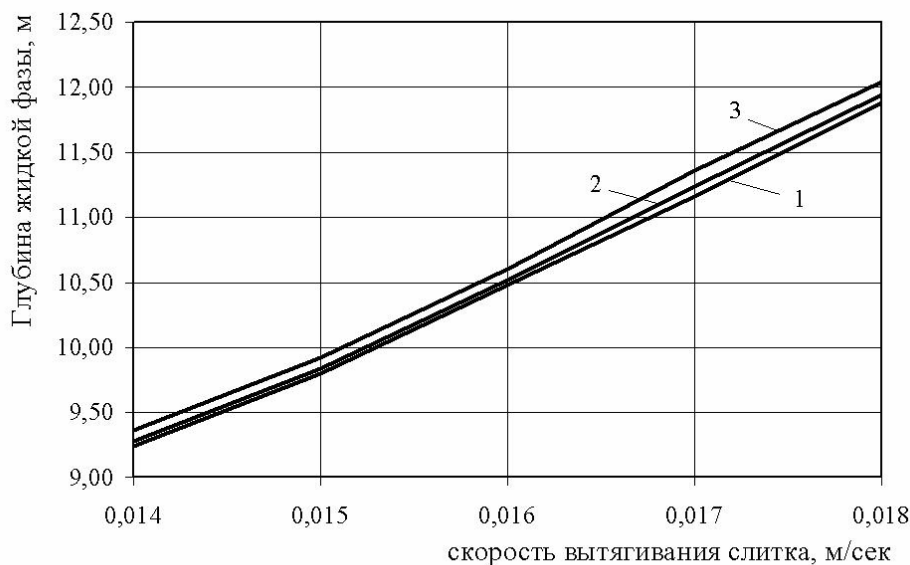


Рисунок 2.4.7. Глубина жидкой фазы в зависимости от скорости вытягивания слитка при различных режимах охлаждения (цифры соответствуют номеру режима расхода воды).

Таким образом, для различных марок стали и различных скоростей вытягивания слитка можно определить при каких режимах расхода охлаждающей воды будет поддерживаться оптимальная глубина жидкой лунки.

На рис.2.4.8 представлены графики распределения температуры вдоль поверхности, на некотором расстоянии от поверхности и на оси слитка. На тех участках поверхности, которые в данный момент накрываются факелом форсунки, распыляющей охлаждающую водовоздушную смесь, наблюдаются падения значений температуры на величину от 40 до 70 К. Из результатов моделирования видно, что кривизна слитка влечёт за собой асимметрию температурного поля. Даже при одинаковой интенсивности охлаждения на поверхностях внутреннего и внешнего радиусов температура на внешней поверхности несколько ниже. Такое же явление наблюдается в производственных условиях.

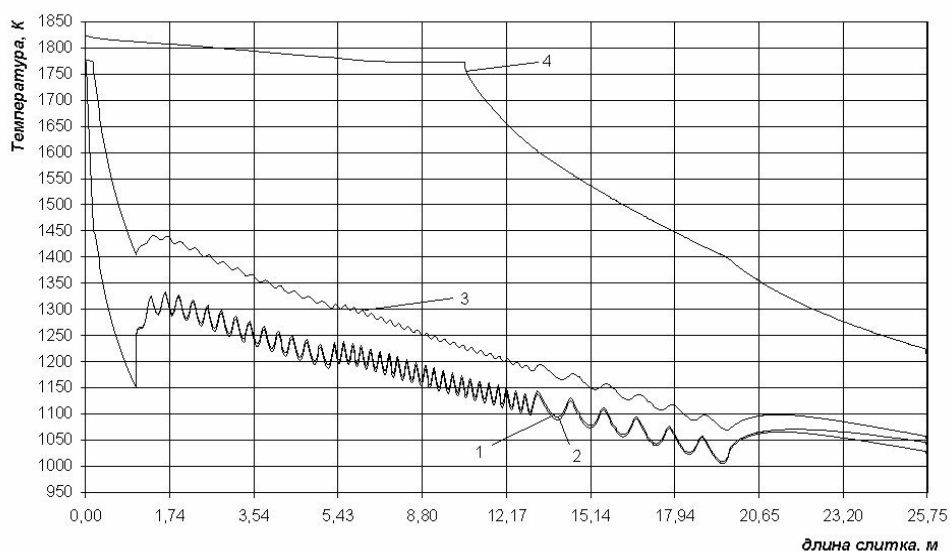


Рисунок 2.4.8. Температура слитка: 1 – внутренняя поверхность, 2 – внешняя поверхность, 3 – на расстоянии 4 мм от внешней поверхности, 4 – на оси слитка.

Для исследования степени влияния изменения входных параметров (расходов охлаждающей воды в кристаллизаторе и в каждой секции ЗВО) на изменение температуры слитка были построены графики чувствительности динамической системы по некоторым параметрам. Под чувствительностью в данном случае понимается реакция температурного процесса на 10-ти процентное изменение рассматриваемого параметра в стационарном режиме разлива. Поочерёдно вносились возмущения на расходы воды в различных зонах охлаждения слитка. Расчёт для нового расхода воды производился до тех пор, пока поле температур вновь не стабилизировалось.

На рис.2.4.9 показана чувствительность температуры поверхности слитка. Результаты исследований показывают, что изменение расхода охлаждающей воды на кристаллизатор имеет очень незначительное влияние,

и поэтому этот параметр на практике не используется в качестве управляющего. В то же время анализ трёх остальных кривых показывает, что процесс равномерно чувствителен к изменениям величин расхода воды в любой из секций ЗВО.

Кроме этого из графиков видно, что чувствительность зависит ещё и от температуры заготовки, и от места расположения форсунок, подающих водовоздушную смесь. Чем выше температура расплава, тем больше чувствительность к изменениям расхода воды в ЗВО. Чувствительность, естественно, выше на участках непосредственно находящихся внутри зоны действия форсунки исследуемой секции. Функции чувствительности имеют экстремумы в точках, соответствующих концам секций ЗВО. На графике видна также динамика затухания чувствительности к концу непрерывного слитка.

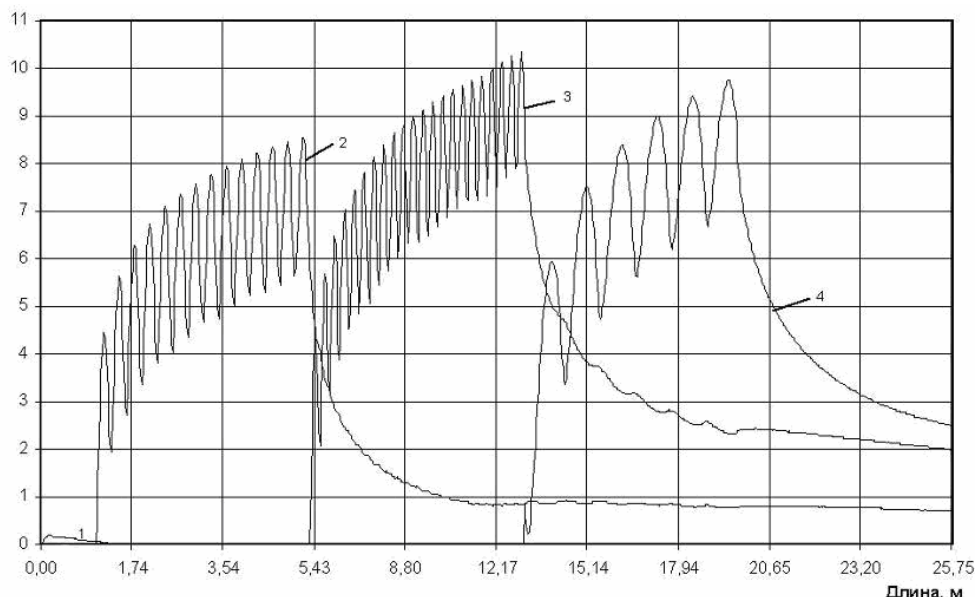


Рисунок 2.4.9. Чувствительность температуры поверхности слитка к изменению расхода охлаждающей воды: 1 – в кристаллизаторе; 2 – в 1-й секции ЗВО; 3 – во 2-й секции ЗВО; 4 – в 3-й секции ЗВО.

Таким образом, построенная математическая модель учитывает важнейшие технологические параметры и особенности тепловых процессов МНЛЗ и позволяет воспроизвести динамику тепловых процессов в условиях изменяющихся во времени основных параметров таких, как скорость движения слитка, температура разливаемого металла и температура охлаждающей воды в кристаллизаторе и ЗВО. Использована полярная система координат, которая является более естественной при описании геометрии слитка криволинейных и радиальных МНЛЗ и существенно упрощает процедуру расчётов по модели. Математическая

модель адекватна моделируемому процессу на качественном уровне и хорошо соответствует данным, полученным в производственных условиях. Выполненные исследования чувствительности температуры слитка к изменениям расхода охлаждающей воды позволяют численно оценить влияние управляющих воздействий на температурное поле слитка. Модель может быть использована для разработки технологии и режимов непрерывной разливки стали, а также при разработке системы автоматического управления процессом для синтеза алгоритмов управления и для непосредственного использования в системе управления с целью оперативной оценки температурного состояния разливаемого металла.

3. ИДЕНТИФИКАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ТЕПЛОВОЙ ОБРАБОТКИ.

3.1. Постановка задач идентификации параметров математических моделей.

При разработке систем управления тепловой обработкой материалов, вводе в эксплуатацию типовых систем на различных объектах, после ремонтов и реконструкции печей возникает необходимость в настройке и перенастройке параметров математической модели технологического процесса. Оперативная оценка параметров теплообмена в рабочем пространстве необходима также для решения задач диагностики различных отклонений в тепловой работе технологического оборудования.

Задачи идентификации систем с распределенными параметрами состоят в определении функций, описывающих изменение параметров по пространственным координатам или времени, по имеющимся экспериментальным данным о технологическом процессе.

Реализация алгоритмов идентификации параметров математической модели на практике связана с рядом трудностей, обусловленных ограниченностью информационной базы о моделируемом процессе, а также узкими рамками реального масштаба времени. Для определения характера изменения параметров теплообмена необходима информация о процессе по крайней мере в 7–9 точках по длине зоны теплообмена. Следовательно, решение задачи оперативной подстройки параметров модели может осуществляться только в том случае, когда известна структура функций, описывающих характер изменения условий теплового обмена. Поскольку процесс подстройки должен осуществляться в реальном масштабе времени, количество подстраиваемых параметров должно быть невелико, а алгоритмы подстройки предельно просты. Для определения структуры функций, описывающих изменение параметров теплообмена необходимо решать задачи идентификации, которые назовем задачами начальной настройки.

В настоящее время в печах различного назначения температура нагреваемого материала, как правило, не контролируется. В нагревательных печах прокатного производства в лучшем случае оперативно измеряется температура поверхности металла лишь в одной зоне печи, а также на черновой клети после нескольких обжатию заготовки на стане. В связи с этим, для решения задач начальной настройки необходимо проведение специальных измерений. Объем необходимой измерительной информации определяется в результате анализа условий существования, единственности и точности решения задачи идентификации. Информативность измерений определяется условиями теплофизического эксперимента.

Анализируя всю совокупность параметров моделей с позиции задач настройки к конкретному технологическому процессу, можно предложить следующую систему ее классификации. Коэффициенты моделей по признаку принадлежности к конкретному объекту (рабочее пространство печи и его конструктивные элементы или обрабатываемый материал) разбива-

ются на две группы. Первую группу составляют коэффициенты, характеризующие условия теплообмена в зонах печи, и теплофизические характеристики кладки. Вторая группа коэффициентов связана с загружаемым материалом – это теплофизические коэффициенты теплоемкости, теплопроводности, плотности, влажности и др. Часть параметров образуют множество, по которым имеется достоверная информация, полученная в результате специальных лабораторных исследований. Это теплофизические свойства металлов, огнеупоров, некоторых марок углей, природного и коксодоменного газов. Информация об этих характеристиках в качестве нормативно-справочной должна находиться в памяти управляющей ЭВМ.

Другое множество состоит из параметров, значения которых априори являются неизвестными величинами, и существует необходимость в их подстройке к условиям конкретного объекта. К ним относятся коэффициенты лучистого либо конвективного теплообмена в системе факел–кладка–нагреваемый материал. Эти параметры модели должны быть определены в результате решения задачи настройки.

Идентифицируемые параметры условно могут быть разбиты на два типа: параметры, настраиваемые в автономном режиме на основании достаточно полной информации о процессе, получаемой в результате экспериментальных измерений, и параметры, которые подстраиваются в оперативном режиме с использованием информации, получаемой штатными средствами контроля технологического процесса. Первый тип задач идентификации, требующий достаточно больших объемов информации и сложных методов и алгоритмов решений, относится к задачам начальной настройки.

Проблема идентификации математических моделей содержит два аспекта: алгоритмический и информационный. Информационный аспект состоит в получении экспериментальных данных, наиболее полно характеризующих моделируемый процесс по отношению к настраиваемым параметрам. В связи с ограниченной доступностью измерений и их трудоемкостью всегда важно знать минимально необходимый объем измерений. Эта величина может быть определена в результате анализа условий существования и единственности решения соответствующей задачи. Для однозначного определения одной функции $V(\tau)$ или $\sigma(\tau)$ математической модели нагрева массивного тела (например, при симметричном нагреве) необходимо иметь измерения температуры во времени в одной точке x пространственной области, аппроксимирующей нагреваемое тело. Для того, чтобы определить одновременно коэффициенты теплоотдачи $\sigma_1(\tau)$, $\sigma_2(\tau)$ (1 – снизу и 2 – сверху соответственно), нужны измерения температуры в двух точках области при граничных условиях третьего рода, в которых температуры греющих сред $U_1(\tau)$, $U_2(\tau)$ предполагаются известными. Если имеется возможность измерить величины тепловых потоков $q_1(\tau)$, $q_2(\tau)$ на поверхности нагреваемого тела, то необходимость в измерениях температуры тела отпадает.

3.2. Задачи начальной настройки параметров.

3.2.1. Методы и алгоритмы регуляризации решения обратных задач.

Рассмотрим обратную задачу определения коэффициентов лучистого теплообмена по длине рабочего пространства печи. Процесс нагрева металла в печи описывается системой уравнений (2.1.13)–(2.1.17). Поскольку по температурному полю без дополнительной информации о процессе нагрева невозможно установить долю теплопередачи конвекцией и излучением, в дальнейшем передачу тепла в граничных условиях будем считать либо по закону Ньютона (т.е. будут приниматься линейные граничные условия), либо по закону Стефана–Больцмана (будут приниматься нелинейные граничные условия).

Задача начальной настройки состоит в следующем. Известны функции: $T^*(x, \tau)$ – температурное распределение по сечению нагреваемой заготовки ($0 \leq x \leq S$) в моменты времени τ , ($0 \leq \tau \leq \tau_H$), $U_1(\tau)$, $U_2(\tau)$ – температура рабочего пространства печи снизу и сверху, а также коэффициенты теплоемкости, теплопроводности и плотности, заданные как функции температуры. Требуется определить $\sigma_1(\tau)$, $\sigma_2(\tau)$ – как функции времени.

Сформулированная задача относится к внешним (граничным) обратным задачам теплопроводности и оказывается некорректной в классическом смысле (малые погрешности измерения температуры нагреваемого тела соответствуют достаточно большим изменениям в искомым решениях [101]). Для того, чтобы получить практическое представление о степени неустойчивости решения, воспользуемся одним из вариантов прямого обращения граничных условий. Разрешая граничные условия (2.1.14), (2.1.15) относительно коэффициента σ , получим следующие выражения для его вычисления:

$$\sigma_1(\tau) = \frac{-\lambda(T) \frac{\partial T^*}{\partial x} \Big|_{x=0}}{[U_1(\tau)]^4 - [T(0, \tau)]^4}, \quad (3.2.1)$$

$$\sigma_2(\tau) = \frac{\lambda(T) \frac{\partial T^*}{\partial x} \Big|_{x=S}}{[U_2(\tau)]^4 - [T(S, \tau)]^4}, \quad (3.2.2)$$

Вычисление производных функции $T^*(x, \tau)$ в соотношениях (3.2.1), (3.2.2), известной в результате измерений температур лишь приближенно, является также некорректной задачей [101]. Возведение температур в четвертую степень дает дополнительную погрешность. Так как не удастся выполнить вычисление производных достаточно точно, определение коэффициентов лучистого теплообмена по соотношениям (3.2.1), (3.2.2) при-

водит к большим затруднениям. Как правило, функция $T^*(x, \tau)$ известна не полностью, недостающую информацию о температуре в промежуточных точках приходится получать в результате расчетов уравнения теплопроводности с граничными условиями первого рода, а температуру поверхности определять путем интерполяции температурного поля, что также связано с внесением дополнительных погрешностей в результат решения задачи. Полученные таким способом решения ОЗТ оказываются не пригодными для практического использования. На рис.3.2.1 линией 1 изображена функция $\sigma_2(\tau)$, характеризующая изменение коэффициента лучистого теплообмена по длине печи, полученная в соответствии с соотношением (3.2.1). Требуемая для решения задачи информация была получена на методических печах стана 2300 ДМЗ в результате экспериментального нагрева опытного сляба с впаивными по сечению термопарами. Функция $\sigma_2(\tau)$ имеет колебательный характер, что объясняется отсутствием устойчивости получаемого решения к погрешностям измерений.

Существуют различные способы получения устойчивых решений некорректно поставленных задач, опирающиеся на использование дополнительной информации относительно свойств функций, описывающих решения.

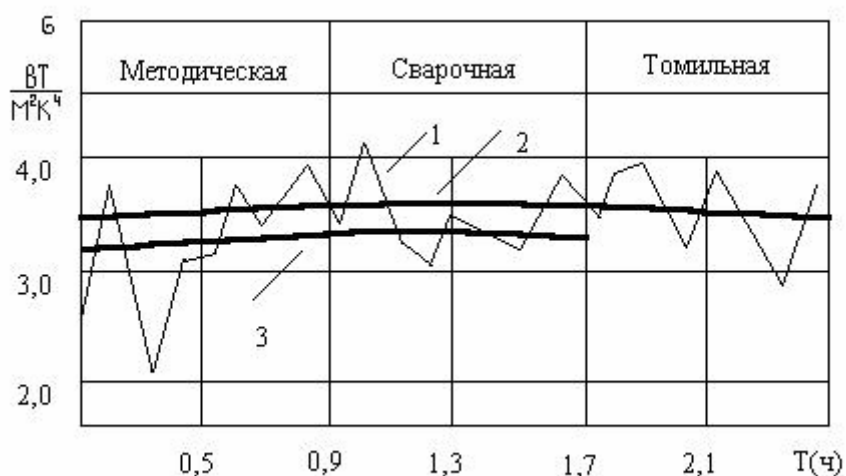


Рис.3.2.1. Изменение по длине печи приведенного коэффициента теплообмена излучением, рассчитанного относительно температуры кладки (1 – ломаная кривая, полученная «прямым» методом решения обратной задачи теплопроводности (σ_2); 2, 3 – регуляризованное решение обратной задачи, 2 – σ_2 ; 3 – σ_1).

Простейшим и широко распространенным в инженерной практике способом решения задачи определения коэффициентов лучистого теплообмена является метод подбора. Он состоит в том, что искомые коэффи-

циенты предполагаются постоянными в пределах одной зоны и подбираются так, чтобы минимизировать невязку между измеренной температурой и расчетной. Однако предположение $\sigma(\tau) = \text{const}$ следует признать слишком ограничивающим возможные варианты теплообмена в существенно распределенных рабочих зонах. Для принятия этого предположения требуются дополнительные исследования адекватности математической модели с использованием нескольких экспериментальных прогонов сляба при различной производительности печи.

Метод регуляризации, предложенный А.Н.Тихоновым [101], позволяет получить устойчивое решение без столь жестких ограничений на вид функции, описывающих изменение коэффициентов теплообмена по длине зоны теплообмена. Распределение коэффициентов $\sigma_1(\tau)$, $\sigma_2(\tau)$ отыскивается путем минимизации следующего регуляризирующего функционала:

$$I(\sigma) = \int_0^{\tau_H} \int_0^s [T(x, \tau) - T^*(x, \tau)]^2 dx d\tau + \alpha \Omega[\sigma_1(\tau), \sigma_2(\tau)] \quad (3.2.3)$$

где $T(x, \tau)$ – расчетная температура, получаемая в результате решения прямой задачи теплопроводности;

$\Omega[\sigma_1(\tau), \sigma_2(\tau)]$ – стабилизирующий функционал;

α – параметр регуляризации ($\alpha > 0$).

Структурно регуляризирующий функционал состоит из двух функционалов, первый из которых оценивает величину невязки между измеренной и расчетной температурами, второй предназначен для стабилизации получаемого решения. Величина вклада стабилизирующего функционала определяется параметром регуляризации α , значение которого предлагается определять [101] в соответствии с «принципом невязки». Величина α должна быть такова, чтобы выполнялось следующее равенство:

$$\int_0^{\tau_H} \int_0^s [T(x, \tau) - T^*(x, \tau)]^2 dx d\tau = \sigma^\Sigma \quad (3.2.4)$$

где σ^Σ – интегральная характеристика среднеквадратической погрешности измерений температур за время τ_H . В каком виде будет определен стабилизирующий функционал, зависит от той априорной информации о виде и свойствах функциональных зависимостей $\sigma_1(\tau)$, $\sigma_2(\tau)$, которой располагает исследователь. Предполагая n – кратную дифференцируемость искомых функций, а также имея качественные представления о возможных видах функциональных зависимостей, можно предложить в качестве стабилизирующего функционала следующий функционал достаточно общего вида:

$$\begin{aligned} \Omega[\sigma(\tau)] = & \int_0^{\tau_H} \sum_{i=1,2} [\mu_1 (\sigma_i(\tau) - \bar{\sigma}_i(\tau))^2 + \\ & + \mu_2 (\frac{\partial^n \sigma_i(\tau)}{\partial \tau^n} - \frac{\partial^n \bar{\sigma}_i(\tau)}{\partial \tau^n})^2] d\tau, \end{aligned} \quad (3.2.5)$$

где μ_1, μ_2 – весовые коэффициенты, n – порядок производной, $\sigma_1(\tau), \sigma_2(\tau)$ – пробные функции.

Механизм стабилизации получаемого решения состоит в том, что функционал $\Omega[\sigma(\tau)]$ принимает большие значения при достаточно больших отклонениях от пробных функций, а также при быстрых изменениях искомых функций во времени. В математическом плане задачу минимизации регуляризирующего функционала с параметром регуляризации α , выбираемом в соответствии с «принципом невязки», можно классифицировать как задачу на условный экстремум. Для определения требуемой величины α могут быть использованы алгоритмы одномерного поиска.

На практике используют частные случаи стабилизирующего функционала (3.2.5), ограничиваясь вторым слагаемым при $n \leq 3$ [1,2]. Рассмотрим численный метод минимизации функционала (3.2.3) со стабилизирующим функционалом (3.2.5) в упрощенном варианте, положив $\mu_1 = 0$ и $n = 1$. Для получения решения ОЗТ функционал (3.2.3) и функции σ_1, σ_2 представим в дискретном виде на сетке

$$\begin{aligned} x_i &= h_x \times i, \quad i = 0, 1, \dots, N, \\ \tau_j &= h_\tau \times j, \quad j = 1, 2, \dots, m: \\ I(\sigma_1^1, \sigma_2^1, \dots, \sigma_m^1, \sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_p^2) &= \sum_{j=1}^m \sum_{i=0}^n [T(x_i, \tau_j) - T^*(x_i, \tau_j)]^2 h_x h_\tau + \\ &+ \frac{\alpha}{h_\tau^2} \sum_{j=1}^m (\sigma_{j+1}^1 - \sigma_j^1)^2 + (\sigma_{j+1}^2 - \sigma_j^2)^2; \end{aligned} \quad (3.2.6)$$

Для минимизации функционала (3.2.6) воспользуемся градиентным методом. Производные функционала по искомым параметрам определим численным методом. По методу скорейшего спуска [89] приближения строятся по формуле:

$$\sigma_j^{k+1} = \sigma_j^k - \beta_k \frac{\partial I}{\partial \sigma_j}, \quad j = 1, 2, \dots, m + p. \quad (3.2.7)$$

где k – номер итерации.

Параметр спуска β_k определяется из условия минимума функционала (3.2.6) на $k + 1$ итерации. Вычислительный процесс строится следующим образом. Задаются начальные приближения параметра регуляризации α_0 и искомых величин

$$\sigma_1^1, \sigma_2^1, \dots, \sigma_m^1, \sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_p^2.$$

Решая $m + p + 1$ раз задачу (2.3.13)–(2.3.19) рассчитываем градиент функционала $I(\sigma)$. Одномерным поиском определяем β_k и $\sigma_j^{k+1}, j = 1, 2, \dots, m + p$, для которых $I(\sigma)$ минимален. Вычислительный процесс минимизации $I(\sigma)$ повторяем до получения минимума функционала с

требуемой точностью. Затем поиск оптимальных $\sigma_1^1, \dots, \sigma_m^1, \sigma_1^2, \dots, \sigma_p^2$ повторяем для следующего значения параметра регуляризации α_1 . Наилучшим приближением к решению задачи принимается такое значение α , при котором имеет место следующее равенство («принцип невязки»):

$$\sum_{j=1}^m \sum_{i=0}^n [T(x_i, \tau_j) - T^*(x_i, \tau_j)]^2 = \sum_{j=1}^m \sum_{i=0}^n (\xi_{i,j})^2, \quad (3.2.8)$$

где $\xi_{i,j}$ – средняя квадратическая погрешность измерений температур в точках i в момент времени j .

Кроме погрешности измерений величина интегральной невязки может содержать погрешности как самой математической модели, так и метода конечно–разностной аппроксимации [101]. Предложенная методика и алгоритмы решения задачи начальной настройки параметров математической модели позволяют получить по экспериментальным данным о нагреве устойчивое решение задачи. Разработанные алгоритмы решения задачи обладают универсальностью в том смысле, что пригодны практически для любых видов функциональных зависимостей и позволяют определять коэффициенты теплообмена как в случае линейных, так и нелинейных граничных условий.

Недостатком метода является необходимость выполнения процедуры поиска значения параметра регуляризации α в соответствии с «принципом невязки», требующая значительных вычислительных затрат. Кроме того, добавка стабилизирующего функционала с весовым коэффициентом делает регуляризирующий функционал овражным, что, как известно, снижает скорость сходимости градиентных методов.

3.2.2. Методы и алгоритмы решения обратных задач с использованием сплайн–аппроксимации искомых функций.

Конкурирующим по универсальности методом решения ОЗТ является метод сплайн–аппроксимации искомых функций. Для его применения необходимо выполнение требования гладкости аппроксимируемой зависимости, что всегда выполняется, если рассматривать функцию с областью определения в пределах одной зоны нагревательного устройства. Суть метода состоит в представлении функций $\sigma_1(\tau)$, $\sigma_2(\tau)$ в виде сплайнов на временном отрезке $\Delta\tau_i = \tau_{i+1} - \tau_i$:

$$\sigma(\tau) = \sum b_i f_i(\tau) \quad (3.2.9)$$

где $\{f_i(\tau)\}$, $i: 1, \dots, n$ – система базисных функций, b_i – коэффициенты, подлежащие определению.

Решение обратной задачи сводится к экстремальной задаче, за-

ключающейся в минимизации интегрального функционала невязки по коэффициентам b_i :

$$I(b_1 \dots b_i \dots b_n) = \int_0^{\tau_n} \sum_{i=1,2} [T(x_i, \tau) - T^*(x_i, \tau)]^2 d\tau \quad (3.2.10)$$

где $x_i, i = 1, 2$ – координаты точек измерений температуры.

Параметризация искомым функций в виде (3.2.9) позволяет свести задачу к поиску конечного числа коэффициентов, но не решает проблему получения устойчивого решения в силу исходной некорректности ОЗТ. Однако для сплайн-аппроксимации удается понизить эффект неустойчивости за счет естественной шаговой регуляризации. Устойчивость решения повышается за счет увеличения шага разбиения области определения искомым функций. Шаг сплайн-аппроксимации выбирается таким образом, чтобы покрыть несколько измерений температуры во времени. Если шаг сплайн-аппроксимации совпадает со всей рассматриваемой областью, то в этом случае метод сводится к функциональной аппроксимации либо полиномиальной аппроксимации, если в качестве сплайна выбран полином. При этом большая устойчивость за счет понижения порядка аппроксимирующего полинома оплачивается снижением точности результатов решения.

В случае, если шаг сплайн-аппроксимации совпадает с шагом измерений температуры нагреваемого тела, необходимо также применение методов регуляризации. Однако и в этом случае применение сплайн-аппроксимации упрощает вычислительные алгоритмы решения ОЗТ. Для параметризации искомым функций в качестве системы базисных функций удобно применять полиномы второй и третьей степени. Использование кубических сплайнов в большей мере обеспечивает естественную шаговую регуляризацию, а также допускает и упрощает вычисление стабилизирующих функционалов (3.2.5) до третьего порядка включительно. Для получения решения обратной задачи проведем параметризацию искомым функций $\sigma_1(\tau), \sigma_2(\tau)$ с помощью кубических сплайнов. На равномерной сетке по времени τ с шагом $\Delta\tau$ в узлах функцию $\sigma(\tau)$ представим в виде конечного числа базисных значений $\sigma(\tau_1), \sigma(\tau_i), \dots, \sigma(\tau_n)$. На каждом отрезке времени $[\tau_k, \tau_{k+1}]$ промежуточные значения функции будем определять интерполяцией с помощью полинома третьей степени, проведенного через базисные значения $\sigma_i, \sigma_{i+1}, \sigma_{i+2}, \sigma_{i+3}$ [67]:

$$\sigma_i(\tau) = a_i + b_i(\tau - \tau_i) + \frac{c_i}{2}(\tau - \tau_i)^2 + \frac{d_i}{6}(\tau - \tau_i)^3$$

для $\tau \in [\tau_k, \tau_{k+1}]$.

Кубический сплайн представлен в виде фрагмента ряда Тейлора до членов ряда третьего порядка включительно, где

$$\sigma_i(\tau) = a_i, \quad \frac{\partial \sigma_i(\tau)}{\partial \tau} = b_i, \quad \frac{\partial^2 \sigma_i(\tau)}{\partial \tau^2} = c_i, \quad \frac{\partial^3 \sigma_i(\tau)}{\partial \tau^3} = d_i.$$

Для обеспечения непрерывности искомого решения и его производных до второго порядка включительно потребуем выполнения следующих условий:

$$\sigma_i(\tau_{i-1}) = \sigma_{i-1}(\tau_{i-1}), \quad \frac{\partial \sigma_i(\tau_{i-1})}{\partial \tau} = \frac{\partial \sigma_{i-1}(\tau_{i-1})}{\partial \tau}, \quad \frac{\partial^2 \sigma_i(\tau_{i-1})}{\partial \tau^2} = \frac{\partial^2 \sigma_{i-1}(\tau_{i-1})}{\partial \tau^2}.$$

Для вычисления коэффициентов сплайнов во всей области воспользуемся следующими соотношениями:

$$a_i = \sigma_i(\tau_i), \quad b_i = [\sigma_i(\tau_i) - \sigma_i(\tau_{i-1})] / \Delta \tau - \frac{\Delta \tau c_i}{2} - \frac{\Delta \tau^2 d_i}{6},$$
$$\Delta \tau c_{i-1} + 4 \Delta \tau c_i + \Delta \tau c_{i+1} = 6[\sigma_i(\tau_{i+1}) - 2\sigma_i(\tau_i) + \sigma_i(\tau_{i-1})] / \Delta \tau^2,$$
$$d_i = [c_i - c_{i-1}] / \Delta \tau.$$

Поскольку в граничных точках значения первых и вторых производных, как правило, неизвестны, то можно положить $c_0 = c_n = 0$. Необходимость решения системы линейных алгебраических уравнений возникает только для коэффициентов c_i , при этом матрица имеет трех диагональный вид и система решается методом прогонки.

Проведенная таким образом параметризация сводит обратную задачу к определению базисных значений функции, а не коэффициентов аппроксимирующих полиномов, что упрощает процедуры вычислений частных производных. Расчет искомых базисных значений функции осуществляется путем минимизации функционала (3.2.10) градиентным методом. Остановка итеративного процесса минимизации осуществляется по критерию невязки, т.е. итерации прекращаются при достижении заданной точности минимизации функционала (3.2.10), связываемой с интегральной характеристикой погрешности измерений температур.

Анализ результатов решений задач начальной настройки математической модели коксования угля с применением метода сплайн-аппроксимации приведен в разделе 6.4.

3.2.3. Метод наименьших квадратов для задачи идентификации параметров внешнего теплообмена в зоне вторичного охлаждения МНЛЗ.

При моделировании тепломассопереноса в слитке, движущемся в машине непрерывного литья заготовок, для конкретных производственных условий требуется определить коэффициент теплоотдачи на поверхности слитка в зоне вторичного охлаждения (ЗВО). Так как коэффициент теплоотдачи может принимать различные значения вдоль поверхности слитка в ЗВО, возникает задача идентификации этого параметра как распреде-

лённого по длине ЗВО.

Величина коэффициента теплоотдачи зависит от многих факторов, например, имеет значение, находится ли данный участок поверхности под факелом, распыляющим охлаждающую водо-воздушную смесь, образовалась ли паровая прослойка между поверхностью слитка и охлаждающей смесью, покрыта ли поверхность слитка окалиной, и многое другое. Всё это в значительной степени усложняет задачу определения коэффициента теплоотдачи. Кроме того, для использования математической модели в системе управления, желательно установить зависимость коэффициента теплоотдачи от расхода охлаждающей воды, который рассматривается как управляющее воздействие при охлаждении слитка в ЗВО.

Предполагается, что в распоряжении имеется достаточно большое количество точек, в которых измеряется температура на поверхности охлаждаемого слитка. В системе координат, привязанной к неподвижной конструкции криволинейной МНЛЗ, рассматривается тепловое поле движущегося стального слитка и стенок кристаллизатора. Общая схема объекта представлена на рисунке 2.4.2 раздела 2.4.

Граничные условия на криволинейных участках имеют вид:

$$\begin{aligned}
 & -\lambda(T, \varphi) \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=r_m} = \\
 & = \alpha_I(G_m(\tau), \varphi) \cdot (T_{Im} - T|_{r=r_m}) + C_{Im} (T_{Im}^4 - (T|_{r=r_m})^4), \quad (3.2.11)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \lambda(T, \varphi) \frac{\partial T_2}{\partial r} \Big|_{r=r_m+2l} = \\
 & = \alpha_E(G_m(\tau), \varphi) \cdot (T_{Em} - T|_{r=r_m+2l}) + C_{Em} (T_{Em}^4 - (T|_{r=r_m+2l})^4), \quad (3.2.12)
 \end{aligned}$$

где $\alpha_I(G_m(\tau), \varphi)$, $\alpha_E(G_m(\tau), \varphi)$, C_{Im} , C_{Em} , T_{Im} , T_{Em} – коэффициенты теплоотдачи на поверхности слитка, приведённые коэффициенты излучения от поверхности слитка, температура окружающей среды в m -й секции ЗВО по внутреннему и по внешнему радиусам соответственно, $G_m(\tau)$ – расход воды в m -й секции.

На прямолинейном участке граничные условия отличаются только системой обозначений:

$$\begin{aligned}
 & -\lambda(T, x) \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=z_p} = \\
 & = \alpha_I(G_m(\tau), x) \cdot (T_I - T|_{z=z_p}) + C_{I_4} (T_I^4 - (T|_{z=z_p})^4), \quad (3.2.13)
 \end{aligned}$$

$$\lambda(T, x) \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=z_p+2l} = \alpha_E(G_m(\tau), x) \cdot (T_E - T|_{z=z_p+2l}) + C_{E4} (T_E^4 - (T|_{z=z_p+2l})^4) \quad (3.2.14)$$

В граничных условиях определению подлежат только коэффициенты конвективного теплообмена, а лучистая составляющая суммарного теплоотвода фиксируется на некотором уровне, не зависящем от величины конвективной составляющей. Таким образом, суммарный теплоотвод будет функцией только расхода охлаждающей воды $\vec{G}(\tau)$ в секциях ЗВО.

Задача идентификации состоит в определении коэффициентов теплоотдачи $\alpha_I(G_m(\tau), \varphi)$, $\alpha_E(G_m(\tau), \varphi)$ в ЗВО по имеющейся информации о температуре на поверхности слитка $T|_{z=z_p}$ и $T|_{z=z_p+2l}$. При наличии этих данных появляется возможность решения задачи внутреннего теплообмена в качестве задачи Дирихле (с заданными граничными условиями 1-го рода) и, имея полную информацию о распределении температуры по сечению слитка, приступить к идентификации коэффициента теплоотдачи. Задача Дирихле решается методом конечных разностей аналогично схемам, рассмотренным в разделе 2.4.2.

Для определения характера распределения коэффициентов конвективного теплообмена воспользуемся некоторыми известными особенностями конструкции форсунок, широко используемых в установках МНЛЗ [160]. Рассмотрим участок слитка внутри первой секции ЗВО. Известно, что на участке, накрываемом факелом форсунки, его можно приблизить параболической функцией, которая приобретает максимальное значение в точке, соответствующей координате сопла форсунки, а на остальных участках (не накрываемых факелом) – константой. В секциях установлены однотипные форсунки, которые дают одинаковый водо-воздушный факел, следовательно принимается предположение, что и коэффициенты теплоотдачи будут описываться одной и той же параболой, сдвинутой вдоль оси абсцисс (рис. 3.2.2) в пределах одной секции ЗВО.

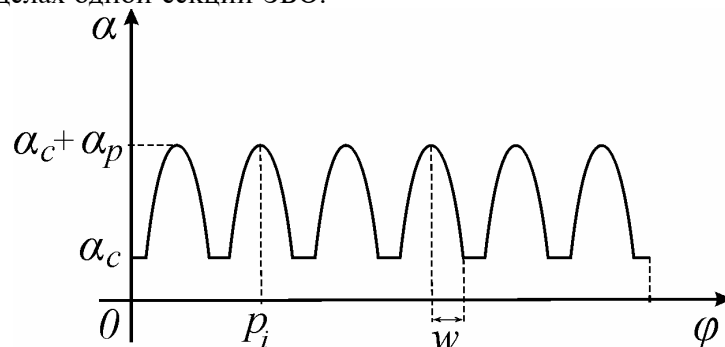


Рисунок 3.2.2. Распределение коэффициента теплоотдачи вдоль поверхности слитка внутри одной секции.

Таким образом, коэффициент $\alpha_i(G_m(\tau), \varphi)$ с учетом принятых предположений имеет специальное распределение вдоль поверхности слитка.

На участках, подвергающихся принудительному охлаждению, будем искать $\alpha(\varphi)$ в виде сплайн-функции, представленной усеченной параболой:

$$\alpha(\varphi) = \alpha_c - \frac{\alpha_p}{w^2} \varphi^2 + \alpha_p, \quad (3.2.15)$$

в которой величина w определяется полушириной захвата факела форсунки. Для полного определения сплайна необходимо вычислить всего два параметра α_p и α_c . Причем, $\alpha_c = \text{const}$ есть величина коэффициента теплоотдачи на участках, не накрываемых форсунками.

Рассмотрим сначала участки, на которых $\alpha(\varphi) = \alpha_c = \text{const}$. Обозначим символом K множество узлов φ_i , в которых коэффициент теплоотдачи принят постоянным, Множество остальных узлов, в которых коэффициент теплоотдачи распределяется согласно параболическому закону, обозначим символом B .

Запишем конечно-разностную аппроксимацию граничного условия (3.2.11):

$$\lambda_{i,0} \frac{T_{i,2} - 4T_{i,1} + 3T_{i,0}}{2h_r} = \alpha_c (T_{i,1} - T_{i,0}) + C_{I_1} (T_{i,1}^4 - T_{i,0}^4), \quad (3.2.16)$$

где h_r – шаг конечно-разностной сетки по радиусу r_1 .

Определим невязку между внутренним и внешним тепловыми потоками на границе:

$$\delta = \lambda_{i,0} \frac{T_{i,2} - 4T_{i,1} + 3T_{i,0}}{2h_r} - C_{I_1} (T_{i,1}^4 - T_{i,0}^4) - \alpha_c (T_{i,1} - T_{i,0}). \quad (3.2.17)$$

Обозначим

$$P_{1i} = \lambda_{i,0} \frac{T_{i,2} - 4T_{i,1} + 3T_{i,0}}{2h_r} - C_{I_1} (T_{i,1}^4 - T_{i,0}^4),$$

$$P_{2i} = T_{i,1} - T_{i,0}.$$

Требуется найти величину α_c такую, чтобы сумма квадратов невязок в точках измерений была минимальной, т.е. чтобы выполнялось условие

$$S(\alpha_c) = \sum_i (P_{1i} - \alpha_c P_{2i})^2 \rightarrow \min, \quad \forall i : \varphi_i \in K. \quad (3.2.18)$$

Задача идентификации параметров сведена к задаче минимизации квадратичного функционала (3.2.18) и решается методом наименьших квадратов.

Необходимое условие существования экстремума $S(\alpha_c)$ имеет вид:

$$\frac{\partial S}{\partial \alpha_c} = -2 \sum_i P_{2i} (P_{1i} - \alpha_c P_{2i}) = 0$$

Отсюда находим α_c

$$\alpha_c = \frac{\sum_i P_{2i} P_{1i}}{\sum_i P_{2i}^2}$$

Каждому узлу φ_i из множества В поставим в соответствие точку y_i на отрезке $[-w, w]$ таким образом, чтобы $|y_i|$ равнялось расстоянию от соответствующего φ_i до координаты ближайшей форсунки p_i . Учитывая сплайн – аппроксимацию (3.2.16) и (3.2.17), получаем невязку в виде

$$\delta = \lambda_{i,0} \frac{T_{i,2} - 4T_{i,1} + 3T_{i,0}}{2h_r} - C_{I_1} (T_{I_1}^4 - T_{i,0}^4) - \left(\alpha_c - \frac{\alpha_p}{w^2} y_i^2 + \alpha_p \right) (T_{I_1} - T_{i,0})$$

Требуется определить второй неизвестный параметр сплайна α_p , при котором

$$S(\alpha_p) = \sum_i (P_{1i} - (\alpha_c - \frac{\alpha_p}{w^2} y_i^2 + \alpha_p) \cdot P_{2i})^2 \rightarrow \min. \quad (3.2.18)$$

Из необходимого условия существования экстремума функционала (3.2.18)

$$\frac{\partial S}{\partial \alpha_p} = 2 \sum_i \left(P_{1i} - \left(\alpha_c - \alpha_p \left(\frac{y_i^2}{w^2} - 1 \right) \right) P_{2i} \right) \left(\left(\frac{y_i^2}{w^2} - 1 \right) P_{2i} \right) = 0$$

находим α_p

$$\alpha_p = \frac{\alpha_c \sum_i P_{2i}^2 \left(\frac{y_i^2}{w^2} - 1 \right) - \sum_i P_{1i} P_{2i} \left(\frac{y_i^2}{w^2} - 1 \right)}{\sum_i P_{2i}^2 \left(\frac{y_i^2}{w^2} - 1 \right)^2}.$$

Следует отметить, что для определённых при помощи МНК значений α_c и α_p выполняются также достаточные условия существования минимума функционалов S. Легко проверить, что частные производные второго порядка S по каждому из этих параметров строго больше нуля.

В качестве конструктивных и теплофизических параметров технологического процесса для выполнения расчетов по модели были выбраны данные процесса непрерывной разливки стали марки ст40, ширины сляба 1м, полутолщины сляба 0,1м и скорости движения слитка $v = 1\text{м/мин}$. На рис.3.2.3 представлены сравнительные результаты модельных вычислений.

Результаты решения прямой задачи зашумленные 5% белым шумом использовались в качестве измеренных температур поверхности слитка для решения задачи идентификации.

Ломаной линией 1 представлено решение, полученное методом прямо-

го обращения. С ростом погрешности измерений неустойчивость решений методом прямого обращения возрастает, и решения становятся непригодными для практического использования. Вторая кривая представляет сплайн-аппроксимацию, полученную в результате решения той же задачи методом наименьших квадратов.

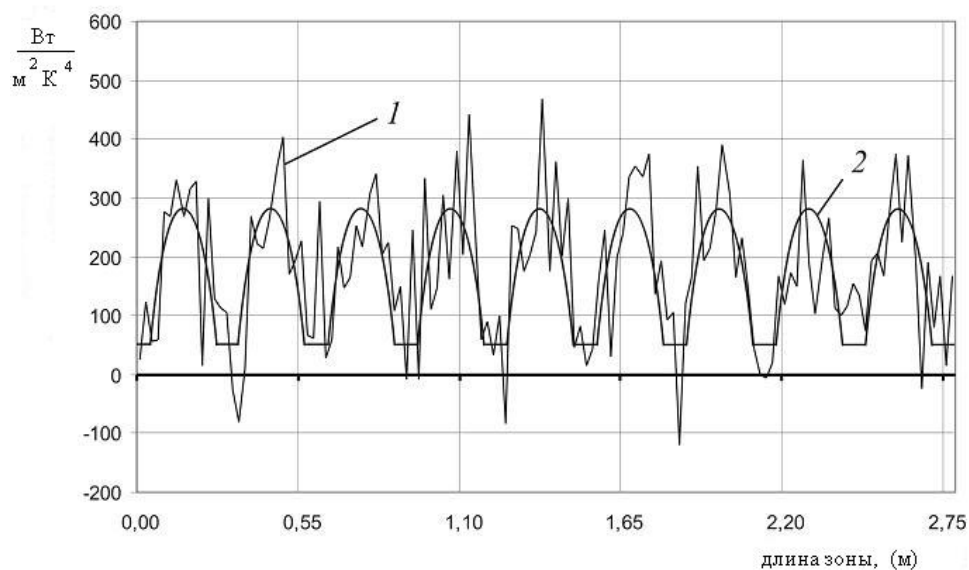


Рисунок 3.2.3. Результаты определения коэффициента теплоотдачи: ломаная 1 – методом прямого обращения, 2 – методом наименьших квадратов.

Задача идентификации коэффициента теплоотдачи должна решаться отдельно для каждой секции ЗВО, если имеется для этого необходимый объем измерений.

Предложенный подход к задаче идентификации распределенного коэффициента конвективной теплоотдачи на основе МНК может применяться при ограниченном объеме экспериментальных измерений поверхности слитка. МНК теоретически обладает рядом важных с точки зрения практического применения свойств, а именно: несмещенности получаемых оценок параметров, эффективности (минимальной дисперсией ошибки), состоятельности (сходимости к истинному значению параметров при стремлении ошибки к нулю).

3.2.4. Анализ адекватности моделей и эффективности численных методов настройки параметров.

Для исследования адекватности математической модели процесса нагрева металла были получены данные в результате экспериментального нагрева опытного сляба с впаянными по сечению термопарами на методических печах стана 2300 ДМЗ. На рис. 3.2.1 линиями 2, 3 представлены коэффициенты теплообмена излучением сверху и снизу, полученные в соответствии с изложенным методом регуляризации. В расчетах использованы экспериментальные данные, снятые в сечении глассажных труб, что позволило учесть влияние экранирования на величину коэффициента теплообмена излучением снизу. Гладкость кривых 2, 3, полученных методом регуляризации, зависит от величины в невязке (3.2.7) (в расчетах погрешность измерений принималась равной 20°C). С целью уменьшения времени, необходимого для расчета математической модели (2.1.13)–(2.1.17) коэффициенты $\sigma_1(\tau)$, $\sigma_2(\tau)$ принимались постоянными в пределах зон. Такое допущение делает задачу определения параметров модели конечномерной, устойчивой к погрешностям в исходных данных и значительно проще в вычислительном отношении. Сравнения просчетов по упрощенному представлению параметров теплообмена модели с экспериментальными данными, полученными при различной производительности печи (в таблице 3.2.1 вариант 1 – 39 т.час, 2 – 28,2 т.час), показали, что максимальные отклонения имеют место в конце методической зоны и в среднем не превышают погрешности измерений. В целом точность математической модели следует признать вполне удовлетворительной.

Как отмечалось выше, недостатком метода регуляризации является большой объем вычислений, связанный с процедурой поиска нужного значения параметра регуляризации, а также с овражностью регуляризируемого функционала. Другой существенный недостаток метода связан с самой идеей регуляризации: сглаживания решения в пределах погрешности измерений. Чем больше интегральная погрешность, тем можно получить более гладкую кривую, но при этом возрастает опасность получения хотя и более плавной кривой, но все в большей степени отклоняющейся от истинной. В этом смысле метод регуляризации принципиально отличается от ряда методов, которые обеспечивают получение достаточно точного решения при росте погрешности в исходных данных. К таким методам относятся методы наименьших квадратов, стохастической аппроксимации и др.

Метод решения обратных задач с использованием сплайн-аппроксимации на основе метода наименьших квадратов в этом отношении выглядит более предпочтительным: при значительно меньшем объеме вычислений метод обеспечивает существенную независимость от погрешности в исходных данных. Основой для получения более точных решений ОЗТ, в частности, методом регуляризации, должно быть повышение точности экспериментальных замеров температуры, а также соблюдение условий оптимальности проведения эксперимента.

Таблица 3.2.1. Оценка точности математической модели по экспериментальным нагревам сляба в методической печи №3 ДМЗ

№	Время(ч), местоположение сляба	Температура сляба (°С)			Температура в зоне (°С)	
		верх	середина	низ	Верх	низ
1	0,56 конец методической зоны	520 495 25	400 382 18	500 473 27	920	–
	2,0 конец сварочной зоны	1130 1123 7	1050 1038 12	1080 1075 15	1320	1300
	2,3 Конец томильной зоны	1160 1152 8	1045 1030 15	1115 1105 10	1285	
2	0,56 конец методической зоны	830 848 18	710 722 12	780 799 19	860	–
	2,0 конец сварочной зоны	1170 1178 8	1110 1116 6	1130 1144 14	1290	1300
	2,3 конец томильной зоны	1210 1217 7	1200 1208 8	1180 1191 11	1270	

Примечание. В столбце приведена первой измеренная температура, второй – расчетная, третьей – абсолютное отклонение. Температура в методической зоне указана в точке погрузки заготовок.

3.3. Алгоритмы оперативной настройки параметров математической модели.

Поскольку процесс получения информации о температуре нагрева опытного сляба довольно трудоемкий и практически не поддается автоматизации, возникает необходимость в разработке более простых алгоритмов настройки модели, использующих минимальное количество точек измерений температуры металла. После начальной настройки необходимо обеспечить адаптацию параметров модели в реальном масштабе времени. Такие алгоритмы могут быть основаны на методе стохастической аппроксимации [97].

Предположим, что через некоторые промежутки времени $\Delta\tau_i$ измеряется температура поверхности T_i^* металла в какой-либо точке по длине печи. В управляющей вычислительной машине параллельно процессу нагрева металла моделируется процесс с помощью математической модели, на входы которой подаются входы реального процесса. Необходимо по отклонениям измеряемой температуры металла от рассчитываемой на УВМ подстраивать параметры модели, сводящие отклонение

$$\xi_i(\tau) = T_i^*(\tau) - T_i(\tau)$$

к нулю.

Имитационное моделирование температурного поля в нагреваемом металле по длине печи проведем в соответствии с методикой, изложенной в разделе 4.2 .

Оперативная подстройка параметров заключается в уточнении свободных членов функций $\sigma_1(\tau)$, $\sigma_2(\tau)$, полученных в результате решения задачи начальной настройки параметров. Поскольку измерение осуществляется в одной точке, то величина корректировки $\Delta\sigma_i$ на каждом такте измерений соответствует сразу обеим функциям.

В соответствии с методом стохастической аппроксимации алгоритм настройки имеет вид:

$$\begin{aligned} \Delta\sigma_i &= k_i [T_i^*(l^*, x^*, \tau) - T_i(l, x, \tau)] \\ \sigma_1^i(\tau) &= \sigma_1^i(\tau) + \Delta\sigma_i, \\ \sigma_2^i(\tau) &= \sigma_2^i(\tau) + \Delta\sigma_i, i = 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (3.3.1)$$

где

$T_i^*(l^*, x^*, \tau)$ – измеренная температура;

l^*, x^* – координаты съема температуры металла в печи;

$T_i(l, x, \tau)$ – расчетная температура по модели;

k_L – некоторая последовательность чисел.

Последовательность k_i в соответствии с методом стохастической аппроксимации должна удовлетворять следующим условиям [97]:

$$\lim_{i \rightarrow \infty} k_i = 0, \quad \sum_{i=1, \infty} k_i = \infty, \quad \sum_{i=1, \infty} (k_i)^2 < \infty.$$

С целью исследования скорости сходимости алгоритма от выбора последовательности k_i алгоритм упрощен и использован в следующем виде:

$$\Delta\sigma_i = k_i \text{SIGN}[\varepsilon_i], \quad (3.3.2)$$

где $\text{SIGN}[\varepsilon_i]$ – функция, определяющая знак ошибки ε_i .

В качестве измеренных температур принимались рассчитанные по модели с аддитивной случайной погрешностью в виде "белого шума" с нуле-

вым средним и дисперсией, отражающей погрешность измерений температуры поверхности металла. Критерием точности подстройки параметров и окончания процесса служит фильтр скользящего суммирования:

$$F_i = \frac{1}{n} \sum_{j=L-n}^L k_j \varepsilon_j.$$

В рамках теории стохастической аппроксимации не имеется рекомендаций по выбору скорости сходимости последовательности k_i . Для алгоритма (3.3.2) были проведены исследования сходимости (рис.3.3.1) последовательности $k_i = A / i$, $i = 1, 2, \dots$; A – параметр, определяющий скорость сходимости. Имитационное моделирование процесса подстройки параметров позволило установить основные особенности траекторий движения подстраиваемого параметра к истинному значению. Для A в интервале $0 \leq A \leq 0,5$ значения последовательности так быстро уменьшаются, что

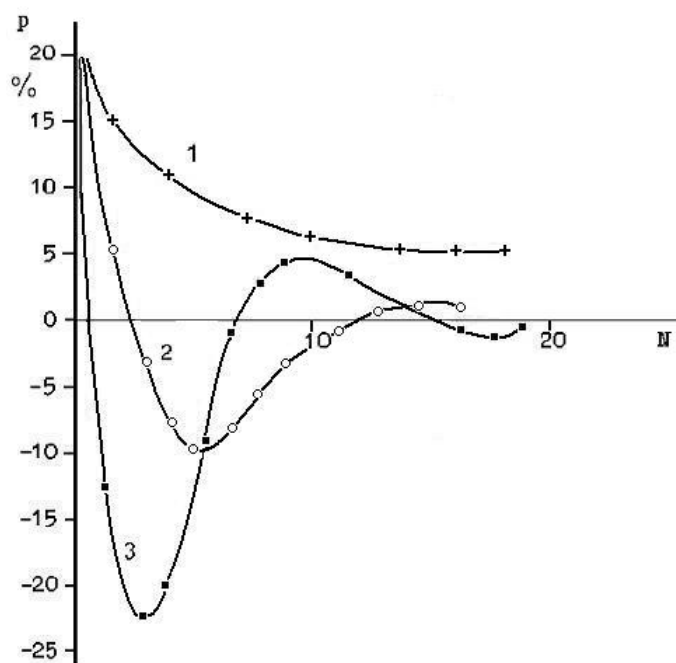


Рис. 3.3.1. Траектории подстройки параметров, характеризующие относительное отклонение от истинного значения:

- 1 – подстраиваемый параметр не успевает войти в δ -окрестность истинного значения;
- 2 – после некоторого числа итераций совершают колебания в окрестности значения параметра с затухающей амплитудой;
- 3 – подстраиваемый параметр совершает медленно затухающие колебания.

подстраиваемый параметр не успевает войти в окрестность истинного значения.

Для A в интервале $1,0 \leq A \leq 2,0$ подстраиваемый параметр плавно движется к истинному значению и после 15–20 итераций совершает колебания с малой амплитудой, постепенно входя в окрестность решения. И для $A > 3,0$ траектория подстройки представляет собой медленно затухающие колебания с большой амплитудой. В этом случае для получения требуемой точности необходимо не менее 200 итераций.

Для совершенствования алгоритмов подстройки с целью сокращения количества итераций необходимо, чтобы в процессе подстройки элементы последовательности медленно изменялись вдали от истинного значения и быстро уменьшались, когда получено хорошее приближение параметров. Достичь такой сходимости удастся за счет изменения последовательности по следующим алгоритмам:

$$k_i = \begin{cases} \frac{A}{i-1}, & \text{если } \text{SIGN}[\varepsilon_{i-1}] = \text{SIGN}[\varepsilon_i] \\ \frac{A}{i}, & \text{если } \text{SIGN}[\varepsilon_{i-1}] \neq \text{SIGN}[\varepsilon_i] \end{cases} \quad (3.3.3)$$

В соответствии с (3.3.3) обеспечивается постоянство элементов k_i , если сохраняется знак ошибки, и быстрое изменение k_i в случае частых перемен знака, свидетельствующих о близости подстраиваемого параметра к истинному значению. В начале процесса подстраиваемый параметр быстро движется к истинному значению при постоянном знаке невязки и постоянном значении k_i . Помеха влияет при этом лишь на скорость движения. Затем вблизи истинного значения параметра начинает сказываться влияние помехи и на направление движения подстраиваемого параметра. Алгоритм начинает ошибаться, происходит частая смена знака ошибки и более быстрое уменьшение элементов последовательности k_i , обеспечивающее снижение влияния помехи на процесс подстройки. Исследована эффективность алгоритма (3.3.3) при различной дисперсии помехи измерения температуры металла D_t .

В таблице 3.3.1 приведены результаты исследования процесса подстройки параметров, свидетельствующие, что необходимое число итераций увеличивается с ростом D_t и существенно зависит от начального значения A последовательности. Достоинством алгоритма (3.3.3) является его успешная работа для более широкого интервала начальных значений параметра A , что очень важно, когда не удается достаточно точно определить вероятностные характеристики помехи измерения.

Таблица 3.3.1. Результаты моделирования процесса подстройки параметров $\sigma_1(\tau)$, $\sigma_2(\tau)$ для различной дисперсии помехи измерения

с.к.о. помехи измерений (°С)	начальное значение параметра последовательности	погрешность подстройки параметра (%)	количество итераций
5,0	0,5	0,20	28
5,0	1,0	0,15	69
5,0	2,0	0,16	71
5,0	3,0	0,15	93
20,0	1,0	0,70	97
20,0	2,0	0,09	165
50,0	1,0	0,24	207
50,0	2,0	0,32	528
100,0	1,0	1,55	512

3.4. Исследование параметрической чувствительности математических моделей тепловых процесса.

3.4.1. Задачи и методы исследования параметрической чувствительности математических моделей.

При разработке и проектировании высокоорганизованных систем управления возникает ряд задач, которые успешно решаются с помощью единого метода, базирующегося на использовании функций чувствительности динамической системы по параметрам, управляющим воздействиям и начальным состояниям [77]. Выбор математической модели процесса нагрева металла для использования в системе управления связан с рядом вопросов, от успешного решения которых существенно зависят качество функционирования системы управления, сложность моделей и алгоритмов управления и стоимость разработки и эксплуатации системы в целом. Основными проблемами являются:

- 1) выявление входов и параметров процесса, изменение которых в наибольшей степени определяют изменение выходных координат процесса;
- 2) количественное сравнение чувствительности к одинаковым пара-

метрам различных по полноте описания математических моделей процесса;

3) для обеспечения требуемой точности описания математической моделью реального процесса необходимо знание соответствующей точности определения параметров модели;

4) разработка экономичных с точки зрения затрат машинного времени и объемов памяти алгоритмов управления и подстройки параметров модели в реальном масштабе времени.

Первые две задачи относятся к прямым задачам анализа чувствительности [91], а две последние к обратным задачам анализа. Значения функции чувствительности

$$F_p(x, \tau) = \partial T(x, \tau, P_i) / \partial P_i$$

определяют основную (линейную) часть величины изменения температурного поля вследствие единичного изменения какого-либо параметра P_i математической модели, что следует из разложения температуры $T(x, \tau)$ в многомерный ряд Тейлора по компонентам вектора параметров в некоторой окрестности P^0 :

$$\begin{aligned} T(x, \tau, \vec{V}, \alpha, \lambda, \vec{P}_1) = & T(x, \tau, \vec{V}, \alpha, \lambda, \vec{P}_1^o) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial T}{\partial P_i} \Big|_{P_i=P_i^o} (P_i - P_i^o) + \\ & + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \frac{\partial^2 T}{\partial P_i^2} \Big|_{P_i=P_i^o} (P_i - P_i^o)^2 + 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j>i}^n \frac{\partial^2 T}{\partial P_i \partial P_j} \Big|_{\substack{P_i=P_i^o \\ P_j=P_j^o}} \times \\ & \times (P_i - P_i^o)(P_j - P_j^o) + \dots \end{aligned} \quad (3.4.1)$$

Коэффициенты ряда Тейлора, представляющие собой частные производные температуры по параметрам P^0 , можно получить различными способами:

- прямым численным дифференцированием функции $T(x, \tau)$, полученной в результате решения краевой задачи, по известному соотношению:

$$F(x, \tau, P_i) = \frac{1}{\Delta P} [T(x, \tau, P^o) - T(x, \tau, P_i^o + \Delta P)];$$

- дифференцированием по параметру уравнений исходной краевой задачи и последующим расчетом полученной краевой задачи;
- дифференцированием по параметру аналитического решения исходной краевой задачи, если его можно получить.

Первый способ является наиболее универсальным, применим, в том числе, и для нелинейных задач, тогда как дифференцирование по параметру в этом случае может привести к громоздкой краевой задаче.

Второй способ получения функций чувствительности предоставляет

возможность качественных исследований.

С целью получения краевой задачи для расчета функции чувствительности продифференцируем уравнения краевой задачи (2.1.13)–(2.3.19) по α_1 , в предположении, что $\sigma_1 = \sigma_2 = 0$. Получим следующую начальную-краевую задачу:

$$c_p \frac{\partial F(x, \tau)}{\partial \tau} = \lambda \frac{\partial^2 F(x, \tau)}{\partial x^2} \quad (3.4.5)$$

$$-\lambda \frac{\partial F(0, \tau)}{\partial X} = U_1 - T(0, \tau) - \alpha_1 F(0, \tau) \quad (3.4.3)$$

$$\lambda \frac{\partial F(s, \tau)}{\partial X} = -\alpha_2 F(s, \tau) \quad (3.4.4)$$

$$F(x, 0) = 0, \quad x \in [0; s], \quad (3.4.5)$$

где

$$F_\alpha(x, \tau) = \frac{\partial T(x, \tau)}{\partial \alpha_1}$$

– функция чувствительности температурного поля к параметру теплообмена α_1 . Для случая нелинейных граничных условий при

$$F_\sigma(x, \tau) = \frac{\partial T(x, \tau)}{\partial \sigma_1}$$

граничные условия (3.4.3), (3.4.4) заменяются на следующие:

$$-\lambda \frac{\partial F(0, \tau)}{\partial X} = U_1^4 - [T(0, \tau)]^4 - 4\sigma_1 [T(0, \tau)]^3 F(0, \tau), \quad (3.4.6)$$

$$\lambda \frac{\partial F(s, \tau)}{\partial X} = -4\sigma_2 [T(s, \tau)]^3 F(s, \tau). \quad (3.4.7)$$

Анализ полученной краевой задачи для функций чувствительности показывает, что в уравнения вошли все коэффициенты исходной модели. Кроме того, в граничные условия входят температуры поверхностей нагреваемого тела, следовательно, расчет краевых задач (3.4.2)–(3.4.5) и (3.4.2), (3.4.6), (3.4.7), (3.4.5) может быть выполнен только совместно с исходной краевой задачей. Отметим, что в граничных условиях (3.4.4), (3.4.7) отсутствует температура греющей среды, что, однако, не свидетельствует о полной независимости функций чувствительности от температуры греющей среды на противоположной поверхности. Влияние U_2 опосредовано присутствием $T(0, \tau)$ в граничных условиях (3.4.3) и (3.4.6) и $T(s, \tau)$ – в (3.4.7).

3.4.2. Параметрическая чувствительность математических моделей процесса нагрева металла.

Рассмотрим применение методов теории чувствительности к решению вопросов, связанных с параметрической чувствительностью различных моделей процесса нагрева металла:

- первая модель (2.1.1)–(2.1.12) описывает процесс нагрева металла в противотоке продуктов горения;
- вторая модель (2.1.13)–(2.1.19) отличается простотой задания температурного распределения греющей среды в зонах печи.

Исследуем чувствительность выходных координат (температуры заготовки на выдаче) обеих математических моделей к их параметрам $P_1 = (\vec{\sigma}, \vec{\alpha}, \vec{k})$ первой модели и $P_2 = (\vec{\sigma}, \vec{\alpha})$ второй модели. Проведены численные исследования параметрической чувствительности обеих математических моделей. В таблице 3.4.1 приведена матрица коэффициентов чувствительности первого порядка для температуры верхней, нижней поверхности и середины заготовки в конце сварочной зоны (X^*) и на выдаче из печи (X^{**}). Матрица коэффициентов дает количественную оценку и наглядное представление о структуре влияния различных параметров модели на температуру металла.

Анализ таблицы 3.4.1 показывает, что максимально чувствительна температура металла к коэффициентам лучистого теплообмена. Температура верхней поверхности заготовки на выдаче наиболее чувствительна к коэффициентам лучистого теплообмена в томильной зоне, однако ее чувствительность к соответствующим коэффициентам сварочной зоны также достаточно велика. Температура нижней поверхности металла на выдаче наиболее чувствительна к коэффициентам сварочной зоны, а влияние коэффициента σ_3 томильной зоны оказывается менее значительным.

Коэффициенты чувствительности температуры к тепловым потерям имеют отрицательный знак, что объясняется уменьшением температуры греющей среды при увеличении коэффициентов тепловых потерь.

Сравнение чувствительности моделей I и II к параметрам теплообмена показывает, что I модель, оказывается менее чувствительной чем II модель. Объясняется этот факт тем, что температуры греющей среды II модели есть заданные функции, никак не зависящие от других параметров модели и при изменении параметров модели остаются постоянными. В первой же модели температура греющей среды изменяется вместе с изменением параметров модели. Увеличение какого-либо коэффициента теплоотдачи к поверхности металла сопровождается уменьшением температуры греющей среды, поэтому суммарный эффект такого изменения параметра в I модели меньше, чем во II модели.

Исследования чувствительности математической модели (2.1.13)–(2.1.19) в широком диапазоне изменения основных входов модели (длительности процесса нагрева, толщины нагреваемых заготовок) дают возможность построить функции чувствительности и изучить их основные

Таблица 3.4.1. Коэффициенты чувствительности температуры металла к параметрам теплообмена для моделей I и II (коэффициенты чувствительности представлены в безразмерном виде с помощью преобразования $\frac{\partial T}{\partial P_1} \frac{P_1}{T_{II}} 10^{-2}$).

Температура (верх, центр, низ заготовки)	Сварочная зона						Томильная зона		
	α_1	σ_1	k_1	α_2	σ_2	k_2	α	σ	K
T(s,X*)	0,12	2,4	-2,04	0,47	11,4	-1,64	-	-	-
T(s/2,X*)	0,45	7,1	-2,66	0,69	8,6	-1,97	-	-	-
T(0,X*)	0,37	11,6	-2,40	0,20	3,3	-1,69	-	-	-
T(s,X**)	0,21	5,0	-2,14	0,27	5,0	-1,60	0,30	3,03	1,82
T(s/2,X**)	0,32	6,4	-2,32	0,44	6,5	-1,71	0,43	2,26	1,88
T(0,X**)	0,35	6,8	-2,38	0,48	6,9	-1,75	0,48	1,44	1,94
Температура (верх, центр, низ заготовки)	Сварочная зона				Томильная зона				
	α_1	σ_1	α_2	σ_2	α	σ			
T(s,X*)	1,29	12,9	2,35	20,5	-	-			
T(s/2,X*)	1,78	19,6	2,46	19,4	-	-			
T(0,X*)	1,79	22,1	1,96	13,8	-	-			
T(s,X**)	0,82	8,7	1,12	8,1	0,15	4,4			
T(s/2,X**)	1,18	12,7	1,57	11,8	0,10	3,1			
T(0,X**)	1,33	14,4	1,79	13,4	0,08	2,5			

свойства. На рис.3.4.1 приведены функции чувствительности верхней поверхности, середины и нижней поверхности металла в конце сварочной зоны к коэффициенту σ_2 верхней сварочной зоны. При малых значениях времени нагрева чувствительность температуры металла еще мала, а чувствительность температуры нижней поверхности к σ_2 верхней зоны близка к нулю в силу массивности тела. С ростом τ , когда процесс нагрева уже достаточно развит, чувствительность возрастает, достигая максимума, и затем начинает убывать, стремясь к нулю при достаточно больших τ . Чувстви-

тельность зависит от толщины нагреваемого тела, возрастает с увеличением s и медленнее для более толстых заготовок убывает с ростом τ (рис.3.4.2). При достаточно большом времени нагрева температура тела становится равной температуре греющей среды и ее чувствительность к изменениям параметров близка к нулю. Для таких τ влияние параметров P модели резко уменьшается и температура тела становится функцией только температуры греющей среды. Особый характер имеют функции чувствительности температуры металла на выдаче к изменению параметра σ_3 томильной зоны. В случае $U_2 > U_3$ существует определенное значение длительности нагрева заготовки в печи τ , для которого функция чувствительности равна нулю, а затем с ростом τ переходит в отрицательную область значений. Физическая интерпретация особенностей таких функций чувствительности такова: нулевая чувствительность имеет место тогда, когда температура поверхности металла, поступающего в томильную зону, равна температуре этой зоны $t(U, X^*) = U_3$. В этом случае коэффициент σ_3 томильной зоны не влияет на температуру металла.

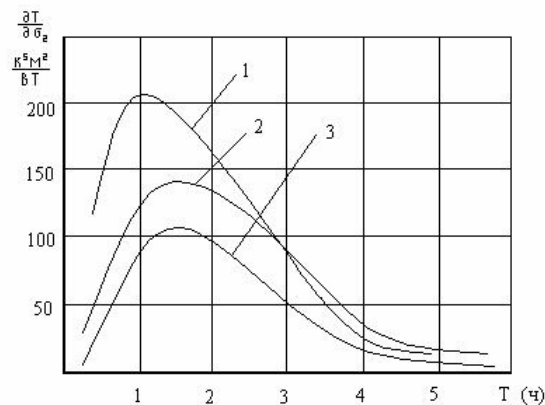


Рис.3.4.1. Функции чувствительности температуры верхней (1), нижней (3) поверхностей и середины (2) заготовки на выдаче из печи к коэффициенту верхней сварочной зоны.

Функции чувствительности температуры металла на выдаче к σ_3 томильной зоны зависят от температуры греющей среды в сварочной зоне: чем выше U_2 , тем ниже чувствительность выходных координат процесса к σ_3 (рис.3.4.2).

Для простейшей математической модели нагрева тонкого в теплотехническом смысле тела функции чувствительности удастся получить аналитически. Нагрева тонкого тела описывается следующим линейным обыкновенным дифференциальным уравнением:

$$\frac{dt(\tau)}{d\tau} = \frac{\alpha}{s\rho c} (t_r - t(\tau)), \quad t(0) = t_o \quad (3.4.8)$$

где t_r – температура греющей среды,

α – коэффициент теплоотдачи,

τ – время нагрева,

s, ρ – теплоемкость и плотность нагреваемого тела толщины s .

Функция чувствительности температуры тела получается дифференцированием решения уравнения (3.4.8) по параметру α :

$$\frac{\partial t_k}{\partial \alpha} = -(t_o - t_r) \frac{\tau}{s\rho c} e^{-\frac{\alpha\tau}{s\rho c}} \quad (3.4.9)$$

Функции чувствительности более высоких порядков могут быть получены последовательным дифференцированием выражения (3.4.9):

$$\frac{\partial^i t_k}{\partial \alpha^i} = (-1)^i (t_o - t_r) \frac{\tau}{s\rho c} e^{-\frac{\alpha\tau}{s\rho c}} \quad (3.4.10)$$

где i – порядок производной.

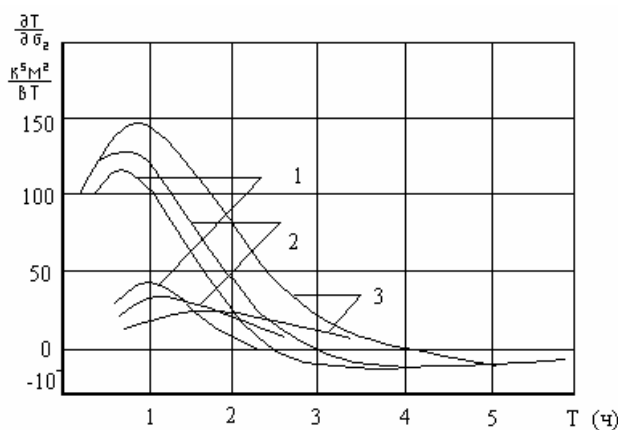


Рис.3.4.2. Функции чувствительности температур поверхностей заготовки на выдаче к коэффициенту томильной зоны (1 – для заготовки толщиной 0,13 м; 2 – 0,17м; 3 – 0,21 м).

Анализ свойств функций чувствительности (3.4.10) показал, что функции по переменной τ имеют один экстремум: максимум для i нечет-

ных и минимум для i -четных. Функции (3.4.10) затухают с ростом τ :

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{\partial^i t_k}{\partial \alpha^i} = 0.$$

Проведенные аналитические и численные исследования параметрической чувствительности различных по полноте и сложности математических моделей позволяют сделать ряд важных практических выводов.

Для математической модели, коэффициенты теплообмена которой имеют более сложную структуру влияния на температуру нагреваемого тела, чувствительность выходных координат к одним и тем же параметрам оказывается ниже, чем для более простой модели.

Анализ структуры матрицы коэффициентов чувствительности различных моделей показал, что температура нагреваемого тела наиболее чувствительна к коэффициентам лучистого теплообмена, следовательно, подстройка этих параметров должна выполняться наиболее точно.

Наличие максимума у функции чувствительности первого порядка указывает на тот факт, что существует определенная длительность времени нагрева заготовок в печи, при которой параметрическая чувствительность температуры заготовок максимальна. В этом случае погрешности в определении параметров теплообмена будут в максимальной степени сказываться на точность математической модели и требования к точности подстройки параметров оказываются наиболее жесткими.

Коэффициенты чувствительности позволяют легко получить приближенное решение задачи вычисления погрешности на определение коэффициентов теплообмена в математической модели. Абсолютная погрешность температуры поверхности заготовки в конце сварочной зоны определяется по абсолютным погрешностям коэффициентов лучистого теплообмена с помощью функций чувствительности:

$$\begin{aligned} \Delta t^B &= \frac{\partial t^B}{\partial \sigma_1} \Delta \sigma_1 + \frac{\partial t^B}{\partial \sigma_2} \Delta \sigma_2. \\ \Delta t^H &= \frac{\partial t^H}{\partial \sigma_1} \Delta \sigma_1 + \frac{\partial t^H}{\partial \sigma_2} \Delta \sigma_2. \end{aligned} \quad (3.4.11)$$

Задаваясь требуемым уровнем абсолютной погрешности определения температуры поверхности Δt , среднюю абсолютную погрешность определения коэффициентов лучистого теплообмена получаем из соотношений (3.4.11):

$$\Delta \sigma = \frac{\Delta t}{\frac{\partial t^B}{\partial \sigma_1} + \frac{\partial t^B}{\partial \sigma_2}}$$

В таблице 3.4.2 приведена абсолютная погрешность определения ко-

эффиценто̀в теплообмена при длительности нагрева 2 часа заготовок толщины 0,17 м.

Таблица 3.4.2 Зависимость точности математической модели процесса нагрева от абсолютной погрешности определения коэффициентов лучистого теплообмена в сварочной зоне

Требуемая точность вычисления температуры поверхности, (°C)	5,0	10,0	15,0	20,0
Абсолютная погрешность определения коэффициентов лучистого теплообмена, [Вт/(м ² к ⁴)]10 ⁸	0,022	0,044	0,066	0,088

3.5. Оптимальный теплофизический эксперимент для решения задач начальной настройки.

3.5.1. Задача оптимизации пространственного расположения датчиков контроля температуры нагреваемых тел.

Проблема оптимального планирования теплофизического эксперимента содержит два аспекта. Первый аспект состоит в необходимости решения классической задачи оптимизации пространственного расположения датчиков контроля температуры нагреваемых тел [5]. Задачи оптимизации пространственного расположения точек контроля температуры тела при решении коэффициентных обратных задач теплопроводности рассмотрены в ряде работ [14,98]. Локально–оптимальное решение задачи строится из условия максимума определителя нормированной информационной матрицы, элементами которой являются функции чувствительности, вычисленные в точках контроля температуры. Отыскивается такой план расположения датчиков температуры, для которого суммарная чувствительность оказывается максимальной.

Второй аспект проблемы состоит в исследовании влияния на эффективность эксперимента параметров производственно–технологического ха-

рактера. Этот аспект проблемы к настоящему времени недостаточно изучен и содержит резервы повышения эффективности эксперимента.

Теплофизический эксперимент характеризуется структурой вектора измерений (количеством измеряемых параметров и координатами точек измерения температуры), а также рядом значимых факторов производственно – технологического характера.

Разрабатываемый план измерений представляется в виде задачи оптимального планирования теплофизического эксперимента. Под оптимальностью понимается выбор таких условий эксперимента, при которых погрешности измерений температуры нагреваемого тела в наименьшей степени влияют на точность расчета параметров теплообмена.

Действительно, погрешность измерений температуры тела

$$\Delta t = T^*(x, \tau) - T(x, \tau, \sigma_0),$$

где $T^*(x, \tau)$ – измеренная температура, а $T(x, \tau, \sigma_0)$ – истинная, приводит к погрешности определения параметров теплообмена на величину

$$\Delta \sigma = \sigma - \sigma_0$$

Линейная часть разложения температуры тела в ряд Тейлора по параметру теплообмена в некоторой его окрестности

$$T(x, \tau, \sigma) = T(x, \tau, \sigma_0) + \left. \frac{\partial T(x, \tau)}{\partial \sigma} \right|_{\sigma=\sigma_0} (\sigma - \sigma_0) + \dots$$

связывает эти величины следующим соотношением:

$$\Delta \sigma = \frac{\Delta T}{\partial T(x, \tau, \sigma_0) / \partial \sigma}. \quad (3.5.1)$$

Из соотношения (3.5.1) следует, что чем больше величина производной $\partial T(x, \tau, \sigma_0) / \partial \sigma$, тем меньше погрешность измерений температуры нагреваемого тела влияет на погрешность расчета величины параметра теплообмена.

Важным аспектом задач идентификации является скорость сходимости алгоритмов решения обратной задачи. Поскольку в основе итерационных методов решения лежат градиентные процедуры [1,2], скорость сходимости алгоритмов решения задач идентификации будет выше для измерений в таких точках x , в которых значения производных $\partial T(x, \tau, \sigma_0) / \partial \sigma$ будут больше по абсолютной величине.

Производные $\partial T(x, \tau, \sigma_0) / \partial \sigma$ являются функциями переменных x, τ и других параметров математической модели. Обозначим функцию чувствительности температуры к параметру σ

$$F_\sigma(x, \tau) = \partial T(x, \tau) / \partial \sigma.$$

Под интегральной чувствительностью температуры $F_\alpha^\Sigma(x, \tau_k)$ точке x к моменту времени τ будем понимать:

$$F_\alpha^\Sigma(x, \tau_k) = \int_0^{\tau_k} F_\sigma(x, \tau) d\tau = \int_0^{\tau_k} \frac{\partial T(x, \tau)}{\partial \sigma} d\tau \quad (3.5.2)$$

Полной интегральной чувствительности температуры в точке x будет соответствовать величина $F_{\sigma}^{\Sigma}(x, \infty)$. Временной интервал практической чувствительности τ_z определим из следующего соотношения:

$$F_{\sigma}^{\Sigma}(x, \infty) - F_{\sigma}^{\Sigma}(x, \tau_z) \leq \xi$$

где ξ – малая величина.

По физическому смыслу величина τ_z представляет собой момент времени, к которому теплообмен между греющей средой и телом в точке x практически завершен и представляет собой время эксперимента, после которого дальнейшие измерения бессмысленны.

В качестве критерия эффективности теплофизического эксперимента будем рассматривать величину средней интегральной чувствительности $F_{\alpha}^{\Sigma}(x, \tau_k)$, которую определим следующим образом:

$$F_{\alpha}^{\Sigma}(x, \tau_k) = \frac{1}{\tau_k} F_{\sigma}^{\Sigma}(x, \tau_k) = \frac{1}{\tau_k} \int_0^{\tau_k} F_{\sigma}(x, \tau) d\tau \quad (3.5.3)$$

Анализ свойств функций чувствительности к параметрам внешнего теплообмена при нагреве тонких и массивных тел дан в разделе 3.4.

Задача оптимального размещения точек контроля температуры тела может рассматриваться при следующих предположениях: имеется возможность свободного перемещения датчика по координате x ; точка контроля выбирается до проведения теплофизического эксперимента и фиксируется на весь период эксперимента. При других постановках задач (например, оптимального размещения двух, трех и т.д. точек контроля температуры) можно воспользоваться результатами решения двух предыдущих постановок.

В первом случае оптимальный план состоит в нахождении траектории движения датчика $x^*(\tau)$, $0 \leq \tau \leq \tau_k$, для которой в любой момент τ чувствительность принимает максимальное значение, т.е

$$\max_x F_{\sigma}(x, \tau) \quad (3.5.4)$$

Для нахождения фиксированной координаты точки контроля температуры следует определить местоположение датчика x^* , для которого величина интегральной чувствительности будет максимальна:

$$\max_x F_{\sigma}^{\Sigma}(x, \tau_k) \quad (3.5.5)$$

Расчет функций чувствительности $F_{\sigma}(x, \tau)$ для коэффициента теплообмена σ_1 и оптимальной траектории перемещения датчика температуры $x^*(\tau)$ выполнен для условий нагрева металла в пятизонной проходной печи. Анализ функций чувствительности, представленных на рисунке 3.5.1, показывает, что максимальная чувствительность имеет место на поверхности нагреваемого металла в начальный период времени, затем максимум функции $F_{\sigma}(x, \tau)$ движется вглубь заготовки, убывая при этом по величине.

Оптимальная траектория $x^*(\tau)$ (линия 4 рис. 3.5.1) состоит из трех участков. Первый участок соответствует поверхности металла, измерение температуры которой целесообразно вести до момента времени достижения максимума чувствительности.

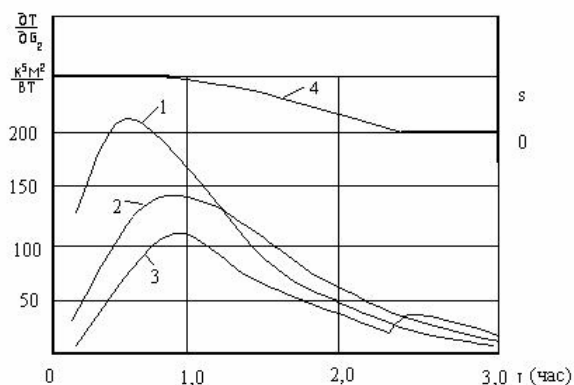


Рис.3.5.1. Графики функций чувствительности температуры верхней поверхности (1), середины (2) и нижней поверхности (3) нагреваемого металла и график оптимальной координаты (4) измерения температуры по толщине заготовки.

Второй участок соответствует перемещению точки контроля с поверхности до противоположной поверхности, на которой точка контроля фиксируется до полного завершения теплообмена. Таким образом, третий участок измерений соответствует противоположной поверхности, чувствительность температуры которой остается максимальной все оставшееся время эксперимента.

Динамика движения точки контроля на втором участке зависит от степени несимметричности условий теплообмена и температур греющей среды на обеих поверхностях.

Задача оптимального размещения фиксированной точки контроля температуры имеет простое решение: датчик фиксируется на весь период эксперимента на поверхности нагреваемого тела.

В сложившейся практике теплофизических измерений температуры в опытном слябе сверлят отверстия для измерений близкие к обеим поверхностям (в связи с большой погрешностью измерений температуры поверхности [18], а также в центре сляба).

3.5.2. Оптимизация теплофизического эксперимента по технологическим параметрам.

Теплофизический эксперимент характеризуется условиями его проведения, которые можно однозначно определить рядом значимых факторов

производственно–технологического характера. Основными из них являются производительность технологического агрегата, которая определяет скорость движения нагреваемых тел и общее время нагрева, условия теплообмена и температура греющей среды рабочих зон, геометрические размеры нагреваемых тел и их теплофизические свойства.

Эксперимент по измерению температуры должен планироваться при таких значениях параметров процесса, которые обеспечивали бы максимальную чувствительность температуры тела к изменению искомых величин. На основе информации о поведении функций чувствительности $F_{\sigma}(x, \tau)$ предоставляется возможность синтеза условий теплофизического эксперимента близких к оптимальному. В связи с этим необходимо определить области максимальной чувствительности, а также исследовать свойства функций чувствительности в диапазонах величин, соответствующих условиям конкретного технологического процесса.

Рассмотрим формальную постановку задачи планирования теплофизического эксперимента с учетом возможности оптимального выбора значений производственно–технологических параметров. Кроме $x^*(\tau)$ требуется определить характеристики экспериментальной заготовки – ее толщину s и теплофизические характеристики λ , c_{ρ} металла, а также время пребывания заготовки в печи τ_k и температуру греющих зон \bar{U} , обеспечивающих максимум критерия:

$$\begin{aligned} & \text{MAXIMUM } \hat{F}_{\sigma}^{\Sigma}(x, \tau_k) \\ & x, s, \lambda, c_{\rho}, \tau_k, \bar{U} \end{aligned} \tag{3.5.6}$$

для $X \in [0, s]$, $s \in S$, $\lambda \in L$, $c_{\rho} \in C$, $\tau_k \in T$, $\bar{U} \in U$, S, L, C, T, U – набор множеств параметров, определяемых условиями конкретного производства.

Сформулированная задача представляется довольно громоздкой, однако можно избежать ее формального решения, поскольку максимум исследуемого функционала (3.5.6) достигается в граничных точках множеств параметров S, L, C, U . В связи с этим, для синтеза оптимального плана теплофизического эксперимента достаточно знать направления изменения функционала (3.5.5) при варьировании параметров технологического процесса.

Исследования функций чувствительности для различных значений s , C_{ρ}° , λ° , представлены на рис. 3.5.2, при этом приняты следующие величины параметров:

$$1 - s = 0,3 \text{ м}, C_{\rho} = C_{\rho}^{\circ} + 1,1 C_{\rho}^{\circ}, \lambda = \lambda^{\circ},$$

$$2 - s = 0,3 \text{ м}, C_{\rho} = C_{\rho}^{\circ}, \lambda = \lambda^{\circ},$$

$$\begin{aligned}
 3 - s &= 0,3 \text{ м}, C_{\rho} = C_{\rho}^{\circ}, \lambda = \lambda^{\circ} + 1,1\lambda^{\circ}, \\
 4 - s &= 0,15 \text{ м}, C_{\rho} = C_{\rho}^{\circ}, \lambda = \lambda^{\circ}, \\
 5 - s &= 0,15 \text{ м}, C_{\rho} = C_{\rho}^{\circ}, \lambda = \lambda^{\circ} + 1,1\lambda^{\circ}.
 \end{aligned}$$

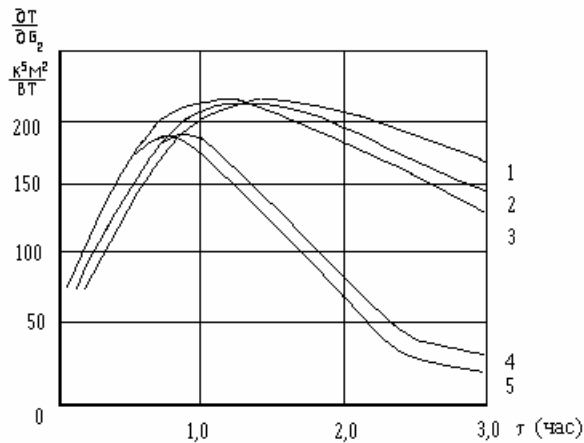


Рис.3.5.2. Графики функций чувствительности температуры поверхности металла при различной толщине и 10 % отклонения теплофизических свойств от номинальных значений $C_{\rho}^{\circ}, \lambda^{\circ}$.

Анализ показывает, что рост этих параметров приводит к увеличению интегральной чувствительности, а увеличение теплопроводности λ , наоборот, к ее снижению. Таким образом, для повышения эффективности теплофизического эксперимента необходимо использовать экспериментальный сляб максимальной толщины, изготовленный из металла с максимальной теплоемкостью и минимальной теплопроводностью.

Особое место среди технологических параметров занимает время нагрева опытного сляба τ_k (или скорость движения). Зависимость интегральной чувствительности от τ_k (рис. 3.5.3) имеет экстремальный характер. Значение τ_k , в котором критерия $\widehat{F}_{\sigma}^{\Sigma}$ достиг максимума, оказывается существенно меньшей величиной, чем технологически определенный интервал времени нагрева заготовок в печах. В связи с этим точка экстремума $\widehat{F}_{\sigma}^{\Sigma}$ зависит от значений технологических параметров и характер этой зависимости таков же, как и у точки максимума функций чувствительности.

Проведенные исследования позволяют оптимальным образом спланировать размещение точек контроля температуры в массивном теле, а также определить производственно-технологические параметры измеряемого процесса, повышающие эффективность эксперимента.

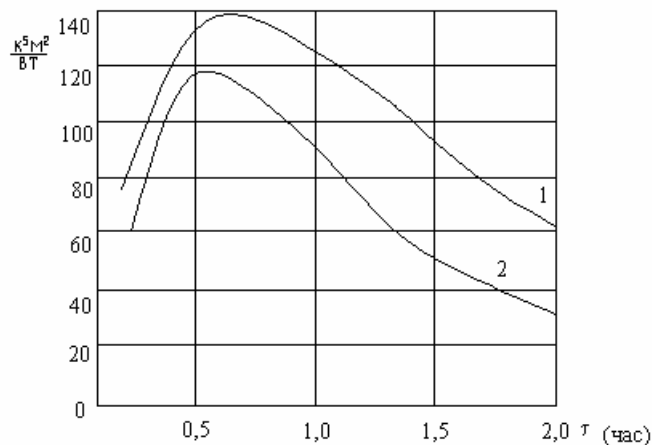


Рис.3.5.3. Графики зависимости значения интегрального критерия эффективности измерений температуры поверхности от длительности процесса нагрева для металла различной толщины (1 – $s = 0,3$ м; 2 – $s = 0,15$ м)

3.5.3. Параметрическая чувствительность и оптимальный эксперимент для процессов с неизвестной границей.

В качестве математической модели для анализа функции чувствительности рассмотрим процесс нагрева частицы сферической формы и последующий ее обжиг:

$$\rho_i c_i \frac{\partial T_i(r, \tau)}{\partial \tau} = \lambda_i(r, \tau) \left(\frac{\partial T_i^z(r, \tau)}{z} + \frac{2}{r} \frac{\partial T_i(r, \tau)}{\partial r} \right) \quad (3.5.7)$$

для $i = 1, r \in [0; s(\tau)]; i = 2, r \in [s(\tau); R];$

$$T_i(r, 0) = T_0(r), r \in [0; R]; \quad (3.5.8)$$

$$\frac{\partial T_1(0, \tau)}{\partial r} = 0; \quad (3.5.9)$$

$$\lambda_2 \frac{\partial T_2(R, \tau)}{\partial r} = \alpha [T_{rc} - T_2(R, \tau)]; \quad (3.5.10)$$

$$T_i(s(\tau), \alpha, \tau, \alpha) = T^* = \text{const}; \quad i = 1, 2 \quad (3.5.11)$$

$$\lambda_1 \frac{\partial T_1(s_-, \tau)}{\partial r} - \lambda_2 \frac{\partial T_2(s_+, \tau)}{\partial r} = g \rho_1 \frac{ds}{d\tau}, \quad (3.5.12)$$

где λ , ρ , c – теплопроводность, плотность и теплоемкость соответственно;
 α – коэффициент теплопередачи;
 g – скрытая теплота реакции;
 T_{rc} – температура греющей среды.

Необходимо исследовать чувствительность температуры по пространственной и временной переменным к изменению коэффициента теплоотдачи α в граничном условии (3)

$$F(r, \tau) = \partial T(r, \tau) / \partial \alpha.$$

Краевую задачу для функции чувствительности можно получить непосредственным дифференцированием по параметру исходной краевой задачи для уравнения теплопроводности. Продифференцируем соотношения (3.5.7)–(3.5.12) по α , в предположении, что функции $T(r, \tau)$, $\frac{\partial T(r, \tau)}{\partial \tau}$, $\frac{\partial^2 T(r, \tau)}{\partial r^2}$ дифференцируемы по α . В результате получим следующую начально–краевую задачу:

$$\rho_i c_i \frac{\partial F_i(r, \tau)}{\partial \tau} = \lambda_i(r, \tau) \left(\frac{\partial F_i^2(r, \tau)}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial F_i(r, \tau)}{\partial r} \right) \quad (3.5.13)$$

для $i = 1, r \in [0; s(\tau)]$; для $i = 2, r \in [s(\tau); R]$;

$$F_1(r, 0) = 0, \quad r \in [0, R]; \quad (3.5.14)$$

$$\frac{\partial F_1(0, \tau)}{\partial r} = 0; \quad (3.5.15)$$

$$\lambda_2 = \frac{\partial F_2(R, \tau)}{\partial r} = T_{rc} - T(R, \tau) - \alpha F(R, \tau); \quad (3.5.16)$$

$$F_1(s(\tau), \tau) + \frac{\partial T_1}{\partial s} \frac{ds}{d\alpha} = F_2(s(\tau), \tau) + \frac{\partial T_2}{\partial s} \frac{ds}{d\alpha} = 0; \quad (3.5.17)$$

$$\lambda_1 \left\{ \frac{\partial F_1(s_{-o}, \tau)}{\partial r} + \frac{\partial^2 T_1(s_{-o}, \tau)}{\partial r \partial s} \frac{\partial s}{\partial \alpha} \right\} - \lambda_2 \left\{ \frac{\partial F_2(s_{+o}, \tau)}{\partial r} + \frac{\partial^2 T_2(s_{+o}, \tau)}{\partial r \partial s} \frac{\partial s}{\partial \alpha} \right\} = g \rho_1 \frac{\partial^2 s}{\partial \tau \partial \alpha} \quad (3.5.18)$$

где (3.5.13) – одномерные уравнения для чувствительности внутри соответствующей области (аналог уравнений теплопроводности), (3.5.14), (3.5.15), (3.5.16) – начальные и граничные условия; (3.5.17) – условия для функций чувствительности на границе раздела полей чувствительности; (3.5.18) – условие на границе $s(\tau)$.

Полученная краевая задача является задачей с подвижной границей, разделяющей поля чувствительности. Движение границы определяется исходной задачей Стефана (3.5.7)–(3.5.12). Кроме того, в полученную краевую задачу входят также температуры и температурные градиенты, определяемые исходной задачей. Следовательно, задача расчета функций чувствительности, полученная в результате дифференцирования задачи Стефана, не является независимой от исходной.

Условие непрерывности температурного поля (3.5.11) после дифференцирования переходит в условие (3.5.17), в соответствии с которым функции чувствительности претерпевают разрыв на границе.

Краевая задача (3.5.13)–(3.5.18) оказывается слишком громоздкой для ее численного расчета. Исследование функций чувствительности проще провести численным дифференцированием.

Качественный и численный анализ начально–краевой задачи (3.5.13)–(3.5.17) показывает, что:

- наибольшая чувствительность имеет место на поверхности частицы в начальные моменты времени, затем максимум функции по координате $r \max_r F_\alpha(r, \tau)$ движется вглубь частицы, убывая при этом по абсолютной величине;
- после завершения процесса диссоциации при дальнейшем нагреве частицы имеет место появление второго экстремума $F(R, \tau)$.

Рассмотрим параметрическую чувствительность и оптимальный эксперимент для процесса коксования угля (2.3.1)–(2.3.10), содержащего неизвестную границу между сухой и влажной шихтой. Задачу планирования измерений температуры рассмотрим для настройки одного параметра – коэффициента лучистого теплообмена $\sigma(\tau)$ между греющей средой и стенкой вертикала в граничных условиях (2.3.7). При этом пренебрегаем конвективной составляющей, предполагая, что коэффициент $\sigma(\tau)$ учитывает и долю тепла, передаваемого конвекцией. С этой целью получим численные оценки функций чувствительности температурных полей коксового пирога и стенки, рассчитываемые как отношения приращения температуры к приращению параметра

$$f_{\sigma}(r, \tau) = \Delta T(r, \tau) / \Delta \sigma.$$

Анализ изменения функций чувствительности во времени и по пространственной координате (рис.3.5.4) свидетельствует о сложности характера зависимости, физическая интерпретация которой основывается на динамике прогрева системы «стенка – коксовый пирог».

Функции чувствительности имеют разрывы, соответствующие моменту времени завершения сушки шихты и началу отхода коксового пирога от стенки, и связанные со сменой граничных условий теплообмена. В начальный период вследствие запаздывания распространения тепла чувствительность в центре коксового пирога $f_{\sigma}(0, \tau) = 0$ (линия 1 рис. 3.5.4), затем возрастает, оставаясь относительно малой величиной на временном отрезке, соответствующем процессу сушки шихты. В этот период температура в центре коксового пирога определяется параметрами внутреннего теплообмена, а также движением границы между сухой и влажной шихтой, сдерживающей теплопередачу к центру от более горячих внешних слоев загрузки. Отсюда следует вывод, что измерения температуры центра коксового пирога в моменты времени $\tau < \tau^c$, где τ^c – время завершения процесса сушки при котором $\xi_s(\tau) = 0$, не несут практически полезной информации относительно параметра.

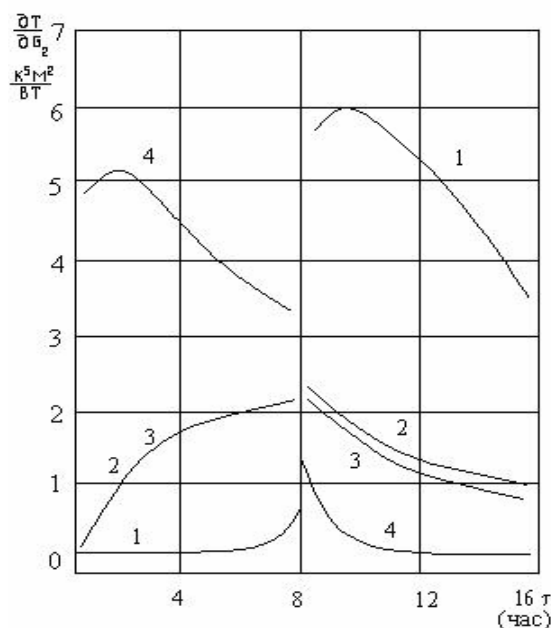


Рис.3.5.4. Графики функций чувствительности температур к коэффициенту лучистого теплообмена: 1 – в центре коксового пирога; 2 – на границе коксового пирога со стенкой; 3 – стенки со стороны коксового пирога; 4 – стенки со стороны факела.

Для $\tau < \tau^c$ температурная чувствительность центра коксового пирога возрастает, достигая максимума, затем затухает, оставаясь, однако, большей величиной, чем чувствительность в других точках.

Максимальной чувствительностью в начальный период процесса коксования обладает температура стенки $T_w(L_w, \tau)$. После завершения сушки чувствительность $f_c(L_w, \tau)$ становится равной нулю (лин.4, рис. 3.5.4) в связи с тем, что температура стенки становится равной температуре греющей среды $T_w(L_w, \tau) = U$ и для $\tau < \tau^c$ практически не зависит от σ .

Таким образом, наилучшей стратегией измерения температуры с точки зрения решения задачи оценивания параметров внешнего теплообмена является перенесение координаты измерения температуры по мере прогрева системы «стенка – коксовый пирог» от внешней поверхности стенки к центру коксового пирога. Поскольку технически реализовать такую стратегию сложно, в упрощенном варианте следует измерить температуру в доступных точках стенки вертикалов в первый период времени, а затем в центре коксового пирога во второй период времени.

Исследование чувствительности температур к коэффициенту теплообмена между парогазовой смесью и шихтой $\alpha_v(\tau)$ указывает на практическое отсутствие его влияния на температурное поле стенки, т.е. для $X \in [L_s, L_w]$, что следует из анализа уравнений теплопередачи (3.5.1)–(3.5.5). Учет теплопередачи конвекцией в уравнении (3.5.1) приводит к выравниванию температурного поля во влажной шихте, при этом

$$\lambda_{эф}^e \frac{\partial T_1}{\partial X} \rightarrow 0,$$

и скорость движения границы зависит только от градиента температуры в сухой шихте:

$$rW\rho_{эф}(T) \frac{d\xi}{d\tau} = -\lambda_{эф}(T) \frac{\partial T_2(\xi, \tau)}{\partial r} \quad (3.5.19)$$

Отсюда следует, что температурное поле для $X \in [\xi(\tau), L_w]$ определяется условиями теплопередачи на этом интервале и практически не зависит от $\alpha_v(\tau)$. Максимальной чувствительностью к $\alpha_v(\tau)$ обладают измерения температуры в малой окрестности слева от положения границы $\xi(\tau)$.

4. ТЕОРЕТИКО–ВЕРОЯТНОСТНЫЙ АНАЛИЗ ДИНАМИКИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ТЕПЛОЙ ОБРАБОТКИ МАТЕРИАЛОВ.

4.1. Анализ вероятностно–статистических характеристик возмущающих воздействий процесса нагрева металла на участке методических печей.

По своей природе возмущения процесса нагрева металла в прокатном производстве можно разделить на две группы. Группа возмущений, о которой имеется заранее вся необходимая информация – это геометрические размеры заготовок, марка стали, определяющая теплофизические свойства и требуемую температуру металла на выдаче, температура поступающего на нагрев металла. Информацию об этих величинах можно получить либо из план–графиков прокатки металла, либо непосредственно по мере поступления металла к печам. Вторая группа возмущений процесса нагрева имеет вероятностную природу: скорость движения металла в зонах печи, длительность пребывания заготовки в каждой зоне и общее время нагрева металла в печи. Эта группа возмущений обуславливается ролью нагревательных печей – обслуживание основного агрегата – прокатного стана и связана в значительной степени со случайным характером времени прокатки заготовок. Информация о возмущениях второй группы может быть получена на основании прогноза, который делается всегда с определенной ошибкой.

Возмущающие воздействия обеих групп, действующие, как правило, совместно, предопределяют случайный характер производительности печи. Изменения параметров процесса вызывают переходные процессы, результатом которых есть разброс температур выдаваемых заготовок, ухудшение качества нагрева.

Вероятностные характеристики возмущающих воздействий изучались на примере листопрокатного производства ДМЗ, имеющего устоявшуюся номенклатуру заготовок и прокатываемых листов.

В таблице 4.1.1 приведены статистические характеристики возмущающих воздействий, полученные в результате обработки статистических данных, наблюдаемых в течение одной смены (объем выборки – 500 наблюдений). Анализ статистических характеристик показывает, что исследуемые параметры успевают принять в течение одной смены все возможные значения из имеющейся номенклатуры заготовок и листов. Наиболее колеблемо (коэффициент вариации 0,93) количество заготовок в партии, его среднее значение показывает, что в печи одновременно могут находиться в среднем 7–8 партий заготовок. Исследования полигонов частот (рис. 4.1.1) геометрических размеров заготовок, поступающих в печь, показали, что закон распределения этих величин имеет произвольный характер.

Таблица 4.1.1. Статистические характеристики времени прокатки, геометрических размеров заготовок и листов, размеров партий заготовок листопрокатного производства ДМЗ.

Исследуемые параметры	Среднее значение	Среднее квадратическое отклонение	Дисперсия	Коэффициент вариации
Время прокатки одной заготовки на клети «трио» (сек)	42,69	9,68	93,76	0,23
Толщина заготовки (м)	0,178	0,0183	0,0033	0,103
Ширина заготовки (м)	0,836	0,242	0,0586	0,289
Длина заготовки (м)	1,283	1,198	0,0392	0,154
Толщина листа (м)	0,0128	0,0047	$0,000022$	0,369
Ширина листа (м)	1,597	1,146	0,0214	0,092
Количество заготовок в партии	6,69	6,19	38,4	0,926

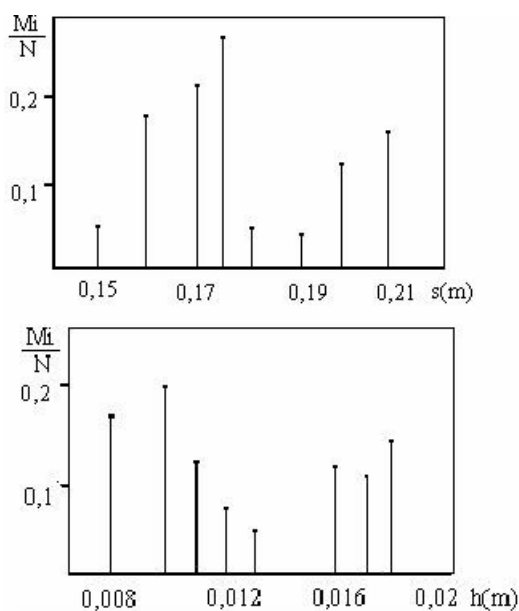


Рис.4.1.1. Полигоны частот толщин заготовок (S) и листов (h) , прокатываемых в течение одной смены на ДМЗ.

Геометрические размеры сажаемых в печь заготовок изменяются во времени и образуют случайные дискретные последовательности. Общей закономерностью таких последовательностей будь то толщина заготовки S , либо ширина B , является тот факт, что приняв определенное значение, параметр не изменяется некоторое время, затем принимает новое значение и т.д. (рис. 4.1.2). Исследуем вероятностные характеристики процессов такого типа.

Пусть $S(i)$, $i = 1, 2, \dots$ – дискретный случайный процесс (толщина сажаемой в печь заготовки), принимающий случайные значения в интервале $[S_-, S_+]$, остающиеся постоянными в зависимости от случайных размеров партии.

Относительно процесса $S(i)$ принимаем следующие предположения:

1) случайные значения $S(i)$ различных партий являются независимыми;

2) закон распределения $p(S)$ не зависит от i ;

3) вероятность $P(i)$ изменения значения процесса $S(i)$ в любом интервале $[i, i+l]$ зависит только от размеров интервала l и не зависит от поведения процесса $S(i)$ вне этого интервала.

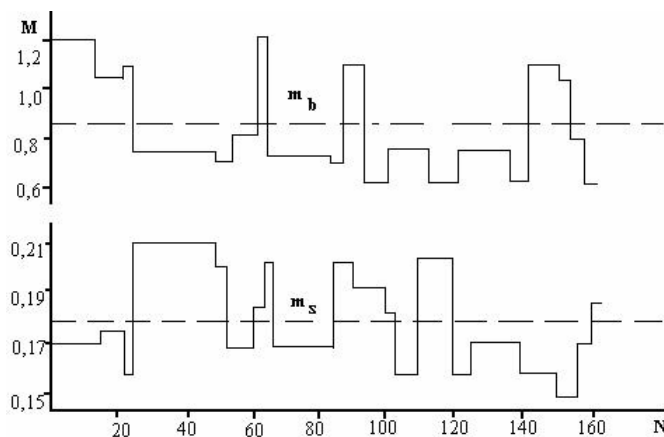


Рис. 4.1.2. Реализация случайных процессов изменения толщины (s) и ширины (b) заготовок, поступающих в печи.

Поскольку значения процесса $S(i)$, а также вероятность изменения значений от текущего i не зависит, то дискретный процесс $S(i)$ является стационарным случайным процессом в узком смысле. Зная одномерные плотности распределения $p_s(j)$ случайной величины S и $p_N(N)$ случайной длины N партии, можно определить математическое ожидание и корреляционную функцию процесса $S(i)$.

Математическое ожидание процесса:

$$M[S] = \sum_{j=1}^m S_j \rho_s(j),$$

Корреляционная функция для рассматриваемого случайного процесса может быть определена следующим образом [63]:

$$R_{ss}(l) = D_s[l - P(l)], \quad (4.1.1)$$

где D_s – дисперсия случайного процесса $S(i)$.

При статистическом обследовании геометрических размеров заготовок вероятность $P(l)$, $l = 1, 2, \dots$ можно получить с помощью соотношения:

$$P(l) = P_N(N < l + 1) + \sum_{i=l+1}^{\infty} \rho_N(i) \frac{l}{i},$$

где $\rho_N(i)$, $i = 1, 2, \dots$ – плотность, и получаемая из нее, функция распределения длины партий заготовок:

$$P_N(N < l) = \sum_{i=1}^l \rho_N(i),$$

Выражение (4.1.1) для вычисления корреляционной функции процесса обладает большей наглядностью и удобством для анализа, чем обыкновенные методы расчета корреляционной функции, не учитывающие специфику рассматриваемых процессов. Если длина максимальной партии однотипных заготовок $N = l_1$, то $R_{ss}(l_1 + 1) = 0$, то есть корреляция между значениями процесса сохраняется только на интервале равном максимальной длине партии.

Изучение вероятностных характеристик второй группы в основном связано с изучением времени прокатки одной заготовки. На рис. 4.1.3 приведен фрагмент результатов статистического обследования времени прокатки заготовок различных типоразмеров на черновой клети стана 2300 ДМЗ.

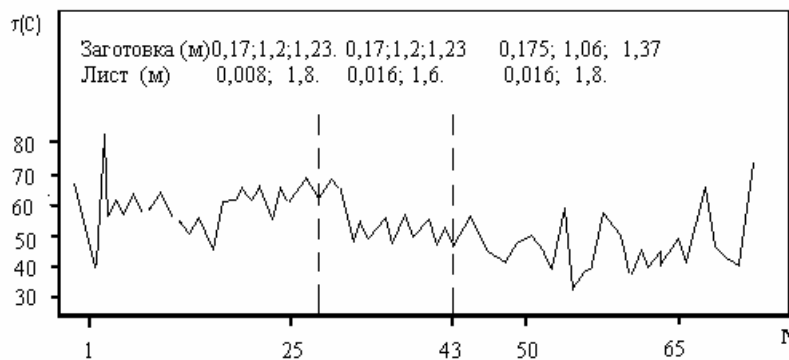


Рис.4.1.3. Реализация случайного процесса времени прокатки заготовок различных размеров на черновой клети стана 2300 ДМЗ.

Для решения широкого класса задач определения вероятностных характеристик изучаемого процесса важно знать вид одномерного закона

распределения случайного процесса $\tau(i)$. Для проверки гипотезы о нормальности случайного процесса $\tau(i)$ необходимо знание следующих вероятностных характеристик процесса: математическое ожидание, центральные моменты до четвертого порядка включительно, корреляционной функции процесса. Оценки перечисленных характеристик получены в результате обработки экспериментальных данных (рисунки 4.1.4 и 4.1.5).

Проверка гипотезы о нормальности одномерного закона распределения случайного процесса $\tau(i)$ для данного статистического материала не подтверждалась.

В практических условиях работы прокатного комплекса τ можно считать процессом типа "белого шума" только при прокатке однотипных заготовок и листов. Если же размеры листов и заготовок изменяются, то математическое ожидание и дисперсия τ зависят от i , а корреляционная функция $R(\tau)$ (рис. 4.1.5) указывает на коррелированность смежных значений величин $\tau(i)$, $\tau(i+1)$ (коэффициент корреляции $r = 0,51$) и процесс нельзя считать "белым шумом". С другой стороны коэффициент корреляции не так велик, вследствие чего такой процесс оказывается неудобным для прогнозирования последующих значений времен прокатки заготовок по времени предыдущих. Прогноз времени прокатки на несколько заготовок вперед мало отличается от среднего значения случайного процесса в силу быстрого затухания корреляционной функции.

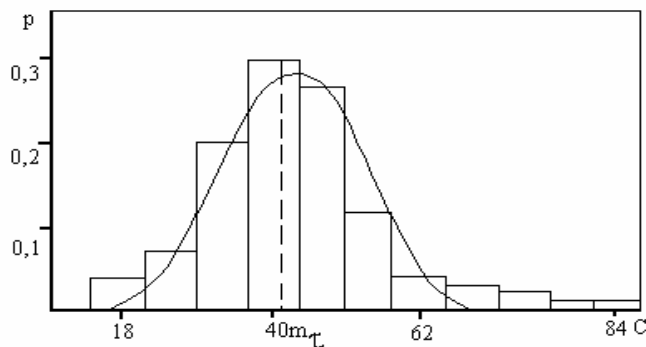


Рис.4.1.4. Эмпирическое распределение времени прокатки одной заготовки на черновой клети стана 2300 ДМЗ.

Поскольку печи являются обслуживающими агрегатами, время нагрева T_j j -ой заготовки зависит от длительности прокатки заготовок $j-1, j-2, \dots, j-N$ подлежащих прокатке раньше j -ой заготовки, т. е. всех заготовок посаженных в печи ранее. Время нагрева T_j формируется из последовательности согласно алгоритму:

$$T_j = \sum_{i=j+1}^{j-N} \tau_i \quad (4.1.2)$$

где N – количество заготовок в печах (величина N зависит от ширины на-

греваемых заготовок).

Для вычисления очередного значения T_{j+k} исходная последовательность τ_i сдвигается на k элементов влево. Коррелированность T_j и T_{j+k} обеспечивается за счет $N-k$ общих величин последовательности τ .

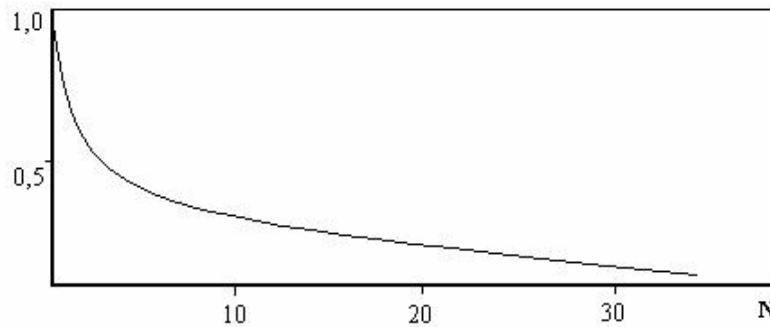


Рис.4.1.5. Корреляционная функция времени прокатки одной заготовки на черновой клети стана 2300 ДМЗ.

Таким образом, T_j представляет собой дискретный случайный процесс, образованный линейным преобразованием в виде скользящего суммирования случайных величин случайного процесса $\tau(i)$. Вероятностные характеристики процесса T_j могут быть выражены аналитически через вероятностные характеристики процесса $\tau(i)$. В том случае, если процесс $\tau(i)$ является стационарным процессом типа "белого шума" с характеристиками:

$$M[\tau] = m_\tau, \tag{4.1.3}$$

$$R_{ij}^\tau = M[(\tau_i - m_\tau)(\tau_j - m_\tau)] = D_\tau \delta_{ij}$$

где δ_{ij} – символ Кронекера.

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases}$$

корреляционная функция будет соответствовать треугольной реляционной функции вида [144]:

$$R_{l,k}^\tau = \begin{cases} D_\tau \left(1 - \frac{|l-k|}{N}\right), & |l-k| \leq N, \\ 0, & |l-k| > N \end{cases} \tag{4.1.4}$$

Заметим, что T имеет нормальный одномерный закон распределения практически при любом законе распределения $\tau(i)$ с вероятностными характеристиками (4.1.3). Это следует из центральной предельной теоремы теории вероятностей о законе распределения суммы достаточно большого числа независимых случайных величин [29] (N для условий листопрокат-

ного производства стана 2300 ДМЗ колеблется в пределах 120–240).

Возмущающим воздействиям подвергается не только управляемый процесс, но и сама система управления. В автоматизированных системах управления нагревом металла как возмущающие воздействия можно рассматривать ошибки, связанные с измерением входных параметров (размеров заготовок и листов), прогнозом времени нагрева и др. Поскольку по входным параметрам вырабатывается управляющее воздействие, точность определения этих параметров существенно влияет на качество функционирования системы управления.

Проведенные исследования возмущающих воздействий показали, процесс нагрева металла осуществляется в условиях переменного темпа продвижения, как правило, большого числа разнотипных заготовок. Для имитационного моделирования работы системы управления процессом нагрева металла необходим учет случайного характера возмущающих воздействий, что позволит получить вероятностные характеристики температуры нагреваемого металла, оценить эффективность различных методов и алгоритмов управления.

4.2. Имитационное моделирование процесса нагрева металла в методической печи.

4.2.1. Алгоритмы имитационного моделирования.

В настоящее время методы статистических исследований находят применение для оценки воздействия случайных возмущений на качество нагрева металла [145]. Один из важнейших показателей качества нагрева металла является точность нагрева металла.

Задача анализа статистической динамики процесса нагрева металла заключается в определении вероятностных характеристик тепловых полей в заготовках по заданным вероятностным характеристикам входных случайных процессов и величин.

Основными методами решения задач статистической динамики являются: метод статистических испытаний (метод Монте–Карло) [20], метод эквивалентных возмущений [42], метод статистической линеаризации [139], точные аналитические методы [63], интерполяционный метод [140].

В предыдущем параграфе были исследованы вероятностные характеристики основных возмущающих воздействий процесса нагрева. Кроме знания вероятностных характеристик возмущающих воздействий для получения решения задачи необходима математическая модель процесса, способная учитывать изменения возмущающих воздействий и их влияние на выходные координаты процесса.

Разработку такой математической модели процесса нагрева осуществим при следующих предположениях:

- 1) температура в зонах печи не реагирует на возмущающие воздействия

и может изменяться только под воздействием системы управления;

2) заготовки, лежащие в печи, аппроксимируются пластиной переменной толщины с теплофизическими свойствами, зависящими от координаты положения l по длине печи;

3) движение металла в печи происходит в результате поступления новой заготовки и носит дискретный характер, время движения заготовок принимается равным нулю.

Математическая модель процесса нагрева неподвижной пластины имеет вид:

$$C(T)\rho(T)\frac{\partial T(x,l,\tau)}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda(\tau) \frac{\partial T(x,l,\tau)}{\partial x} \right], \quad (4.2.1)$$

$$-\lambda(T)\frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = \sigma_1 \left\{ [\bar{U}_1(l)]^4 - [T(0,l,\tau)]^4 \right\} + \alpha_1 [\bar{U}_1(l) - T(0,l,\tau)] \quad (4.2.2)$$

$$\lambda(T)\frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=s} = \sigma_{21} \left\{ [\bar{U}_2(l)]^4 - [T(S,l,\tau)]^4 \right\} + \alpha_2 [\bar{U}_2(l) - T(S,l,\tau)] \quad (4.2.3)$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0, \quad \text{для } l \geq l_2 \quad (4.2.4)$$

$$T(x,l,0) = T_0(x,l) \quad (4.2.5)$$

$0 \leq x \leq S(l)$, $S(l)$ – толщина пластины в точке l координаты по длине печи;

$\bar{U}_1(l), \bar{U}_2(l)$ – температура греющей среды в зонах печи (1 – снизу, 2 – сверху).

Изменение температур греющей среды по длине печи определяется следующими функциями:

$$\bar{U}_1(l) = \begin{cases} \bar{U}_1(l) = U_1^0 + C_1 \cdot l, & 0 \leq l \leq l_1, \quad c_1 - const \\ \bar{U}_1(l) = U_1, & l_1 \leq l \leq l_2 \end{cases} \quad (4.2.6)$$

$$\bar{U}_2(l) = \begin{cases} \bar{U}_2(l) = U_2^0 + C_2 \cdot l, & 0 \leq l \leq l_1, \quad c_2 - const \\ \bar{U}_2(l) = U_2, & l_1 \leq l \leq l_2 \\ \bar{U}_2(l) = U_3, & l_2 \leq l \leq l_3 \end{cases} \quad (4.2.7)$$

l_1, l_2, l_3 – длины методической, сварочной и томильной зон;

U_1^0, U_2^0 – температуры в точках посадки заготовок;

c_1, c_2 – скорость роста температуры по длине методической зоны, температурный режим печи задается тремя величинами

U_1, U_2, U_3 – температуры в нижней, верхней и томильной зонах соответ-

венно.

В системе уравнений (4.2.1)–(4.2.7), (4.2.1) – уравнение теплопроводности, описывающее температурное поле по толщине заготовок и длине печи, (4.2.2)–(4.2.4) – граничные условия, (4.2.5) – начальное условие, задающее распределение температуры по толщине заготовок на всей длине печи.

Математическое моделирование процесса нагрева с учетом меняющихся величин S , B , τ осуществляется следующим образом. Задано некоторое начальное состояние процесса по всей длине печи. В печь поступает очередная заготовка, в математической модели это отражается сдвигом теплового поля $T(x, I)$ по оси I на величину ширины заготовки B , т.е. $T_1(x, I) - T_0(x, I+B)$, для I в интервале $B < I \leq I_{\Pi}$

В интервале $0 \leq I \leq B$ температурное поле $T(x, I)$ принимает значения температуры сажаемой в печь заготовки.

Начальное условие (4.2.5) теперь полностью определено и на временном отрезке $[0, \tau]$ осуществляется интегрирование системы уравнений (4.2.1)–(4.2.7), т.е. определяется температурное поле по длине печи в момент времени τ и температурное поле выдаваемой из печи заготовки. Затем моделируется поступление следующей заготовки и процесс повторяется.

Описанная процедура позволяет промоделировать на ЭВМ процесс нагрева металла в условиях изменяющегося времени прокатки заготовок на стане τ и толщина нагреваемых заготовок.

Перейдем к поставке задачи анализа статистической динамики процесса нагрева металла.

1. Задана система дифференциальных уравнений, описывающих изучаемый процесс (4.2.1)–(4.2.7).

2. Заданы вероятностные характеристики случайных процессов $\tau(i)$, $S(i)$, $B(i)$ в виде моментов и законов распределения вероятностей.

3. Определена система функционалов от выходных координат процесса:

$$\Phi_i [T(x, \tau)], \quad i = 1, 2, \dots$$

В качестве таких функционалов могут быть средняя температура заготовки в любой точке печи, температурный перепад по сечению заготовки, либо сами выходные координаты: температуры поверхностей $T(0, \tau)$, $T(S, \tau)$ и центра заготовок $T(S/2, \tau)$.

4. Заданы характеристические функции $\chi_j(\Phi_i)$, $i, j = 1, 2, \dots$, определяющие форму вероятностных характеристик функционалов. Функции χ_j могут пониматься как математические выражения, используемые для определения различных вероятностных характеристик: математического ожидания, моментов различного порядка, законов распределения и т.д.

Необходимо по уравнениям (4.2.1)–(4.2.7) и вероятностным характеристикам случайных процессов определить математические ожидания

$$M|\chi_j(\Phi_i)|, \quad i, j = 1, 2, \dots$$

В настоящее время наиболее распространенным методом решения задач анализа статистической динамики является метод статистических испытаний (метод Монте-Карло).

Последовательность операций по этому методу состоит из следующих этапов.

1. Имитируется поступление очередной заготовки случайной ширины $B(i)$ и толщины $S(i)$ в печь. Конкретная реализация величин $B(i)$, $S(i)$ получается с помощью генератора случайных процессов $B(i)$, $S(i)$, $i = 1, 2, \dots$. С учетом специфики структуры процесса $S(i)$, его генерация осуществляется с помощью датчиков двух независимых величин. Один датчик генерирует с некоторым законом распределения вероятностей толщину заготовки S , другой датчик определяет длину партий этой толщины.

2. Генератор псевдослучайных чисел, реализующий генерацию случайного процесса [20] с заданными вероятностными свойствами, определяет случайные величины длительности прокатки заготовок с учетом количества K рядов заготовок в печах.

$$\tau^* = \tau_1 + \tau_2 + \dots + \tau_k$$

3. Осуществляется интегрирование системы уравнений (4.2.1)–(4.2.7) на временном отрезке $0 \leq \tau \leq \tau^*$, где τ^* – конкретное числовое значение, полученное в пункте 2.

В результате многократного повторения пунктов 1,2,3 накапливаются статистические данные о выходных координатах процесса в виде дискретных последовательностей. Полученный таким образом статистический материал обрабатывается обычным методом математической статистики. Для получения заданной точности вероятностных характеристик случайного процесса методом статистических испытаний необходимо знать соответствующее число испытаний N . Точность определения статистического математического ожидания m_x случайного процесса зависит от длины рассматриваемой реализации. Мерой точности определения m_x является среднее квадратическое отклонение σ_m [63]:

$$\sigma_m^2 = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \sum_{i=1}^N M \{ [x(k) - m_x] [x(i) - m_x] \}$$

Задаваясь относительным значениям среднего квадратического отклонения σ_m / σ_x статистического математического ожидания, можно найти необходимое число испытаний N . Величина σ_m^2 для дискретного случайного процесса рассчитывается по формуле [63]:

$$\sigma_m^2 = \frac{1}{N} R_{xx}(0) + \frac{2}{N} \sum_{i=1}^{N-1} R_{xx}(i) - \frac{2}{N^2} \sum_{i=1}^{N-1} i R_{xx}(i), \quad (4.2.8)$$

Опыт статистического моделирования процесса нагрева металла показал, что для получения приемлемой точности вычисления вероятностных характеристик при возмущающих воздействиях типа "белого шума" необхо-

димо статистических испытаний для вычисления математического ожидания не менее 200, дисперсии – 500, корреляционной функции – 1000 испытаний.

Метод статистических испытаний характеризуется универсальностью применения, простой вычислительной схемы, возможностью получения всех вероятностных характеристик изучаемых процессов. К недостаткам метода следует отнести высокую погрешность результатов, обусловленную ограниченной численностью испытаний и погрешностями моделирования возмущающих воздействий. При описании процесса уравнениями в частных производных указанные недостатки становятся особенно ощутимыми. Реализация статистического моделирования процесса нагрева на ЭВМ затрудняется большим временем счета и необходимостью накопления результатов моделирования на внешних носителях информации. Для исследования решений задачи анализа статистической динамики в широком диапазоне вероятностных характеристик входных возмущающих воздействий, а также для решений оптимизационных задач в стохастической постановке требуется многократное проведение статистического моделирования. Решение указанных задач исследованием методом статистических испытаний является весьма трудоемким и требующим больших затрат времени ЭВМ. В настоящее время предложены более экономичные методы решения задач статистической динамики [42,140]. Одним из таких методов, близким по универсальности к методу статистических испытаний, является интерполяционный метод [139].

4.2.2. Анализ статистической динамики температурных процессов нагрева металла.

Для исследования вероятностных характеристик тепловых полей нагреваемого металла использован интерполяционный метод решения задач анализа статистической динамики, предложенный В.И.Чернецким. С точки зрения вычислительных методов интерполяционный метод представляет собой последовательное применение квадратурных формул Гаусса, где в качестве весовых функций используется плотность распределения вероятностей случайных величин возмущающих воздействий [139]. Применение интерполяционного метода предполагает, что возмущающие воздействия есть независимые случайные величины с известными законами распределения.

Основная расчетная формула интерполяционного метода представляется в следующей форме [139]:

$$M[\Phi] \approx \sum_{k_1 \dots k_m} x[\Phi(\tau, V_{1k_1}, V_{2k_2}, \dots, V_{mk_m})] \prod_{j=1}^m r_{k_j}, \quad (4.2.9)$$
$$k_1 = 1, 2, \dots, g_1; k_2 = 1, 2, \dots, g_2; k_m = 1, 2, \dots, g_m;$$

$$V_{Lk_L} = m_L + \sigma_L L_{kg_L}, \quad (4.2.10)$$

где $\Phi(\tau, V_{1k_1}, V_{2k_2}, \dots, V_{mk_m})$ – функция, связывающая значение выходной координаты с возмущающими воздействиями;

V_{Lk_1} – рассчитываемые значения случайных величин с математическим ожиданием m_L и средним квадратическим отклонением σ_L ;

L_{kg_L} – стандартные узлы типа Чебышева;

r_{k_L} – числа Кристоффеля, соответствующие выбранным узлам L_{kg_L} ,

g_L – число различных значений случайной величины V_L (степень интерполяционного полинома).

Функция χ при вычислении вероятностных характеристик (математического ожидания, дисперсии и др.) приобретает требуемый конкретный вид. Необходимые для расчетов узлы Чебышева и числа Кристоффеля рассчитаны для случайных величин имеющих равномерный, нормальный либо экспоненциальный закон распределения вероятностей [139].

Воспользуемся интерполяционным методом для определения вероятностных характеристик тепловых полей в методической печи. Математическая модель (4.2.1)–(4.2.5) процесса нагрева металла по отношению к случайным входам (толщина заготовки время нагрева и т.д.) и выходам (температура в любой точке по сечению металла x и по всей длине печи l , $\tilde{t}(x, l)$ является функциональным преобразованием в силу независимости температуры греющей среды от случайных возмущающих воздействий. Вероятностные характеристики случайного процесса (за исключением корреляционной функции), получаемого в результате функционального преобразования входного случайного процесса, не зависят от корреляционной функции входного случайного процесса. Поэтому расчет вероятностных характеристик выходных координат можно вести, рассматривая случайные возмущения как случайные величины (а не процессы). Такой подход приводит к потере информации лишь о корреляционных функциях выходных координат.

Будем считать, что в печи поступают заготовки случайной толщины S и греются случайное время T_H . Случайные величины S и T_H можно считать независимыми. Для расчета выходных координат воспользуемся математической моделью нагрева заготовки толщины S и времени нагрева T_H .

Расчеты вероятностных характеристик процесса нагрева интерполяционным методом с различной степенью аппроксимирующих полиномов g_τ , g_s показали, что при $g_{\tau,s} = 5$ и $g_s = 7$ результаты расчетов моментов первого, второго порядков отличаются в третьем знаке после запятой. С увеличением порядка вычисляемых моментов для обеспечения требуемой точности приходится повышать степень аппроксимирующих полиномов. Для вычисления моментов третьего, четвертого порядка (асимметрия, эксцесс) требуется 9×9 интегрирований исследуемой системы уравнений.

С помощью интерполяционного метода исследовались вероятностные характеристики теплового поля в заготовках по всей длине печи при различной интенсивности возмущающих воздействий. На рисунке 4.2.1 приведено семейство кривых, характеризующих изменение среднеквадратического отклонения температуры верхней поверхности σ_1 заготовки по длине трехзонной методической печи при различном среднеквадратическом отклонении времени нагрева σ_T одной заготовки. Колебания времени нагрева вызывают колебания температурного поля в заготовке в каждой точке 1 сечения печи. Зависимость носит экстремальный характер, причем максимум достигается в интервале 1,0–2,0 метров от начала сварочной зоны при любой интенсивности возмущающего воздействия T .

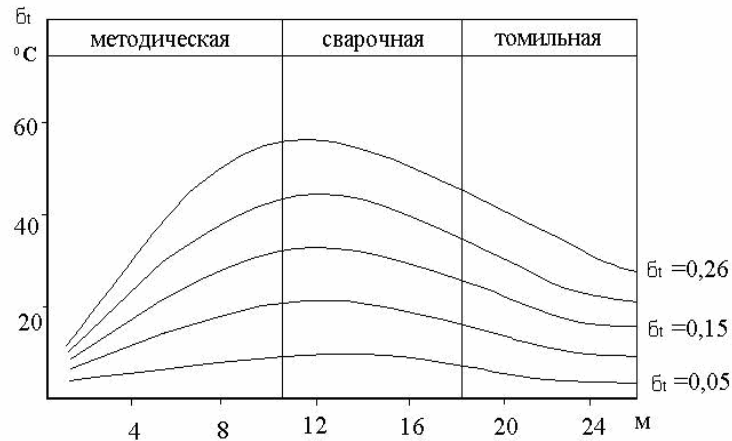


Рис.4.2.1. Распределение среднего квадратического отклонения температуры поверхности металла по длине печи при различной дисперсии времени нагрева.

На рис.4.2.2 приведено распределение с.к.о. температуры верхней (линия 1), нижней (линия 2) поверхности и середины (линия 3) заготовки при нагреве с возмущающими воздействиями $\sigma_T = 0,26$ часа и $\sigma_S = 0,01$ м. В конце методической и во всей сварочной зоне с.к.о. температуры центра заготовки больше чем с.к.о. температуры поверхностей и с ростом массивности заготовки эта разность увеличивается. С.к.о. температуры нижней поверхности, достигнув максимума в сварочной зоне, начинает уменьшаться, однако в начале томильной зоны резко возрастает, а затем опять уменьшается, оставаясь, однако, больше с.к.о. температуры середины заготовки. Возрастание с.к.о. температуры нижней поверхности в томильной зоне объясняется тем, что здесь имеет место односторонний нагрев и смена граничных условий в математической модели: тепловой поток на поверхности равен нулю $\partial T(0, \tau) / \partial X = 0$. На температуру нижней поверхности теперь начинают воздействовать более низкие температуры середины заготовки. По мере томления заготовки средние слои

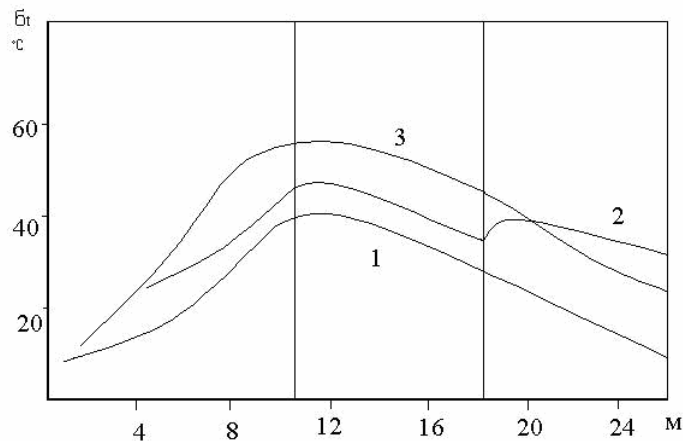


Рис 4.2.2. Распределение с.к.о. температуры верхней (1), нижней (2) поверхностей и середины (3) заготовки по длине печи $\sigma_T = 0,15$ ч, $\sigma_T = 0,01$ ч.

начинают прогреваться, подавляя постепенно дисперсию температуры низа. Динамика этих процессов зависит от массивности нагреваемых тел. Чем массивнее нагреваемые тела, тем правее будут смещаться экстремумы с.к.о. температуры середины заготовки и второй локальный максимум с.к.о. температуры нижней поверхности.

Измерения температуры поверхности металла в точках по длине печи, соответствующих максимальной дисперсии температуры поверхности, будут наиболее чувствительны к изменениям температурного режима нагрева заготовок в результате воздействия случайных возмущений. Для определения координаты по длине печи установки датчика температуры поверхности металла с целью организации обратной связи в системе управления исследована область значений максимальных дисперсий температуры металла при различной производительности печи для условий листопрокатного производства на стане 3600 ММК "Азовсталь". На рис. 4.2.3 представлена область максимальных с.к.о. температуры поверхности металла, покрывающая практически всю первую по ходу движения заготовок сварочную зону и начало второй.

С увеличением времени нагрева влияние возмущающих воздействий на дисперсию теплового поля в заготовке ослабевает. На рис.4.2.4 дана зависимость с.к.о. средней температуры заготовки в конце каждой зоны трехзонной печи от математического ожидания времени нагрева m_T при постоянном с.к.о. времени нагрева $\sigma_T = 0,15$ часа. Влияние m_T на дисперсию теплового поля в заготовке столь велико, что даже при $\sigma_T / m_T = \text{const}$ с увеличением m_T дисперсия температуры затухает, хотя и медленнее, чем в случае $\sigma_T = \text{const}$.

Исследования дисперсии теплового поля в заготовке показали, что при

приближении математического ожидания температуры в какой-либо точке сечения заготовки к температуре греющей среды дисперсия температуры быстро уменьшается. Это хорошо согласуется с физической сущностью процесса теплопроводности, в котором температура греющей среды является граничной величиной. Если отодвинуть эту границу при той же величине математического ожидания, то дисперсия температуры возрастает

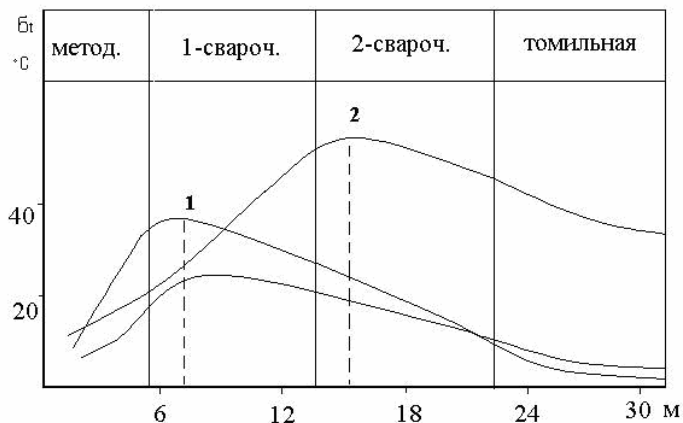


Рис.4.2.3. Результаты исследований области максимальных с.к.о. температуры поверхности заготовок по длине пятиязвенной методической печи при различной производительности и возмущающих воздействиях $\sigma_S = 0,01$ м, $\sigma_T = 0,1$ ч

$$1 - P_n = 39 \text{ т / ч, } m_S = 0,16 \text{ м, } m_T = 4,5 \text{ ч}$$

$$2 - P_n = 91,6 \text{ т / ч, } m_S = 0,25 \text{ м, } m_T = 3,0 \text{ ч}$$

$$2 - P_n = 45,4 \text{ т / ч, } m_S = 0,25 \text{ м, } m_T = 6,0 \text{ ч}$$

Наличие максимумов дисперсии температурного поля в заготовке в сварочной зоне (рис.4.2.1, 4.2.2) объясняется динамическими свойствами процесса. По мере развития процесса нагрева дисперсия температурного поля в заготовке растет, достигает максимума и начинает уменьшаться при приближении математического ожидания к температуре греющей среды.

Проведены исследования вероятностных характеристик температур нагрева металла при условии, что температура сажаемых в печь заготовок является случайной величиной. При этом в математической модели процесса нагрева начальное условие, характеризующее температуру посадки заготовки в печь, рассматривалось как случайная величина, распределенная по нормальному закону. Расчеты показали, что с увеличением математического ожидания температуры сажаемых заготовок влияние ее дисперсии на дисперсию температур заготовки на выдаче ослабевает (рис.4.2.5).

Повышение средней температуры сажаемых в печь заготовок оказывается благоприятным не только с точки зрения увеличения производительности печи, но и с точки зрения повышения качества управления процес-

сом и стабильности температурных параметров выдаваемых заготовок.

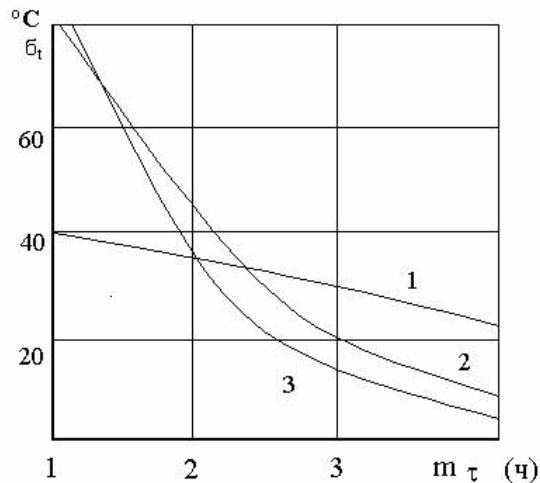


Рис.4.2.4. Зависимость с.к.о. среднemasсовой температуры металла в конце методической (1), сварочной (2) и томильной (3) зон трехзонной методической печи от математического ожидания времени нагрева заготовок при постоянной его дисперсии.

Для получения функции плотности распределения $\rho(x)$ случайной величины x , с законом близким к нормальному, воспользуемся разложением в ряд Эджворта [56]:

$$\rho(x) = \Phi(x) - \frac{\gamma_1}{3!} \Phi^3(x) + \frac{\gamma_2}{4!} \Phi^4(x) + \frac{10}{6!} \gamma_1^2 \Phi^6(x) \dots$$

где $\Phi(x)$ – функция плотности нормального закона;
 $\Phi_i(x)$ — производная i -того порядка функции $\Phi(x)$;

$$\Phi_i(x) = (-1)^i H_i(x) \Phi(x),$$

$H_i(x)$ – полином Эрмита i -той степени;

γ_1, γ_2 – асимметрия и эксцесс распределения случайной величины.

Анализ законов распределения температуры выдаваемых из печей заготовок показал (таблица 4.2.1), что с увеличением дисперсии возмущающих воздействий законы распределения все в большей степени отличаются от нормального по параметрам асимметрии и эксцессу. Увеличение отрицательной асимметрии указывает на тот факт, что с ростом дисперсии возмущающих воздействий увеличивается дисперсия температуры недогретых заготовок (рис.4.2.6). Возмущающие воздействия (период выдачи τ и толщина заготовки s) по-разному оказывают влияние на характер закона распределения. Если возмущения по периоду выдачи делают закон распре-

ления температуры поверхности более островершинным (положительный эксцесс) по сравнению с нормальным, то возмущения по толщине делают закон плосковершинным (отрицательный эксцесс).

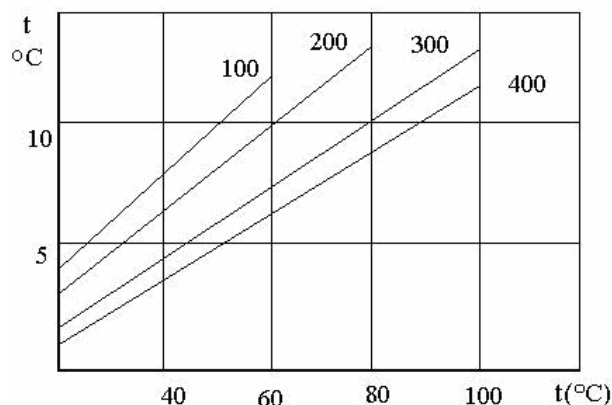


Рис.4.2.5. Зависимость с.к.о. температуры поверхности металла на выдаче от с.к.о. температуры посяда при различном математическом ожидании.

Анализ вероятностных характеристик температуры металла, представленных в таблице 4.2.1, показывает, что с увеличением дисперсии возмущающих воздействий имеет место систематическое снижение математического ожидания температуры металла. Этот факт является следствием нелинейности зависимости температурных характеристик процесса нагрева металла от длительности и толщины нагреваемых заготовок.

Исследования процесса нагрева металла в условиях случайных возмущений показывают, что дисперсия температуры металла на выдаче зависит от интенсивности возмущающих воздействий определяемой сортаментом заготовок и листов. При одних и тех же возмущающих воздействиях дисперсия температуры металла на выдаче будет тем больше, чем ближе производительность печи к максимальной. Поэтому влияние возмущений на дисперсию зависит также от соотношения производительности участков нагрева и прокатки металла.

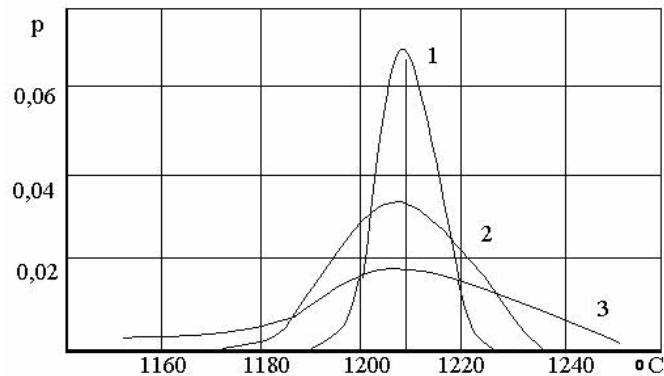


Рис.4.2.6. Законы распределения температуры поверхности при различном с.к.о. времени нагрева 1 – $\sigma_T = 0,05$ ч; 2 – $\sigma_T = 0,15$ ч; 3 – $\sigma_T = 0,26$ ч.

Таблица 4.2.1. Зависимость вероятностных характеристик температуры верхней поверхности заготовок от дисперсий времени нагрева и толщины заготовок (Моделируется нагрев заготовок со средней толщиной 0,17 м и при среднем времени нагрева 2,2 часа в трехзонной методической печи стана 2300 ДМЗ).

с.к.о. времени нагрева заготовки (ч)	Математическое ожидание (°C)	с.к.о. (°C)	Асимметрия	Экссесс
0,05	1210,2	6,1	-0,24	0,06
0,10	1209,2	12,1	-0,45	0,38
0,15	1208,4	18,7	-0,68	0,81
0,21	1206,8	25,6	-0,92	1,48
0,26	1204,7	33,1	-1,15	2,34
0,31	1202,2	41,3	-1,42	3,51
0,36	1199,1	50,4	-1,67	4,88
0,41	1195,3	60,5	-1,92	6,44
с.к.о. толщины заготовки (м)				
0,01	1209,5	15,7	-0,14	-0,06
0,02	1208,3	30,5	-0,30	-0,14
0,03	1206,1	43,9	-0,44	-0,19
0,04	1203,1	55,9	-0,57	-0,23

4.3. Исследование вероятностных характеристик технологических параметров процесса обработки материала в псевдооживленном слое.

4.3.1. Вычислительный эксперимент по расчету плотности распределения частиц по времени пребывания в псевдооживленном слое.

Особенностью технологического процесса обработки материалов в псевдооживленном слое является случайная природа времени пребывания частиц в рабочей зоне, обусловленная хаотическими движениями и соударением частиц. Время обработки материала является одним из важнейших технологических параметров, которое определяет степень завершенности технологического процесса и производительность. Для разработки методов теоретической оценки степени завершенности рассматриваемых физико-химических процессов необходимо иметь адекватное математическое описание структуры псевдооживленного слоя по возрасту частиц, которое может быть выполнено в теоретико-вероятностных терминах на основе законов распределения. Время пребывания частицы в слое определяется расходом скоростью материала (детерминированная составляющая) и диффузией, обусловленной продольным перемешиванием частиц (стохастическая составляющая).

В режиме идеального вытеснения все частицы имеют одинаковое время пребывания в зоне, равное $\tau = M / G$, где M – количество материала, одновременно находящегося в зоне, а G – расход материала в единицу времени. Однако, для кипящего слоя в силу интенсивного перемешивания частиц, эта формула дает только величину среднего времени пребывания материала в слое. Спектр времени пребывания частиц зависит от конструктивных особенностей и размеров реакционной зоны. Если в слое поддерживается режим идеального перемешивания, то функция распределения представляется в виде экспоненциального закона

$$P(\tau) = \exp(-1 / \tau) / \tau.$$

Рассматривается реактор с псевдооживленным слоем длиной L , работающий по непрерывному циклу в стационарном режиме (т.е. расходная скорость v движения материала постоянна). Частицы, покидающие реактор, характеризуются величиной τ времени пребывания в слое. Необходимо определить плотность распределения частиц $\rho(L, \tau)$ по времени пребывания в реакторе. Расчет $\rho(L, \tau)$, осуществляется в результате вычислительного эксперимента [47], в соответствии с которым моделируется поведение меченых частиц, поступающих в слой в начальный момент времени в виде импульсной подачи. Условия эксперимента следующие:

- предполагается, что масса меченых частиц является достаточно малой величиной относительно слоя в целом, и поведение меченых частиц

идентично поведению частиц слоя;

- импульсный характер ввода частиц не нарушает стационарного режима работы реактора.

Для моделирования процесса изменения концентрации меченых частиц в псевдооживленном слое используется математическая модель диффузии частиц в конвективном потоке [47]. Уравнения моделируемого процесса имеют вид:

$$\frac{\partial C}{\partial \tau} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - v \frac{\partial C}{\partial X} \quad (4.3.1)$$

$$D \frac{\partial C(0, \tau)}{\partial X} = vC \quad (4.3.2)$$

$$\frac{\partial C(L, \tau)}{\partial X} = 0 \quad (4.3.3)$$

$$C(0, X) = C_0(X) \quad (4.3.4)$$

где

$C(x, \tau)$ – безразмерная концентрация меченых частиц в точке x , в момент времени τ ;

D – коэффициент диффузии частиц в слое;

v – расходная скорость потока;

$C_0(X)$ – начальная концентрация меченых частиц.

Уравнение (4.3.1) описывает изменение концентрации частиц в результате диффузии и переносного движения слоя. Граничные условия по Данквертсу (4.3.2), (4.3.3) определяют материальные балансы на концах зоны. Начальное условие (4.3.4) задает распределение концентрации меченых частиц в момент поступления в реактор. Вычислительный эксперимент состоит в следующем. Моделируется импульсное поступление меченых частиц в слой, общее количество которых принимается равным 1. Для чего определяется концентрация меченых частиц в начальном условии. Затем по уравнениям (4.3.1)–(4.3.3) определяется концентрация меченых частиц в слое в следующий момент времени $\tau + dt$. На выходе из реактора на каждом шаге по времени фиксируется концентрация меченых частиц и текущее время. Процесс расчета повторяется до полного выхода меченых частиц из реактора. Результатом моделирования диффузионного процесса является функция $C(L, \tau)$, с помощью которой определяется доля q меченых частиц, покинувших реактор в момент времени $\tau + dt$:

$$q(\tau) = v C(L, \tau) dt.$$

Величина $q(\tau)$ определяет также вероятность того, что время пребывания частиц принимает значение, принадлежащее интервалу $[\tau, \tau + dt]$. Тогда величина $v C(L, \tau)$ является плотностью вероятности времени пребывания, т.е.

$$\rho(L, \tau) = v C(L, \tau).$$

На основе предложенной процедуры вычислительного эксперимента можно моделировать практически любые процессы движения частиц от идеального вытеснения до идеального смешения при различных способах загрузки материала в реактор. В результате вычислительного эксперимента можно получить полную информацию о вероятностных характеристиках времени пребывания частиц: численную оценку функции плотности распределения $\rho(\tau)$, представляемую в виде массивов чисел, начальные и центральные моменты случайной величины.

4.3.2. Алгоритмы расчета плотности распределения частиц по времени пребывания в псевдооживленном слое.

Для расчета математической модели (4.3.1)–(4.3.4) на ЭВМ могут быть использованы конечно–разностные методы с явной или неявной схемой аппроксимации и их модификации [71]. С помощью метода расщепления модель (4.3.1)–(4.3.4) может быть представлена элементарными физическими процессами (диффузией и переносом массы), для расчета которых накоплен значительный опыт. Простейшей для реализации на ЭВМ является явная схема, в соответствии с которой краевая задача представляется в виде следующей конечно–разностной:

$$\frac{C_{j+1}^L - C_j^L}{h_\tau} = D \frac{C_j^{L+1} - 2C_j^L + C_j^{L-1}}{h_X^2} - v \frac{C_j^L - C_j^{L-1}}{h_X} \quad (4.3.5)$$

$$\frac{C_j^1 - C_j^0}{h_X} = \frac{v}{D} C_j^0 \quad (4.3.6)$$

$$C_j^n - C_j^{n-1} = 0 \quad (4.3.7)$$

$$C(X_L, 0) = C_0^L, \quad (4.3.8)$$

где

$$C_j^L = C(X_L, \tau), \quad h_X = L/n, \quad X^L = Lh_X, \quad L=0, n; \quad \tau_j = jh_\tau, \quad j=0, 1, \dots$$

Шаг по времени h_τ выбирается из условия устойчивости, которое получено по основе анализа уравнения (4.3.5) и имеет следующий вид:

$$h_\tau < \frac{h_X^2}{2D + vh_X}.$$

Конечно–разностное уравнение (4.3.5) аппроксимирует исходное уравнение по схеме односторонней разности против потока с первым порядком точности по переменным X, τ . Для определения параметров конечно–разностной схемы (h_X, h_τ) отладки алгоритмов расчета краевой задачи

удобно пользоваться интегральными характеристиками процесса, основанными на законах сохранения массы. В начальной стадии процесса, пока ни одна из меченых частиц не покинула слой, имеет место следующее интегральное соотношение:

$$\int_0^L C(X, \tau) dX = 1, \quad (4.3.9)$$

для всех τ , пока $C(L, \tau) = 0$.

Затем, контрольная сумма доли покинувших реактор и оставшихся в слое частиц должна быть равна 1, т.е.

$$v \int_0^{\tau} C(L, \tau) d\tau + \int_0^L C(X, \tau) dX = 1,$$

для $\tau: 0 < \tau < \infty$.

Использование интегральных характеристик при отладке алгоритмов расчета конечно-разностной задачи (4.3.5)–(4.3.8) позволило преодолеть особенности при определении начального условия (4.3.8), обусловленные нарушением непрерывности поля концентрации. Если область ΔX , заполняемая мечеными частицами, равна величине шага h_x по координате x и соответствует граничному отрезку, (для $i = 0$), то на первом шаге по времени концентрация частиц в граничной точке $i = 0$, рассчитываемая по соотношению (4.3.6), оказывается завышенной. Это приводит к существенному нарушению равенства (4.3.9) и накоплению погрешности при дальнейших шагах по времени. Удовлетворительные результаты счета дают следующие варианты определения начальных условий:

- смещение области ΔX на один шаг вправо, при равномерном распределении частиц, концентрация в граничной точке начального условия при этом принимается равной нулю;
- распределение плотности меченных частиц по нормальному закону с центром распределения, соответствующим центру области ΔX . Для обоих способов аппроксимации начального условия (4.3.8) требуется выполнение равенства

$$\sum_{X_L \in \Delta X} C_0^L h_x = 1.$$

Величина ΔX выбирается таким образом, чтобы соотношение $\Delta X / L$ соответствовало условиям работы конкретного загрузочного устройства. Для оценки величины ΔX необходимо учитывать скорости и траектории движения частиц в момент поступления в слой. Ввод материала в слой будем считать сосредоточенным, если ΔX является относительно небольшим отрезком, и равномерно распределенным, если ΔX совпадает с длиной слоя ($\Delta X = L$). В результате вычислительного эксперимента получаем численную оценку функции $\rho(\tau)$, представляемую в виде массивов чисел. Для дальнейшего использования функции, например, в целях моделирования

технологического процесса в псевдооживленном слое с учетом случайного характера времени пребывания, необходимо иметь аналитическое представление функции $\rho(\tau)$. Учитывая близость функции $\rho(\tau)$ к нормальному закону, в простейшем случае для описания $\rho(\tau)$ можно воспользоваться разложением в ряд Эджворта, коэффициенты которого выражаются через моменты случайной величины. Величины начальных и центральных моментов можно также рассчитать по конечным алгебраическим выражениям, которые получены аналитически через коэффициенты математической модели диффузионного процесса [47]. Математическое ожидание времени пребывания частицы совпадает с расчетным временем режима идеального вытеснения $m_\tau = L / v$. Дисперсия времени пребывания частиц в слое рассчитывается по следующему соотношению [47],

$$D_\tau = m_\tau^2 \frac{2}{Pe} \left[1 + \frac{1}{Pe} (\exp(-Pe) - 1) \right], \quad (4.3.10)$$

где Pe – значение критерия Пекле ($Pe = v L / D$).

4.3.3. Исследование вероятностных характеристик времени пребывания частиц в псевдооживленном слое.

Проведены исследования законов распределения времени пребывания частиц в реакторе при различных способах загрузки и значениях параметров процесса. При сосредоточенном вводе материала для значений критерия Пекле $Pe > 1$ функция плотности распределения является унимодальной и отличается от закона нормальной плотности положительными асимметрией и эксцессом (график 1 рисунка 4.3.1). При увеличении критерия Пекле закон распределения времени пребывания симметризуется, дисперсия, асимметрия и эксцесс стремятся к нулю, а процесс движения частиц стремится к режиму идеального вытеснения. Для распределений характерно несовпадение моды (времени пребывания, имеющего максимум плотности вероятности) с математическим ожиданием, причем с уменьшением Pe разница возрастает, с ростом Pe мода стремится к m_τ .

При возрастании коэффициента диффузии ($D > 0,01$) для $Pe > 1$ процесс движения частиц стремится к режиму идеального перемешивания, а закон распределения частиц по времени пребывания стремится к экспоненциальному.

В режимах близких к идеальному перемешиванию модель (4.3.1)–(4.3.4) также дает унимодальную плотность распределения с двумя ветвями (график 2 рисунка 4.3.1), однако левая от моды ветвь сосредоточена на узком временном интервале в 1–2 минуты, и закон распределения без большой погрешности можно считать экспоненциальным.

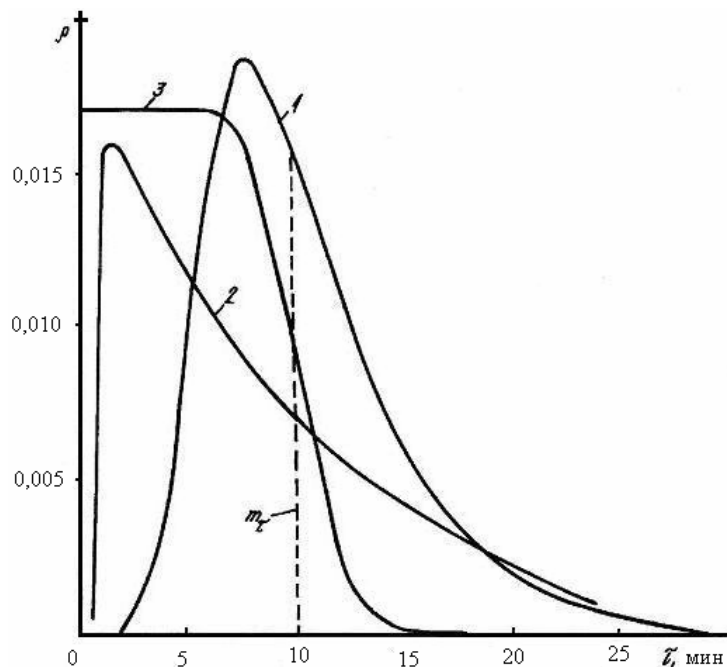


Рис.4.3.1. Графики функций плотности распределения времени пребывания частиц в слое для различных значений критерия Пекле:

- 1 – унимодальная плотность распределения, $Pe = 88,9$;
- 2 – плотность распределения, близкая к экспоненциальному закону, $Pe = 0,27$;
- 3 – плотность распределения при равномерной загрузке материала для малых коэффициентов диффузии $Pe=88,9$.

При равномерно распределенной загрузке материала для больших коэффициентов диффузии ($D > 0,01$) режим движения частиц соответствует идеальному перемешиванию, а закон распределения частиц по времени пребывания близок к экспоненциальному. При малых же коэффициентах диффузии ($D < 0,01$) плотность распределения частиц превращается в функцию, напоминающую arctg (график 3 рисунка 4.3.1), причем, чем меньше D , тем длиннее площадка равномерной плотности и распределение стремится к прямоугольному. Проведены исследования вероятностных характеристик времени пребывания в диапазоне значений коэффициентов диффузии, полученных опытным путем для различных материалов, обрабатываемых в псевдооживленном слое [37]. В таблице 4.3.1 приведены результаты численного исследования вероятностных характеристик времени пребывания частиц в реакторе при различных значениях параметров процесса.

Таблица 4.3.1. Зависимость вероятностных характеристик времени пребывания частиц от величины коэффициента диффузии (¹)

Среднее время пребывания m_τ (мин)	Коэффициент диффузии $D \cdot 10^4$, (m^2 / c)			
	1	3	5	10
30	88,8	29,6	17,7	8,4
	4,5	7,6	9,8	13,4
	0,15	0,25	0,33	0,46
40	66,7	22,7	13,3	6,7
	6,8	11,6	14,9	20,1
	0,17	0,29	0,37	0,50
50	53,3	17,8	10,6	5,3
	9,6	16,3	20,6	27,6
	0,19	0,33	0,41	0,55
60	44,4	14,8	8,9	4,4
	12,6	21,3	24,3	35,5
	0,21	0,35	0,45	0,59

Среднее квадратическое отклонение времени пребывания и коэффициент вариации ($V = \sigma_\tau / m_\tau$) возрастают с уменьшением значения критерия Пекле. Однозначно по критерию Пекле определяется только коэффициент вариации. Дисперсия времени пребывания частиц зависит от величины математического ожидания времени пребывания и коэффициента диффузии. Исследование предела выражения (4.3.10) для $Pe \rightarrow 0$ при $m_\tau = \text{const}$, что соответствует неограниченному возрастанию коэффициента диффузии, показывает, что $\sigma_\tau \rightarrow m_\tau$ т.е. величина среднего квадратического отклонения ограничивается математическим ожиданием времени пребывания. При этом процесс движения частиц стремится к режиму идеального перемешивания, а закон распределения частиц по времени пребывания стремится к экспоненциальному. При $Pe \rightarrow 0$ дисперсия, асимметрия и эксцесс стремятся к нулю, а процесс движения частиц стремится к режиму идеального вытеснения. Анализ результатов таблицы 4.3.1 позволяет сделать вывод, что при уменьшении расходной скорости движения слоя среднее квадратическое отклонение увеличивается, причем быстрее, чем математическое ожидание времени пребывания. Этот факт отражается ростом коэффициента вариации.

В исследуемом диапазоне значений критерия Пекле плотность распределения времени пребывания по характеру близка к нормальному закону, однако отличается положительными асимметрией и эксцессом. При обра-

ботке материала в многозонных печах с псевдооживленным слоем вероятностные характеристики времени пребывания могут быть получены в результате моделирования процесса переноса и диффузии частиц последовательно в каждой зоне печи. Для первой зоны печи процесс моделируется системой уравнений (4.3.1)–(4.3.3). Для последующих зон в качестве входной характеристики концентрации меченых частиц принимается функция $C^0(L)$ на выходе из предыдущей зоны. При этом граничное условие (4.3.2) заменяется следующим:

$$D \frac{\partial C(0, \tau)}{\partial X} = v(C - C^0) \quad (4.3.10)$$

Вычислительный эксперимент по расчету прохождения меченых частиц по всем зонам печи позволяет получить плотность распределения частиц по времени пребывания во всех зонах и агрегате в целом. В таблице 4.3.2 представлены результаты вычислительного эксперимента для определения вероятностных характеристик времени пребывания частиц в печи КС–1200. При расчете скорость движения материала и коэффициенты диффузии принимались одинаковыми для всех зон. Анализ вероятностных характеристик показывает, что при движении материала из зоны в зону дисперсия времени пребывания частиц нарастает, однако медленнее, чем его математическое ожидание. В связи с чем коэффициент вариации времени пребывания уменьшается. При этом закон распределения стремится к нормальному (асимметрия и эксцесс уменьшаются с увеличением числа пройденных зон).

Таблица 4.3.2 Вероятностные характеристики времени пребывания частиц известняка в зонах печи КС–1200.

Наименование зоны	Математ. ожидан. и с.к.о.(мин)	Коэффициент вариации	Ассиметрия	Эксцесс
1–я зона подогрева	$\frac{33}{10,8}$	0,33	0,9	1,5
2–я зона подогрева	$\frac{68}{15,5}$	0,23	0,56	0,66
Зона обжига	$\frac{108}{19,6}$	0,18	0,39	0,38
1–я зона охлаждения	$\frac{137}{22,1}$	0,16	0,29	0,26
2–я зона охлаждения	$\frac{158}{23,7}$	0,15	0,22	0,19

Примечание. В таблице над разделительной чертой указана величина математического ожидания, под разделительной чертой – среднее квадратическое отклонение случайной величины.

4.3.4. Исследование вероятностных характеристик температуры и степени обжига частиц в псевдоожигенном слое.

Задача анализа вероятностных характеристик температурного процесса обработки частиц состоит в определении законов распределения, математических ожиданий, дисперсий, центральных и начальных моментов более высокого порядка по заданным вероятностным характеристикам времени пребывания.

Исчерпывающую информацию о случайной величине несет дифференциальный закон распределения исследуемого параметра. Расчет законов распределения представляет собой сложную задачу, в то время как для анализа и практических выводов достаточно иметь информацию о нескольких начальных и центральных моментах случайной величины. Математическое ожидание случайной величины (например, степени обжига γ), рассматриваемой как функции времени, а также центральные моменты μ_n n -ого порядка, можно получить [28], вычислив следующие интегралы:

$$M[\gamma(\tau)] = \int_0^{\infty} \gamma(\tau) \rho(\tau) d\tau$$
$$\mu_n[\gamma(\tau)] = \int_0^{\infty} [\gamma(\tau) - m_\gamma]^n \rho(\tau) d\tau.$$

где M , m – символы математического ожидания случайной величины. В качестве математической модели для расчета процесса нагрева частицы сферической формы и последующего ее обжига, сопровождаемого эндотермической реакцией диссоциации материала, воспользуемся математической моделью (2.2.1)–(2.2.4). Расчет вероятностных характеристик осуществляется в едином алгоритме интегрирования краевой задачи, на каждом шаге которого накапливаются суммы требуемых величин, умноженных на плотность распределения.

На основе законов распределения частиц по времени пребывания, полученных с помощью диффузионной модели, исследованы вероятностные характеристики температур и степени обжига частиц в псевдоожигенном слое. Процесс диссоциации известняка, моделируемый задачей с неизвестной границей, является существенно нелинейным, в связи с чем математическое ожидание степени обжига в общем случае не будет равным степени обжига, рассчитанному по математической модели (2.2.14)– (2.2.20) для времени обжига равному математическому ожиданию. Представляет прак-

тический интерес установить, в каких пределах среднего квадратического отклонения времени пребывания, а значит и при каких значениях коэффициента диффузии, равенство $M[\gamma(\tau)] = \gamma(m_\tau)$ все же можно считать приближенно выполняющимся.

В таблице 4.3.3 приведены вероятностные характеристики температур и степени обжига частиц в диапазоне значений коэффициентов диффузии, полученных опытным путем для различных материалов, обрабатываемых в псевдооживленном слое [37]. С увеличением коэффициента диффузии растет среднее квадратическое отклонение (с.к.о.) времени пребывания при неизменном его математическом ожидании ($m_\tau = 40$ мин). При этом изменяются не только дисперсии, но и математические ожидания всех характеристик частицы, что подтверждает нелинейность соответствующих функциональных зависимостей. Степень нелинейности различных характеристик частицы существенно отличается.

Максимальной нелинейностью обладает степень обжига частицы. При $D \leq 0,0001$ (соответственно $\sigma_\tau \leq 7$ минут) вероятностный расчет с допустимой погрешностью можно заменить детерминированным расчетом температур и степени обжига. При $D > 0,0003$ ($\sigma_\tau \leq 10$ минут) игнорирование случайного характера времени пребывания частиц приводит уже к существенным погрешностям в численной оценке степени обжига частицы.

Проведен вычислительный эксперимент с аппроксимацией плотности распределения времени пребывания, полученной при $D = 0,0003$ (строка 4 таблицы 4.3.3), нормальной плотностью для одинаковых значений математического ожидания и дисперсии. Сравнение результатов расчета вероятностных характеристик температур и степени обжига частиц позволяет сделать вывод, что в классе унимодальных законов распределения частиц по времени пребывания математические ожидания характеристик частиц зависят от математического ожидания и дисперсии времени пребывания частиц и практически не зависят от моментов более высокого порядка, тогда как дисперсии зависят еще и от асимметрии и эксцесса. Практически это означает, то при оценке степени обжига по заданным математическому ожиданию и дисперсии времени пребывания частиц и неизвестной плотности распределения, последнюю можно считать нормальной.

Таблица 4.3.3 Вероятностные характеристики температур и степени обжига частиц известняка при различных значениях коэффициента диффузии и законах распределения времени пребывания.

Коэффициент диффузии $\text{м}^2/\text{с}$	С.к.о. времени пребывания (мин)	Температура поверхности частицы ($^{\circ}\text{C}$)	Среднемассовая температура ($^{\circ}\text{C}$)	Степень обжига частицы (%)
0,0	0	1054,5	902,5	83,1
0,0001	7,4	$\frac{1054}{4,1}$	$\frac{902}{5,3}$	$\frac{82,4}{4,4}$
0,0003	11,7	$\frac{1052}{6,6}$	$\frac{901}{8,4}$	$\frac{81,5}{6,9}$
Аппроксимация нормальным законом распределения				
0,0003	11,7	$\frac{1052}{9,1}$	$\frac{901}{8,7}$	$\frac{81,5}{8,3}$
0,0005	15,0	$\frac{1052}{8,3}$	$\frac{901}{10,4}$	$\frac{80,8}{8,6}$
0,0010	20,2	$\frac{1050}{11,2}$	$\frac{900}{13,6}$	$\frac{79,2}{11,3}$
Режим идеального смещения (экспоненциальный закон)				
∞	40,0	$\frac{1038}{28,4}$	$\frac{899}{36,6}$	$\frac{68,9}{23,7}$

Примечание. В таблице над разделительной чертой указана величина математического ожидания, под разделительной чертой – среднее квадратическое отклонение случайной величины.

4.4. Основные выводы и результаты теоретико–вероятностного анализа технологических процессов.

На основе статистического исследования функционирования комплекса "нагревательные печи – прокатный стан" установлено, что процесс нагрева металла протекает в условиях меняющихся размеров заготовок и марок стали, а также скорости продвижения заготовок, имеющих случайный характер. Вероятностные характеристики возмущающих воздействий по геометрическим размерам заготовок, времени нагрева определяются сортаментом заготовок и листов, прокатываемых на стане. В результате прове-

денных исследований установлено, что случайные отклонения температуры металла на выдаче из печи вследствие случайных возмущающих воздействий могут достигать значений, превышающих допустимые. Причем при одних и тех же характеристиках возмущающих воздействий дисперсия температуры металла на выдаче будет тем больше, чем ближе производительность печи к максимальной. Наибольшее влияние на дисперсию конечного теплового состояния металла оказывают случайные процессы, связанные со сменой характеристик металла и сортамента прокатываемых листов. Разработаны алгоритмы статистического моделирования процесса нагрева металла, на основе которых исследованы вероятностные характеристики тепловых полей заготовок в широком диапазоне различных по интенсивности возмущений. Установлен экстремальный характер распределения дисперсии температуры металла по длине печи. Полученная область максимальных дисперсий температуры металла при различной производительности печи рекомендована для размещения дополнительных точек контроля температуры поверхности металла по критерию чувствительности измерений к изменениям температурного режима нагрева заготовок. На основе вычислительного эксперимента с использованием математических моделей диффузионно–переносного движения, нагрева и обжига частиц исследованы вероятностные характеристики времени пребывания, температур и степени обжига материала в псевдооживленном слое.

Исследован характер изменения законов распределения частиц по времени пребывания в широком диапазоне чисел Пекле. Установлены условия для технологических процессов, при которых законы распределения частиц по времени пребывания соответствуют унимодальным функциям, а также условия, когда имеет место экспоненциальный закон времени пребывания. В классе унимодальных законов распределения частиц по времени пребывания математические ожидания температур и степени обжига частиц зависят от математического ожидания и дисперсии времени пребывания частиц и практически не зависят от моментов более высокого порядка, тогда как их дисперсии зависят еще и от асимметрии и эксцесса. Установлен эффект нелинейности процессов температурной обработки материалов, состоящий в существенном снижении математических ожиданий температурных характеристик при увеличении дисперсии возмущающих воздействий. В целом теоретико–вероятностный анализ технологических процессов позволил установить ряд свойств температурных процессов обработки материала, имеющих принципиальное значение при определении производительности и качества получаемого материала.

5. СИНТЕЗ АЛГОРИТМОВ УПРАВЛЕНИЯ В СИСТЕМАХ УПРАВЛЕНИЯ ТЕПЛОЙ ОБРАБОТКОЙ МАТЕРИАЛОВ И ОЦЕНКА ИХ ЭФФЕКТИВНОСТИ.

5.1. Анализ объекта управления и методов управления технологическими процессами тепловой обработки.

5.1.1. Анализ функций высокоорганизованной системы управления и структуры управляющих воздействий технологического объекта.

Создание высокоорганизованной системы управления связано с необходимостью решения следующих задач:

- 1) выполнить системный анализ технологического процесса как объекта управления;
- 2) выделить основные функции, которые будет выполнять разрабатываемая система;
- 3) определить рациональное количество уровней разрабатываемой системы с точки зрения охвата основных задач автоматизации процесса.

Система управления должна выполнять функции управления на уровне системы в целом, функции подсистем управления всех подпроцессов, входящих в технологический процесс, и функции сбора информации о параметрах технологического процесса.

На основе анализа технологического процесса можно выделить основные функции системы управления процессом, разделив их условно на три уровня.

I уровень включает в себя информационные функции, а также функции контроля, регулирования и управления локальными объектами. Соответственно подсистемы, выполняющие эти функции, можно разделить на подсистемы контроля, регулирования и управления.

Подсистема контроля охватывают датчики, приборы и устройства, обеспечивающие измерение основных параметров технологического процесса.

Подсистемы регулирования предназначены для стабилизации либо управления параметрами процесса.

На втором уровне (II) осуществляется координация работы подсистем первого уровня, выполняются следующие задачи:

- оптимизация работы всех подсистем первого уровня;
- обеспечение заданной последовательности выполнения операций и требуемой динамики процессов;

В базе данных накапливается первичная информация для последующего ретроспективного анализа, который позволяет определить тенденцию изменения контролируемых параметров, определить состояния, приводя-

щие к преждевременному износу оборудования, и вовремя предупредить выход параметров за установленные границы.

Все множество ситуаций, возникающих при работе системы можно разделить на два вида: штатные (предусмотренные технологическим процессом) и нештатные (аварийные). Главными задачами разрабатываемых систем является не только поддержание процесса в рамках штатных ситуаций, но и распознавание нештатных ситуаций на основании оперативной информации о значениях параметров процесса. Задачи такого рода возлагаются на уровень III, который является верхним уровнем разрабатываемых систем. На этом уровне решаются наиболее «интеллектуальные» задачи, такие, как диагностика и вынесение заключений о состоянии технологического объекта, принятие решений на основе поставленного диагноза, выдача соответствующих инструкций оператору и управляющих воздействий на нижние уровни. Кроме того, осуществляется визуализация и индикация всех технологических участков; сигнализация при возникновении внештатных ситуаций типа «предупреждение» и «авария», обрабатываются воздействия и реакция оператора на сообщения системы.

Таким образом, систему управления также можно представить в виде трех уровней управления (рис.5.1.1).

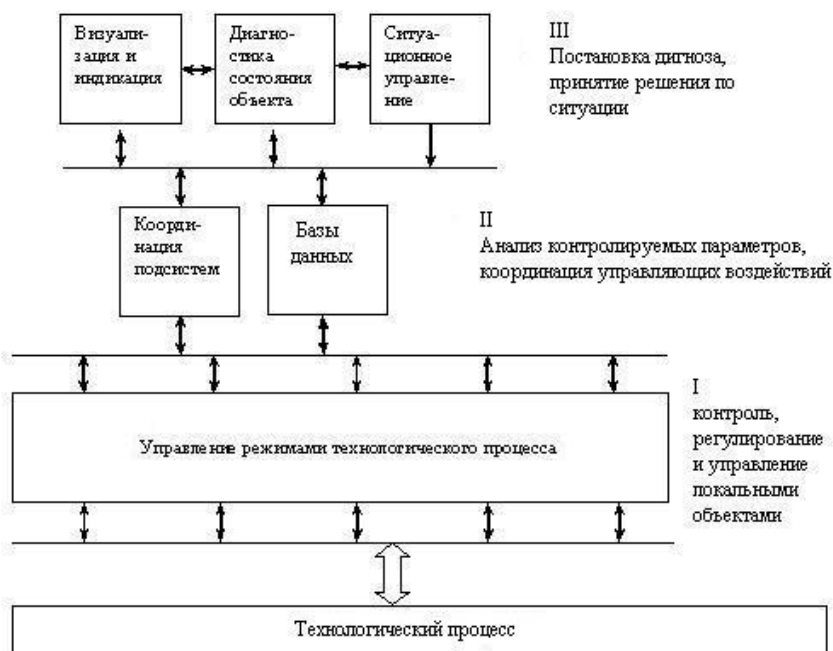


Рисунок 5.1.1 – Укрупненная структурная схема высокоорганизованной системы управления технологическим процессом.

Объект управления характеризуется определенной структурой управляющих воздействий, задаваемой особенностями конструкции агрегатов и технологией обработки материалов. В качестве управляющих воздействий могут рассматриваться различные параметры процесса, например, температура греющей среды, расход топлива в зоне, скорость движения материала и т.д. Структура управляющих воздействий определяется числом переменных величин, свободно изменяемых в заданном диапазоне (например, для проходных печей – числом локально управляемых зон). Управляющее воздействие может быть бесконечномерным (например, для печей садкового типа), т.е. задаваться в виде функции времени или координаты, либо сосредоточенным и задаваться в виде конечного числа переменных величин.

Задачи управления технологическим объектом могут состоять в определении управляющих воздействий, обеспечивающих заданное состояние обрабатываемого материала на выдаче при минимальном стоимостном критерии управления, либо только в обеспечении заданного состояния материала на выдаче. Возможность решения той, либо иной задачи управления определяется структурой управляющих воздействий. Для агрегатов проходного типа можно сформулировать условия, при которых допускается решение задачи оптимального управления.

Если число управляющих воздействий строго больше числа требований на параметры обрабатываемого материала на выдаче из агрегата, то для таких объектов имеется возможность сформулировать и решить задачу оптимального управления. Если число управляющих воздействий равно числу требований на параметры, характеризующие конечное состояние нагреваемого материала, то для такого объекта можно решать лишь только задачу терминального управления. И, наконец, если число управляющих воздействий меньше числа требований по параметрам, то объект является неуправляемым.

При нагреве массивных тел в агрегатах, имеющих не менее трех управляемых зон, возможна постановка задачи оптимального управления, так как число требований для массивных тел равно двум (например, температура поверхности и температурный перепад по сечению).

На начальном этапе синтеза алгоритмов управления необходимо выяснить: будет ли проектируемая система оптимального управления алгоритмически решать задачу оптимизации. Либо, при сохранении ее свойств минимизировать энергетические и материальные затраты, система управления фактически будет решать задачу терминального управления.

Если структура объекта управления допускает «терминализацию» конструируемой системы управления, то в этом случае имеется возможность использовать более простую математическую модель управляемого процесса, а также существенно упростить задачу синтеза алгоритмов управления. Исследования, проведенные в предыдущих разделах, показали, что возмущающие воздействия оказывают существенное влияние на дисперсию температурного поля в заготовке. В связи с этим возникает необходимость в разработке эффективных методов и алгоритмов управления процессом нагрева, которые могли бы обеспечить качественный нагрев металла.

5.1.2. Критерии оптимальности и анализ методов управления технологическими процессами тепловой обработки.

Целью разрабатываемых систем управления нагревом металла в проходных печах является своевременное обеспечение качественно нагретым металлом прокатного стана при минимально возможных расходах топлива и минимальных потерях металла в окалину. Требование качественного нагрева математически выражается следующим образом:

$$\min J = \mu_1 M[(t_n - t^*)] + \mu_2 M[(\Delta t - \Delta t^*)^2], \quad (5.1.1)$$

где M – символ математического ожидания;

μ_1, μ_2 , – весовые коэффициенты;

$t_n, \Delta t$ – температура поверхности и температурный перепад заготовок на выдаче (величины рассматриваются как случайные);

$t^*, \Delta t^*$ – заданные температурные характеристики металла.

Требование экономичности работ нагревательных печей сводится к минимизации затрат I на нагрев металла:

$$\min I = c_1 V^\Sigma + c_2 W, \quad (5.1.2)$$

где V^Σ, W – удельный расход топлива и удельные потери металла в окалину;

c_1, c_2 – стоимостные коэффициенты.

Получить формальное решение задачи синтеза управления процессом нагрева металла в соответствии с предложенными критериями управления не представляется возможным. В связи с чем предлагается расчленить эту задачу на две более простых и рассматривать отдельно задачу управления конечным состоянием металла в стохастической постановке и отдельно задачу минимизации затрат на нагрев для стационарных режимов нагрева в детерминистской формулировке.

Затем, результаты решения задачи оптимизации стационарных режимов в виде оптимальных тепловых нагрузок на зоны печи, а также в виде оптимальных траекторий температуры металла в каждой зоне принять за исходные величины в задаче управления конечным состоянием. При такой декомпозиции задачи обеспечивается получение требуемого качества (точности) нагрева в нестационарных режимах, параметры которых будут колебаться в окрестности величин, заданных по условию экономической оптимальности. Разрабатываемые алгоритмы управления температурным режимом нагрева металла должны обеспечить минимум критерия (5.1.1). Существует два основных типа управления: программное (разомкнутое) управление и управление с обратной связью. Разомкнутое управление предполагает определение управляющего воздействия заранее, т.е. до начала процесса управления по начальным условиям. При этом предполагается, что действительная реализация процесса не потребует перерасчета выбранного управляющего воздействия, и измерять состояние процесса нет необходимости. При управлении с обратной связью система управления получает

информацию о температурном состоянии процесса $t(x, l, \tau)$ и управляющее воздействие определяется с учетом полученной информации, существенно понижающей степень неопределенности управления. Существуют промежуточные типы управлений, связанные с использованием дополнительной информации о процессе: например, температуры металла на входе в зону. В этом случае степень неопределенности ниже, чем при разомкнутом управлении, но выше, чем при управлении с обратной связью. Информация о температурном состоянии процесса может быть получена в результате измерений, либо расчетным путем с помощью математической модели. Кроме того, информация о процессе включает шумы, обусловленные стохастическим характером процесса и погрешностями измерений, которые мешают точному определению состояния объекта управления. Вопрос об эффективности методов управления в смысле критерия (5.1.1) может быть решен только в результате имитационного моделирования процесса управления в условиях случайных возмущений и будет рассмотрен ниже

Основной целью управления процессом нагрева металла является обеспечение заданного температурного состояния заготовки на выдаче из печи. Поэтому формулируемые с такой целью задачи относятся к широкому классу задач управления конечным состоянием или задач терминального управления. Сформируем основные критерии управления процессом нагрева металла в условиях случайных возмущающих воздействий:

1) Обеспечить максимум вероятности попадания температурного распределения выдаваемых из печи заготовок $t(x, l_n)$ в заданное множество конечных состояний Ω :

$$\max P[t(x, l_n) \in \Omega] \quad (5.1.3)$$

Множество Ω можно определить следующим образом:

$$\Omega = \{t(x, l_n) : t_- \leq t(S, l_n) \leq t_+, \Delta t(x, l_n) \leq \Delta t\};$$

2) Минимизировать математическое ожидание квадратов отклонений каких-либо параметров температурного распределения от заданных величин:

$$\min \{\mu_1 M[(X_1 - X_1^*)^2] + \mu_2 M[(X_2 - X_2^*)^2]\}, \quad (5.1.4)$$

где параметры X_1, X_2 – могут быть температурой поверхности и температурным перепадом, средней температурой заготовки и температурным перепадом и т.д. X_1^*, X_2^* – заданные значения параметров;

Математическое ожидание квадрата отклонения случайной величины от заданной можно представить следующим образом:

$$M[(X - X^*)^2] = D_X + (m_X - X^*)^2,$$

D_X и m_X – соответственно дисперсия и математическое ожидание случайной величины X .

Если с помощью управляющих воздействий можно получить равенство математического ожидания заданному значению, то второе слагаемое в приведенном выражении равно нулю и задача сводится к минимизации дисперсии случайной величины X . Если не удастся понизить дисперсию случайной величины, то более слабым требованием при выборе управляющих воздействий следует считать выполнение условия:

$$\begin{aligned} M[X_1] &= X_1^* \\ M[X_2] &= X_2^* \end{aligned} \quad (5.1.5)$$

т.е. равенство математических ожиданий параметров процесса заданным значениям.

Постановка задачи оптимального управления по заданному критерию должна включать ряд ограничений технического и технологического характера. Ограничения накладываются как на управляющие воздействия, так и на фазовые координаты, характеризующие состояние управляемого процесса. Разрабатываемые алгоритмы управления должны учитывать ограничения на вектор управляющих воздействий U :

$$U : U_i^- \leq U_i \leq U_i^+, \quad i = 1, n \quad (5.1.6)$$

где U_{i1}^- , U_{i1}^+ – минимально и максимально допустимая температура греющей среды в i -ой зоне.

В сварочной и томильной зонах из условий недопущения пережога металла и оплавления поверхности заготовки существенно ограничено на температуру поверхности, стохастическим аналогом которого является следующее выражение:

$$P(t(x, \tau)|_{x=0, S} \geq t^*) \leq \varepsilon \quad (5.1.7)$$

т.е. вероятность того, что температура поверхности заготовки превысит заданный предел t^* , должна быть не более величины ε .

Задача синтеза алгоритмов управления температурным режимом нагрева металла состоит в разработке таких алгоритмов, которые должны обеспечить минимум критерия (5.1.1) при ограничениях, накладываемых на управляющие воздействия (5.1.6) и переменные состояния (5.1.7).

Одной из задач синтеза алгоритма управления является задача построения зависимости управляющего воздействия от входных воздействий при условии обеспечения заданных выходных параметров управляемого процесса. Для решения этой задачи используется математическая модель, которая может применяться для расчета непосредственно в системе управления. Другой вариант получения управляющего воздействия состоит в том, что на основе модели строится аппроксимирующая зависимость, которая в дальнейшем используется в управляющей машине. Последний вариант требует перерасчета алгоритма управления, как следствие изменения параметров процесса. Метод управления, основанный на использовании математической модели для прогноза состояния объекта при выработке управляющего воздействия, получил название «прогностического управления на основе модели» или model based predictive control (MPC) [157].

5.2. Исследование задач оптимального управления стационарными режимами нагрева металла.

5.2.1. Постановка задачи и численные методы ее решения.

Оптимальную тепловую нагрузку (расход топлива) в зонах печи можно получить в результате решения задачи оптимизации режимов нагрева по критерию (5.1.2). Критерий (5.1.1) в детерминистской формулировке для стационарного режима нагрева однотипных заготовок сводится к выполнению следующих равенств:

$$t_n = t^*, \Delta t = \Delta t^* \quad (5.2.1)$$

При этом вектор управляющих воздействий должен принадлежать некоторой области допустимых управлений:

$$V \in W, W = \{V : V_i^- \leq V_i \leq V_i^+, i = 1,3\}, \quad (5.2.2)$$

где V_i^-, V_i^+ – минимальный и максимальный расход топлива в i -ой зоне.

Температура газов ограничивается условиями стойкости огнеупорной футеровки:

$$\max t_r^i(l) \leq t_\phi. \quad (5.2.3)$$

В сварочной и томильной зонах должно выполняться ограничение на температуру поверхности:

$$t(s,l)|_{s=0,1} < t_n. \quad (5.2.4)$$

Сформулируем задачу оптимального управления нагревом в печи последовательности однотипных заготовок. При фиксированном времени нагрева определить управление

$$V = (V_1, V_2, V_3), \quad V \in W,$$

обеспечивающее заданное распределение температуры по сечению заготовки (5.2.1) и минимизирующее стоимостные расходы I на нагрев (5.1.2). При этом должны выполняться ограничения (5.2.2)–(5.2.4) на управления и температурное поле в заготовке. Для решения задачи оптимального управления будет использована математическая модель (2.1.1)–(2.1.12). Сформулированная задача относится к широкому классу задач поиска условного экстремума (определить $\min I$ при условии (5.2.1)) с ограничениями на управление и переменные состояния и может быть решена, к примеру, сведением к задаче на безусловный экстремум методом штрафных функций. Однако решение задачи можно получить более простыми методами оптимизации, воспользовавшись свойствами структуры управляющих переменных этой задачи. А именно, часть управляющих переменных будем выбирать так, чтобы удовлетворить условие (5.2.1). Наиболее удобно это сделать управляющими переменными, определяющими тепловой режим в зонах печи последних по направлению движения металла: томильной и нижней сварочной зонах (очевидно, что для удовлетворения двух условий

(5.2.1) необходимо два управляющих воздействия). При таком разделении функций между управляющими воздействиями свободное варьирование допускает только одна переменная (например, V_2), а две другие переменные V_1, V_3 необходимо выбирать так, чтобы удовлетворить условие (5.2.1). Так как поиск управляющих воздействий V_1, V_3 , удовлетворяющих условию (5.2.1), аналогичен определению корней некоторых уравнений, то поиск нужных V_1, V_3 можно совместить с решением краевой задачи (2.1.1)–(2.1.12) в едином алгоритме. Для этого краевая задача (2.1.1)–(2.1.12) дополняется на правом конце противотока двумя граничными условиями:

$$t(1, X^{**}) = t^*, \quad t(0, X^{**}) = t^* - \Delta t^*. \quad (5.2.5)$$

Решение расширенной краевой задачи (2.1.1)–(2.1.12), (5.2.5) сводится к решению следующей системы уравнений:

$$G(g) = \begin{vmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ t^\bullet - \Delta t^\bullet \\ t^\bullet \end{vmatrix} \quad (5.2.6)$$

относительно неизвестного расширенного вектора

$$g^T = (t_r^1(0), \quad t_r^2(0), \quad t_r^3(X_{+0}^\bullet), \quad V_1, V_3),$$

где $G(g)$ есть вектор – функция

$$G(g) = \begin{vmatrix} t_r^1(X^\bullet) \\ t_r^2(X^\bullet) \\ t_r^3(X^{\bullet\bullet}) \\ t(0, X^{\bullet\bullet}) \\ t(1, X^{\bullet\bullet}) \end{vmatrix},$$

значения которой получаются в результате решения краевой задачи, заданной уравнениями (2.1.1)–(2.1.7).

Таким образом, задача сводится к одномерному поиску $\min I$ по переменной V_2 в некотором интервале $[V_2^-, V_2^+]$, который обеспечивает существование значений $V_1 \in [V_1^-, V_1^+]$, $V_3 \in [V_3^-, V_3^+]$, удовлетворяющих условию (2.2.5). Учет ограничений (5.2.2)–(5.2.4) может привести к дальнейшему сокращению интервала $[V_2^-, V_2^+]$ и получению некоторого допустимого интервала, в котором V_2 может свободно изменяться, не нарушая ограни-

чений. Поиск управления V , минимизирующего I , заключается в следующем:

1) ищется допустимый интервал $[V_2^-, V_2^+]$ изменения V_2 ;

2) определяется $\min I$ по $V_2 \in [V_2^-, V_2^+]$ с проверкой ограничений (5.2.2)–(5.2.4).

Для осуществления первого этапа (нахождения допустимого интервала $[V_2^-, V_2^+]$) воспользуемся алгоритмом деления отрезка пополам. Для поиска $\min I$ в допустимом интервал $[V_2^-, V_2^+]$ лучше воспользоваться безградиентными методами одномерного поиска экстремума (методы дихотомии, золотого сечения, метод с использованием чисел Фибоначчи), позволяющими легко учитывать ограничения (5.2.2)–(5.2.4).

С помощью предложенного метода оптимизации исследовались оптимальные режимы работы трехзонной методической печи листопрокатного производства. Печь отапливается природным газом с теплотворной способностью $Q_H^P = 8700$ ккал/м³ и расходом воздуха для сжигания 1 м³ топлива $V_B = 10,2$ м³/час. Максимальный расход топлива в сварочных зонах равен 1500 м³/час, в томильной зоне 400 м³/час. В печи нагреваются заготовки толщиной 0,09–0,25 м и длиной 0,9–1,4 м различных марок стали.

5.2.2 Анализ результатов решения задач оптимизации.

Изменение расхода топлива в верхней сварочной зоне V_2 при фиксированном времени нагрева ведет к перераспределению расходов топлива во всех других зонах (рис.5.2.1). При уменьшении расхода топлива в верхней сварочной зоне на величину ΔV_2 для удовлетворения условия (5.2.1) требуется увеличение V_1 для зависимости, приведенной на рисунке (5.2.1), на величину $1,2\Delta V_2$. Наличие системы водоохлаждаемых труб в нижней сварочной зоне приводит к тому, что увеличение средней температуры здесь на фиксированную величину Δt достигается большим увеличением расхода топлива, чем в верхней сварочной зоне. Увеличение V_2 приводит к росту температуры уходящих в рекуператор газов и, несмотря на уменьшение общего количества продуктов горения G_{nr}^Σ , поступающих в рекуператор, повышает количество возвращаемого с подогретым воздухом тепла $Q_{\text{физ}}$.

Температура горения топлива T_i , $i = 1, 3$ при этом повышается во всех зонах. Скорость роста температуры газа в верхней сварочной зоне при изменении V_2 больше, чем в других зонах: так как увеличение расхода топлива V_2 вызывает уменьшение V_3 и снижает удельное влияние V_3 / V_2 перетока более холодных продуктов горения томильной зоны в сварочную зону. Проведенный анализ позволяет сделать вывод, что минимальный

расход топлива в печи V^Σ достигается при расходе топлива в верхней сварочной зоне V_2 равному значению правого конца допустимого интервала $[V_2^-, V_2^+]$. Со значениями V_1^*, V_3^* , обеспечивающими необходимое распределение температуры при выдаче заготовки, управляющие воздействия $V = (V_1^*, V_2^+, V_3^*)$ являются оптимальными в смысле минимума расхода топлива V^Σ .

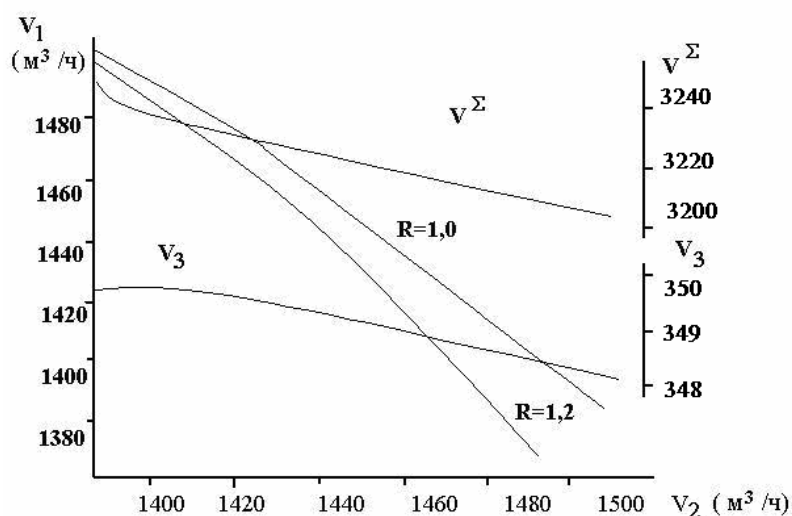


Рис.5.2.1. Зависимость расхода природного газа по зонам трехзонной методической печи от изменения расхода газа в верхней сварочной зоне V_2 .

Количество окалины, образующейся в процессе нагрева заготовок, очень слабо изменяется от перераспределения расхода топлива в зонах печи. Численные исследования показывают, что минимальное количество окалины образуется при $V_2 = V_2^-$, т.е. на противоположном конце интервала допустимых значений. А максимум окалины достигается соответственно при $V_2 = V_2^+$, так как в последнем случае через верхнюю поверхность заготовки передается значительно больше тепла, чем через нижнюю (в томительной зоне нагрев осуществляется только через верхнюю поверхность). Уменьшение тепловой нагрузки на верхней поверхности ведет к более равномерному распределению температур нижней и верхней поверхности и уменьшает суммарное количество окалины на всей поверхности заготовки.

Исследование задачи оптимизации показывает, что минимизируемые показатели по топливу и окалине $c_1 V^\Sigma$, $c_2 W$, малочувствительны к изменению управляющих воздействий в рамках условий (5.2.1) задачи. Перераспределением управляющих воздействий V можно добиться снижения расхода топлива не более, чем на 1–3 % от суммарного расхода топлива во

всех зонах, уменьшение количества окалины еще менее значительно. Поскольку критерии оптимальности c_1V^Σ , c_2W , достигают свои экстремумы на различных концах интервала $[V_2^-, V_2^+]$, оптимальный режим в смысле стоимостных затрат на нагрев I будет зависеть от соотношения стоимостных коэффициентов C_1, C_2 .

При нагреве углеродистых марок стали оптимальное соотношение расхода топлива в верхнюю и нижнюю сварочные зоны находится в интервале $V_1 = (0,96 - 0,94) V_2$, т.е. в нижней сварочной зоне расхода топлива должен быть на 4–6 % меньше, чем в верхней сварочной. Исследования температур и расхода топлива в зонах методической печи №3 ДМЗ показывают, что для поддержания оптимального расхода топлива в сварочных зонах температура в нижней сварочной зоне должна превышать температуру в верхней сварочной зоне на 10–20 °С. Такая разность температур достигается при меньших расходах топлива в нижней зоне ($V_1 < V_2$), так как в нижней сварочной зоне нет подстуживающего эффекта за счет перетока продуктов горения из томильной зоны. Как показывают результаты нагрева опытного сляба, повышение температур в нижней сварочной зоне обеспечивает более качественный нагрев за счет снижения температурного перепада по сечению заготовки.

Математическая модель позволяет исследовать стационарные режимы нагрева и поведение минимизируемых критериев при различной производительности печи (рис.5.2.2). С увеличением времени нагрева суммарный расход топлива по зонам печи падает. Расход топлива на нагрев одной заготовки достигает максимума при минимально возможном времени нагрева и быстро падает с увеличением T . В окрестности минимума $T_{\min} + 0,25$ часа V^T изменяется очень медленно и для $T > T_{\min}$ начинает медленно возрастать.

Количество окалины, образующейся на поверхности заготовки, практически линейно возрастает с увеличением длительности нагрева. Минимум окалины достигается при минимальном времени нагрева. Этот вывод верен для исследуемого интервала времени, в котором работает нагревательная печь толстолистового стана. За пределами этого интервала, т.е. в режимах нагрева уже не реализуемых на данной печи, при уменьшении времени нагрева количество окалины может пройти минимум и начать опять возрастать [20].

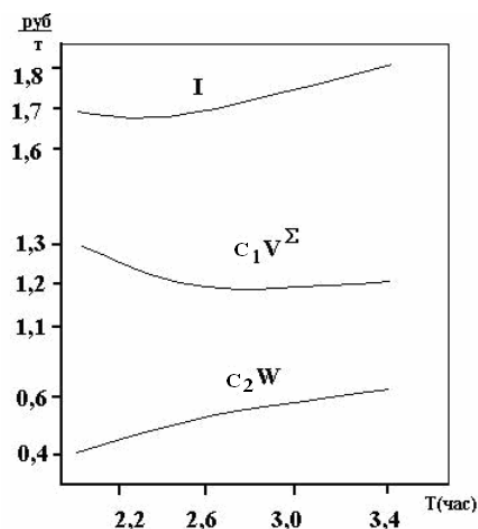


Рис.5.2.2. Зависимость стоимостных расходов на тонну металла от изменения длительности процесса нагрева металла в трехзонной печи,

c_1V^Σ – стоимостные расходы на топливо,
 c_2W , – стоимость потерь металла в окалину,
I – суммарные расходы по топливу и окалине.

Оптимальная длительность процесса нагрева для расхода топлива T_{\min}^v и образования окалины T_{\min}^w достигается в различных точках допустимого интервала времени нагрева, причем $T_{\min}^w < T_{\min}^v$

5.3. Синтез алгоритмов разомкнутого управления и оценка их эффективности.

5.3.1. Постановка и анализ задачи терминального управления.

Задача терминального управления процессом нагрева в условиях случайных возмущающих воздействий заключается в следующем: заданы вероятностные характеристики возмущающих воздействий τ , S , B (одномерные законы распределения, автокорреляционные функции), требуется определить вектор управляющих воздействий U , удовлетворяющий ограничениям на управление (5.1.6), температуру металла (5.1.7) и минимизирующий критерий управления (5.1.1).

При решении сформулированной задачи управления конечным состоянием могут быть использованы две, в общем случае приводящие к различным величинам минимума критерия (5.1.1), стратегии управления процессом нагрева. Первая стратегия управления состоит в том, что управляющие воздействия остаются постоянными в течение всего процесса нагрева, т.е. не зависят от текущих параметров процесса. В этих условиях необходимо определить значения компонент вектора U , минимизирующие (5.1.1). При использовании 1-ой стратегии управления задача состоит в определении минимума функционала (5.1.1) с учетом известных ограничений. Для вычисления значений критерия (5.1.1) и ограничения (5.1.7) при некоторых фиксированных значениях вектора U можно воспользоваться методами статистического моделирования либо интерполяционным методом [140]. Минимизация функционала (5.1.1) может быть осуществлена любым градиентным методом, покоординатным спуском и другими методами, позволяющими на каждом шаге проверять заданные ограничения. В связи с использованием 1-ой стратегии управления возникает вопрос, имеющий важное практическое значение, связанный с управляемостью вероятностными характеристиками выходных координат: можно ли, изменяя управляющие воздействия, управлять математическим ожиданием и дисперсией выходных координат, и в какой степени эти характеристики поддаются управлению. В таблице 5.3.1 приведены результаты расчетов вероятностных характеристик некоторых случайных величин при различных температурах в зонах. В качестве случайных величин рассматривались время нагрева и толщина нагреваемого металла.

Анализ таблицы показывает, что изменением температуры в сварочной зоне можно управлять математическим ожиданием средней температуры заготовки, температуры поверхности в конце сварочной и томильной зон, с повышением температуры сварочных зон растут математические ожидания величин и уменьшается их дисперсия. Достичь уменьшения дисперсии выходных координат при постоянном математическом ожидании средней температуры заготовки на выдаче удается за счет повышения температуры в сварочной зоне с одновременным уменьшением температуры томильной зоны на 6–8 %. Однако при этом растет математическое ожидание температур поверхности заготовки в конце сварочной зоны и вероятность нарушения ограничения (5.1.7). Подводя итог анализа результатов таблицы 5.3.1, следует отметить, что существенного уменьшения дисперсии выходных координат за счет изменения управляющих воздействий достичь не удастся, кроме того, повышение температуры в сварочной зоне сопровождается дополнительными расходами топлива и потерями металла в окалину.

Применение 1-ой стратегии управления позволяет получить заданные математические ожидания и минимальную дисперсию выходных координат процесса, величина которой в основном зависит от дисперсии возмущающих воздействий. С ростом дисперсии возмущающих воздействий дисперсия выходных координат также возрастает и в рамках 1-ой стратегии

управления изменением управляющих воздействий понизить ее существенно не удастся.

Таблица 5.3.1. Зависимость вероятностных характеристик температуры нагрева металла от температуры сварочной и томильной зон трехзонной печи ($m_T = 2,2$ ч, $\sigma_T = 0,15$ ч)

Температура сварочной зоны (°С)	Температура томильной зоны (°С)	Толщина заготовки (м)	Температура заготовок на выдаче (°С)		Температура поверхности в конце сварочной зоны (°С)
			Поверхности	Перепад	
1320	1280	0,17	1212,3	46,2	1160,5
		0,0	18,4	12,3	29,6
1340	1280	0,17	1227,3	36,0	1194,6
		0,0	16,9	11,7	28,4
1325	1265	0,17	1206,1	39,0	1169,1
		0,0	17,9	11,9	29,3
1320	1280	0,17	1207,5	49,6	1153,6
		0,01	24,6	17,9	39,1
1340	1260	0,17	1211,8	34,1	1188,3
		0,01	22,9	17,6	37,6

Примечание к таблице. Над разделительной чертой указано математическое ожидание, под чертой – с.к.о. случайной величины.

Вторая стратегия управления заключается в выборе управляющих воздействий в зависимости от текущих значений входных величин. Необходимо найти U (вектор температур в зонах печи) как функцию изменяющихся величин S, T , обеспечив при этом минимум критерия (5.1.1). Для решения этой задачи необходимо иметь математическую зависимость между входными параметрами процесса и управляющими воздействиями, обеспечивающими заданное конечное температурное состояние заготовки (алгоритм управления):

$$U = f(\bar{S}, \bar{T}, t_{cp}^*, \Delta t^*) \quad (5.3.1)$$

где \bar{S} – средняя толщина нагреваемых заготовок в зоне печи;

\bar{T} – прогнозируемое время нагрева металла в печи;

t_{cp}^* – требуемая средняя по сечению температура заготовки на выдаче;

Δt^* – требуемый температурный перепад по сечению заготовки;

f – некоторая вектор–функция, описывающая зависимость управляющих воздействий от входных параметров (закон управления).

Для реализации второй стратегии управления необходимо информационное сопровождение на участке нагрев – прокат и подсистема прогноза времени нагрева заготовок.

Вторая стратегия реализуется на объекте в виде следующего алгоритма управления:

- поступает информация о посадке–выдаче заготовок из печи;
- рассчитываются средние толщины заготовок \bar{S}_i по каждой зоне печи;
- выдается прогноз времени нагрева заготовок в i -той зоне;
- определяются по соотношениям (5.3.1) управляющие воздействия для каждой зоны печи, обеспечивающие заданные температурные параметры заготовок на выходе из зон.
- полученные управляющие воздействия передаются локальным регуляторам для исполнения;
- управляющая ЭВМ переходит в режим ожидания в соответствии с шагом дискретности, либо до поступления иницирующего сигнала с информацией о посадке–выдаче заготовок, и цикл расчета повторяется.

Укажем свойства случайных процессов $S(i)$, $B(i)$, $\tau(i)$ для которых применение обеих стратегий управления приводит к одинаковым значениям критерия управления (5.1.1):

1) случайные процессы $S(i)$, $B(i)$, $\tau(i)$ являются стационарными и имеют корреляционную функцию типа "белого шума";

2) средние величины значений процессов, образованные скользящим усреднением типа:

$$S_1 = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N S(j), \quad (5.3.2)$$

остаются постоянными, т.е. не зависящими от i .

Такой процесс соответствует нагреву разнотипных заготовок, (т.е. последовательности заготовок, в которой нельзя выделить хотя бы несколько заготовок образующих партию однотипных), но средние величины геометрических размеров заготовок, находящихся в одной зоне, не изменяются во времени. Для случайных процессов со свойствами 1,2 в рамках обеих стратегий удастся управлять в основном математическими ожиданиями выходных координат, а дисперсии выходных координат зависят от свойств процессов $S(i)$, $B(i)$, $\tau(i)$.

Если автокорреляционные функции R_{SS} , R_{BB} случайных процессов $S(i)$, $B(i)$, имеют интервал корреляции

$$N_n \geq 2i_{CB} / m_B,$$

что соответствует нагреву партий, минимальная из которых не вмещается в зону печи, то использование 2-ой стратегии управления позволяет добиться более качественного управления в смысле критерия (5.1.1) за счет вероятного снижения разброса геометрических размеров заготовок одновременно находящихся в зоне печи. Эффект применения 2-ой стратегии управления тем больше, чем длиннее интервал корреляции случайных процессов $S(i)$, $B(i)$. Если в рамках 1-ой стратегии для определения управляющих воздействий воспользоваться соотношением (5.3.1), обеспечивающим равенство математических ожиданий выходных координат заданным величинам (5.1.3), то получаемое значение критерия управления (5.1.1) окажется в достаточно малой окрестности его минимума. Тем самым исчезает необходимость в организации поиска минимума (5.1.1) сложными в вычислительном отношении методами и первая стратегия управления становится частным случаем второй стратегии.

Правомерность использования соотношений (5.3.1) для определения управляющих воздействий требует обоснования, поскольку соотношения (5.3.1) получаются с помощью стационарных детерминированных моделей нагрева, а используются с целью обеспечения требуемых математических ожиданий выходных координат в условиях случайных возмущающих воздействий. Формально задача заключается в проверке устойчивости алгоритма управления (5.3.1) относительно случайных возмущающих воздействий S , T :

$$M[t_{cp}[S, T, U(\bar{S}, \bar{T})]] = t_{cp}^{\bullet} \quad (5.3.3)$$

т.е. необходимо проверить будет ли математическое ожидание средней температуры заготовок при случайных S , T равным требуемой средней температуре заготовок. При этом управляющие воздействия в (5.3.3) получены в соответствии с алгоритмом (5.3.1). Результаты расчетов, приведенные в таблице 5.3.2, показывают проявление эффекта нелинейности математической модели, состоящего в том, что при постоянных математических ожиданиях случайных величин S , T с увеличением их дисперсии математические ожидания выходных координат уменьшаются. Следовательно, равенство (5.3.3) приближенно выполняется только в некоторой окрестности нуля дисперсии случайных величин.

При разработке систем управления, использующих алгоритмы управления типа (5.3.1), следует учитывать установленный факт, так как его игнорирование ведет в общем случае к ухудшению качества функционирования системы управления. Необходимо знать область интенсивности возмущающих воздействий, в которой использование алгоритмов (5.3.1) обеспечивает приемлемую для практики точность. Если ошибка прогноза времени нагрева $\sigma_T \leq 0,2$ часа и с.к.о. толщин находящихся в печи заготовок $\sigma_S \leq 0,02$ м, то погрешность в обеспечении требуемого математического ожидания средней по сечению температуры заготовок по таблице 5.3.2 не превысит в первом случае 5°C , во втором – 3°C .

Таблица 5.3.2. Зависимость вероятностных характеристик температуры нагрева металла от дисперсии возмущающих воздействий ($m_T = 2,2$ ч, $m_S = 0,17$ м).

σ_t (ч)	0,05	0,10	0,20	0,3	0,4
Средняя по сечению температура заготовки (°C)	<u>1181,0</u> 8,5	<u>1180,0</u> 17,2	<u>1176,5</u> 35,7	<u>1170,4</u> 56,7	<u>1161,7</u> 81,5
Температура поверхности заготовки (°C)	<u>1210,2</u> 6,1	<u>1209,6</u> 12,1	<u>1206,8</u> 25,6	<u>1202,2</u> 41,3	<u>1199,1</u> 60,5
σ_s (м)	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05
Средняя по сечению температура заготовки (°C)	<u>1179,6</u> 23,9	<u>1177,1</u> 46,6	<u>1172,9</u> 47,4	<u>1167,3</u> 86,2	<u>1160,3</u> 103,4
Температура поверхности заготовки (°C)	<u>1209,5</u> 15,7	<u>1208,3</u> 30,5	<u>1206,1</u> 43,9	<u>1203,1</u> 55,9	<u>1199,3</u> 66,4

Примечание к таблице. Над разделительной чертой указано математическое ожидание, под чертой – с.к.о. случайной величины.

Установленные нелинейные эффекты, наиболее сильно проявляющиеся при разомкнутом управлении в условиях случайных возмущающих воздействий, делают неэффективным детерминистский подход к проблеме синтеза алгоритмов управления. В связи с этим необходимо использовать наработанные подходы и методы синтеза оптимального управления для стохастических систем.

5.3.2. Вычислительные методы для расчета алгоритмов управления

Для управления температурными режимами тепловой обработки материалов необходимо иметь алгоритмы управления, которые позволяют получить управляющие воздействия (температуру греющей среды в зонах пе-

чи) в зависимости от контролируемых входных воздействий, предстоящего времени нагрева и обеспечить требуемую температуру материала на выдаче.

Такого сорта алгоритм управления имеет вид:

$$U = f[R, t_H, t^*, \bar{T}], \quad (5.3.4)$$

где f – вектор–функция, описывающая закон управления;

R – характерный геометрический размер нагреваемого тела;

t_H – вектор значений температур, характеризующий начальное состояние нагреваемого материала;

t^* – вектор требуемых значений температур материала на выдаче;

\bar{T} – предстоящее время нагрева.

В управляющей машине расчет управляющего воздействия может быть реализован:

1) в виде программы, рассчитывающей управляющие воздействия с помощью математической модели управляемого процесса;

2) в виде программы расчета управления по заданному функциональному соотношению, которое получено предварительно с помощью математической модели;

3) в виде многомерного массива значений управляющих воздействий для различных значений входных величин и программы многомерной интерполяции.

Если температуру материала приближенно можно представить одним числом (например, среднемассовой температурой), то для построения алгоритма управления можно воспользоваться двумя последними способами. Для распределенных систем, содержащих фазовые переходы и эндогенные реакции, для определения состояния кроме температурного поля необходимо указать координату положения границы раздела фаз, либо прореагировавшей части материала. В связи с такой многопараметричностью два последних метода представляются слишком громоздкими и ненадежными. Для таких технологических процессов удобнее и надежнее воспользоваться первым способом получения управляющего воздействия.

В математическом плане расчет температуры в зоне, обеспечивающий требуемое температурное состояние материала на выдаче, сводится к одномерному поиску. Одним из наиболее эффективных по скорости сходимости методов является метод Ньютона. В соответствии с методом Ньютона алгоритм расчета управляющего воздействия состоит в следующем:

1) задается начальное приближение для управления U (одна из точек интервала допустимых значений);

2) по математической модели процесса тепловой обработки рассчитывается температурное поле в теле на выходе из зоны;

3) вычисляется невязка между требуемым значением температуры материала t^* и рассчитанным по модели t_p , $r_1 = t^* - t_p$

4) проверяется условие достижения требуемой точности расчета управляющего воздействия, если $|t^* - t_p| \leq \epsilon$, то выходим на конец алгоритма (п.9), в противном случае переходим к выполнению следующего пункта;

5) искомая переменная наращивается на величину шага ΔU для численной оценки частной производной $\frac{\partial t}{\partial U}$, т.е. $U_i^\Delta = U_i + \Delta U$;

6) вычисляется температурное поле в нагреваемом теле для нового значения управления U_i^Δ ;

7) вычисляется невязка r_{i+1} для значения управляющего воздействия U_i^Δ ;

8) определяется новое приближение для управляющего воздействия

$$U_{i+1} = U_i - r_i / (r_{i+1} - r_i) / \Delta U,$$

осуществляется безусловный переход к пункту 2 алгоритма;

9) осуществляется запись полученного значения управляющего воздействия и соответствующих входных величин в массив для хранения в базе данных.

Первый способ расчета алгоритма управления является наиболее трудоемким в вычислительном отношении, его преимуществом является независимость от возможных изменений настраиваемых параметров математической модели технологического процесса. Для алгоритмов 2-го и 3-го типов необходимо пересчитывать коэффициенты функционального соотношения и массивы значений управляющего воздействия всякий раз после настройки модели.

Использование 2-го и 3-го способов расчета управления в управляющей ЭВМ всегда предполагает необходимость разработки программы реализующей первый способ расчета, который в этом случае используется для выполнения предварительных расчетов на автономной ЭВМ.

Для построения алгоритма управления в виде функционального соотношения используются аналитические и численные методы. Аналитические зависимости удается получить лишь для простейших задач. В качестве численных методов используется метод наименьших квадратов (при условии априорного задания вида функциональной зависимости) и аппроксимация разложением в ряд Тейлора.

Метод наименьших квадратов использован для построения алгоритмов управления температурным режимом нагрева металла в методических печах листопрокатного производства ДМЗ, которое характеризуется широким диапазоном номенклатуры заготовок и листов. Алгоритмы управления представлены в виде линейных, степенных и полиномиальных зависимостей (таблицы 6.1.6 и 6.1.7 раздела 6.1.2).

В случае, когда требуется многократно перенастраивать алгоритмы управления, для аппроксимации зависимостей удобно пользоваться разложением в ряд Тейлора. Этот метод использован в имитационной модели для оценки эффективности алгоритмов управления (раздел 5.4).

5.4. Синтез алгоритмов управления с обратной связью.

5.4.1. Исследование алгоритмов фильтрации возмущающих воздействий для оценки состояния.

При управлении с обратной связью система управления получает информацию о состоянии процесса (температурное распределение по толщине металла и длине зоны печи) и управляющее воздействие определяется с учетом полученной информации. Интуитивно ясно, что в этом случае управление должно быть более эффективным, чем разомкнутое управление, и важно установить на сколько эффективнее.

Полная информация о тепловом состоянии металла представлена функцией $t(x, l, \tau)$, которая несет в себе всю информацию о имевших место возмущающих воздействиях на временном отрезке, определяемом емкостью управляемой зоны. Для выработки управляющего воздействия необходимо получить оценку теплового состояния металла. Возникает задача оценивания состояния нагреваемого металла, заключающаяся в определении такого значения, характеризующего температуру металла в текущий момент времени τ , которые обеспечило бы оптимальное по критерию точности управление процессом в целом.

Для получения такой оценки необходимо построить оптимальный фильтр для температурного поля $t(x, l, \tau)$. Построение фильтра может быть выполнено несколькими способами:

- фильтрацией температурного поля по координате l в каждый момент времени τ (фильтр с нулевой памятью);
- фильтрацией температурного поля по переменной τ в оптимально выбранной точке координаты l ;

Рассмотрим управляющее воздействие, переводящее j -ую заготовку в i -ой зоне печи в заданное тепловое состояние, представленное в виде некоторой алгоритмической зависимости:

$$U_{ij} = f(S_j, T_{ij}, t_j(x, \tau), t_i^*) \quad (5.4.1)$$

где S_j – толщина заготовки,

T_{ij} – прогнозируемое время нагрева j -ой заготовки в i -ой зоне,

$t_j(x, \tau)$ – начальная температура j -ой заготовки,

t_i^* – требуемая на выходе из i -ой зоны температура металла.

В соответствии с алгоритмом (5.4.1) для каждой заготовки будет получено свое индивидуальное управление, а условия совместного нагрева требуют установления некоторой температуры, которая обеспечила бы наиболее качественный нагрев всех заготовок. Для получения такого управления в качестве параметров S , T , $t(x, \tau)$ должны быть представлены величины, наилучшим образом характеризующие ситуацию в зоне печи. То есть необходимо построить некоторые преобразования (фильтры) информации о

параметрах заготовок, минимизирующие с. к. о. температуры металла от заданной.

Фильтрацию возмущающих воздействий можно заменить фильтрацией управлений, полученных для каждой заготовки. В вычислительном отношении этот путь более трудоемкий, поскольку требует n -кратного вычисления управления по алгоритму (5.4.1). Однако если воспользоваться управляющими воздействиями, полученными ранее на предыдущем такте управления, то в этом случае фильтрацией управления можно заменить фильтрацию нескольких возмущающих воздействий.

Поскольку вся информация о температуре металла не может быть использована в алгоритме (5.4.1), возникает вопрос о представительности точек контроля температуры металла по длине зоны печи. В результате имитационного моделирования процесса управления нагревом металла в условиях случайных возмущающих воздействий, было получено семейство кривых (рис.5.4.1), характеризующих зависимость с.к.о. температуры металла на выходе из печи от координаты точки съема информации о температуре металла во 2 – ой сварочной зоне (здесь и далее расчеты производились для пятizonной нагревательной печи).

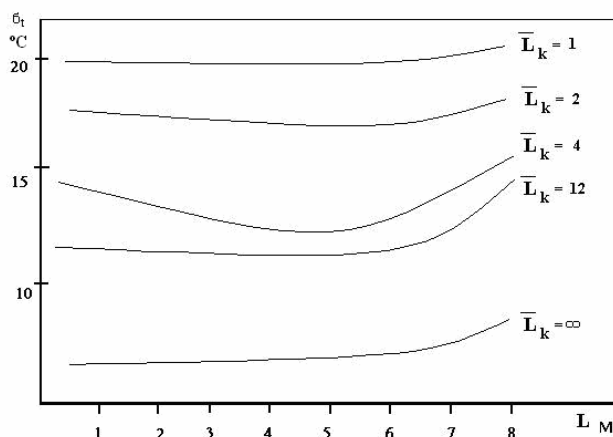


Рис.5.4.1. Зависимость с.к.о. температуры металла на выдаче от координаты точки съема информации во 2–ой сварочной зоне ($L_{\text{зоны}} = 9,28$ м)

В двух случаях изменение координаты точки контроля не оказывает влияния на дисперсию температуры металла на выдаче:

1) длина партий заготовок $L_k = 1$, т.е. осуществляется нагрев разнотипных заготовок, случайный процесс имеет при этом корреляционную функцию типа "белого шума";

2) длина партий заготовок, что соответствует нагреву однотипных заготовок.

При фиксированных возмущающих воздействиях значения с.к.о. температуры металла на выходе, полученные в случаях 1, 2, ограничивают об-

ласть значений для остальных кривых, носящих экстремальный характер, тогда как в указанных случаях дисперсии выходных координат определяются величинами возмущающих воздействий и практически не зависят от координаты съема информации.

Очевидно, что при использовании одной точки контроля увеличение среднего числа заготовок в партии повышает эффективность управления, которое претерпевает наиболее существенные изменения как раз при переходах к партиям с отличной толщиной заготовок. Установленное какой-либо партией заготовок в начале зоны значение температуры греющей среды существенно изменяется последующими партиями заготовок, таким образом, что в результате тепловое состояние практически ни одной заготовки на выходе не соответствует заданному. Перемещение координаты точки контроля к концу зоны снижает степень неопределенности управления. Однако пропорциональное уменьшение при этом остатка времени нагрева уменьшает ресурс управления нагрева. Совместное действие этих факторов делают зависимость дисперсии температуры металла от координаты съема информации экстремальной.

Имитационное моделирование показывает, что наименьшие значения дисперсии температуры металла на выдаче получаются в том случае, когда точка контроля температуры находится примерно на 10 % дальше середины зоны, а экстремальный характер зависимости наиболее проявляется при средней длине партии заготовок, равной половине длины зоны нагрева.

С целью исследования эффективности алгоритмов оценки состояния воспользуемся линейным фильтром управляющих воздействий $U[\tau, t(x, l_i)]$, полученных для различных точек l_i съема информации в момент времени τ (фильтр с нулевой памятью):

$$U(\tau) = \sum_{i=1}^n \alpha_i U(\tau, l_i) \quad (5.4.2)$$

где n – количество точек контроля температуры металла в зоне;

l_i – координаты местоположения заготовок;

α_i – весовые коэффициенты,

$$\sum_{i=1}^n \alpha_i = 1.$$

Исследования алгоритма (5.4.2) для различного числа точек контроля n и любых значений весовых коэффициентов α_i показали, что практически не удастся получить значения дисперсии температуры металла на выдаче меньшие, чем в случае использования одной оптимально расположенной точки. Кроме того, характерным для алгоритма является пропорциональное количеству точек контроля увеличение затрат машинного времени на расчет управляющего воздействия.

Второй способ построения фильтров является наиболее простым и естественным способом получения управления U_i , т.к. дает возможность учитывать потребности большего числа заготовок в зоне без дополнитель-

ных затрат на расчет управляющих воздействий U_i . Фильтрация в виде скользящего осреднения температур $U(\tau_i, l)$, рассчитанных в предыдущие моменты времени $\tau_i < \tau$, осуществляется для одной точки контроля l^* :

$$U(\tau) = \sum_{i=1}^n \alpha_i U(\tau_i, l^*) \quad (5.4.3)$$

где n – длина учитываемой предыстории процесса нагрева.

Используя одну точку контроля температуры, расположенную в начале зоны, можно с помощью ранее рассчитанных управляющих воздействий учесть потребности всех находящихся в ней заготовок (рис.5.4.2, линия 1). Однако, в виду лучшей представительности, более целесообразным оказывается использование одной оптимально расположенной точки контроля. При этом длина предыстории должна быть скорректирована с учетом емкости зоны (рис.5.4.2 линия 2). Как и в первом случае за счет вариации весовых коэффициентов добиться улучшения качества нагрева практически не удастся. Вообще же способ 2 позволяет несколько понизить значение дисперсии температуры металла на выдаче по сравнению с алгоритмом (5.4.2). Реализуемая функция имеет большую частоту и амплитуду колебаний, что технически неоправданно в работе инерционных по своей природе обрабатывающих органов управления температурным режимом. К достоинствам алгоритма (5.4.3) следует отнести также уменьшение колеблемости управляющих функций. На рис. 5.4.3 приведен фрагмент реализации управления для $n = 1$ (ломаная 1) и $n = 4$ (ломаная 2).

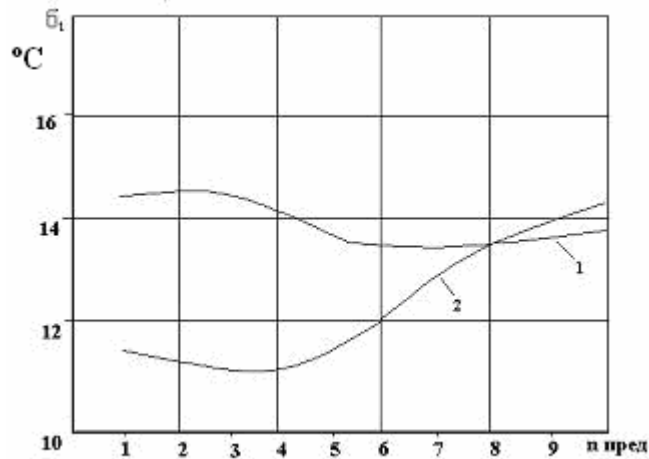


Рис.5.4.2. Зависимость с.к.о. температуры металла на выдаче от длины учитываемой предыстории нагрева (1– точка контроля расположена в начале 2–ой сварочной зоны; 2– точка контроля расположена во 2–й сварочной зоне оптимально)

Улучшить поведение функций U_i можно путем "растягивания" ее во времени в пропорциональное периоду расчета управляющих воздействий количество раз.

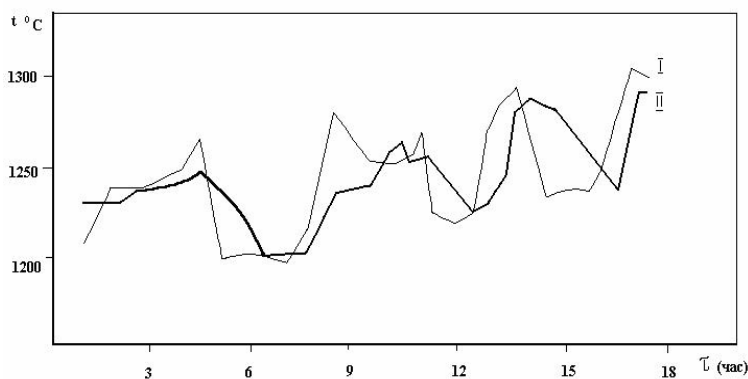


Рис.5.4.3.Фрагмент последовательности значений температуры греющей среды во 2-ой сварочной зоне без осреднения по предыстории (ломаная I) и с осреднением по 4 значениям (ломаная II)

Исследования показали, что увеличение периода в разумных пределах, регламентируемых длиной партий заготовок, только незначительно сказывается на качестве нагрева. При этом то, что в соответствующее количество раз уменьшается время активной работы задающих и обрабатывающих органов системы управления, может оказаться очень выгодным при ее реализации.

5.4.2. Исследование помехоустойчивости различных режимов нагрева металла.

Конструкцией печи заложены возможности нагрева металла по различным температурным режимам. Обеспечение достаточного запаса тепла в заготовке в начальные моменты времени позволяет повысить вероятность достижения заданного температурного состояния металла на выдаче из печи. Представляет практический интерес исследовать различные режимы нагрева на устойчивость к возмущающим воздействиям.

Представим режим нагрева вектором $t^{*T} = (t_1^*, \dots, t_m^*)$, где t_i^* означают требуемые температуры выдачи заготовок из сварочных и томильной зон печи. Рассмотрим область допустимых значений вектора t^* . Температура выдачи заготовок из томильной зоны t_m^* определяется технологией обработки металла и поэтому является фиксированной величиной, допускающей незначительные отклонения. Возможные температуры выдачи из сва-

рочных зон печи определяются толщинами заготовок, характеристиками печи и общим временем нагрева, которое также будем считать заданным. Для компонент вектора t^* выполняются условия:

$$t_i^{\min} \leq t_i^* \leq t_i^{\max},$$

где t_i^{\min} ограничивается возможностью догреть заготовку максимальной толщины в последующих зонах печи, t_i^{\max} – возможностью нагреть заготовку максимальной толщины в i -ой зоне с исходной температуры t_{i-1}^* (для $i = 1$ это будет температурой посадки).

Существует две принципиально различные возможности реализации режима нагрева. Первая заключается в интенсивном нагреве заготовок в начальных по ходу движения металла зонах печи – это стратегия «гарантированного» нагрева, характеризующаяся высокой помехоустойчивостью. В самом деле, дисперсии выходных координат главным образом зависят от величины необходимого догрева заготовок в зоне печи, поэтому систематическое снижение величины догрева от зоны к зоне сопровождается систематической стабилизацией выходных параметров. Дисперсии тепловых характеристик металла на входе в зону печи влияют на дисперсию температуры металла на выдаче в меньшей степени. Увеличение величины догрева заготовок в томильной зоне приводит к возрастанию перепада температуры по сечению заготовок.

Недостатком стратегии «гарантированного» нагрева являются большие потери тепла с уходящими из печи газами. Поэтому другая возможность реализации режима нагрева связана с идеей снижения температуры греющей среды в первой сварочной зоне, что позволяет снизить удельные затраты топлива.

Для некоторого набора режимов нагрева металла и одного из вариантов алгоритма управления была проведена серия вычислительных экспериментов с различными по величине значениями возмущающего воздействия по толщине заготовок. Результаты расчетов представлены на рис. 5.4.4.

Анализ показывает, что при различных по величине возмущающих воздействиях зависимость с.к.о температуры металла на выходе от режима нагрева качественно выглядит неоднозначно. Так, например, если при больших возмущающих воздействиях по толщине металла закон изменения выходной координаты в зависимости от температуры выдачи металла из второй сварочной зоны близок к линейному (рис.5.4.4), то при понижении значений возмущающих воздействий такая закономерность не наблюдается (рис.5.4.5). Становится целесообразным некоторый догрев металла в томильной зоне печи.

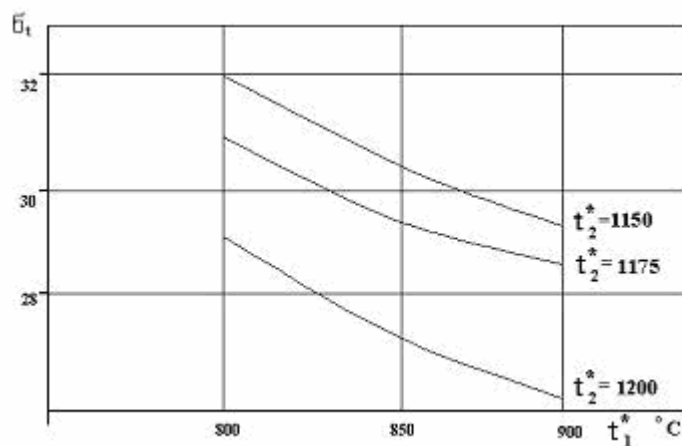


Рис.5.4.4. Зависимость с.к.о. от температуры металла на выдаче от режима нагрева при средней толщине металла $\bar{S}_k = 0,20 \pm 0,05 м$

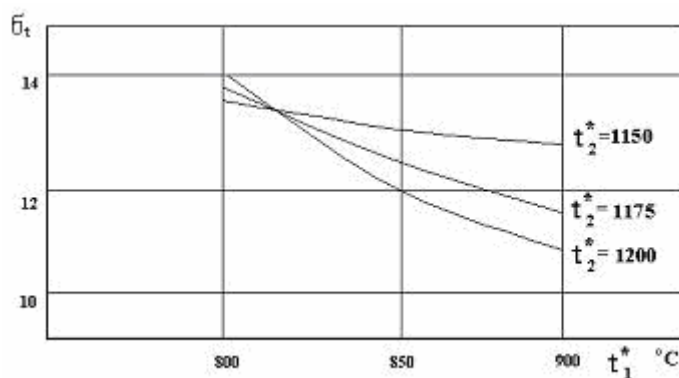


Рис.5.4.5. Зависимость с.к.о. температуры металла на выдаче от режима нагрева при средней толщине металла $\bar{S}_k = 0,20 \pm 0,02 м$

Проведенные исследования влияния режима нагрева на выходные температурные характеристики металла позволяют сделать вывод о том, что исследуемая зависимость носит сложный характер, определяемый прежде всего величинами случайных возмущающих воздействий. Однако основным выводом состоит в неоправданности использования стратегии "гарантированного" нагрева, так как расчеты показывают, что увеличение требуемой температуры металла на выходе из первой сварочной зоны на 100 °C приводит к понижению с.к.о. температуры металла на выдаче всего на 10–15 %. Эти цифры становятся еще меньше с увеличением общего времени нагрева заготовок, т. е. при низкой производительности стратегия "гарантированного" нагрева не оправдывает себя.

5.5. Основные результаты и выводы.

На основе имитационного моделирования исследована эффективность различных методов и алгоритмов управления температурным режимом по критерию точности нагрева металла. Дана оценка устойчивости алгоритмов управления относительно возмущающих воздействий. Алгоритмы, реализующие метод разомкнутого управления, при достаточно больших по дисперсии возмущениях не обеспечивают требуемую среднюю по заготовкам температуру металла на выдаче (с ростом дисперсии возмущений математическое ожидание температуры заготовок систематически снижается). Установлено, что использование оперативной оценки теплового состояния заготовок в качестве обратной связи, снижает среднее квадратическое отклонение температуры металла на выдаче в 2–3 раза.

Исследована эффективность алгоритмов фильтрации для получения оптимальной оценки температурного состояния металла в печи. Наиболее эффективной является фильтрация управляющего воздействия по предыстории нагрева, т.е. по значениям управления, рассчитываемым в оптимально расположенной точке контроля с учетом предыдущих моментов времени. Для фильтров по пространственной переменной (с нулевой памятью) установлена наиболее представительная точка съема информации о температуре заготовок в зоне печи для выбора управляющего воздействия. Увеличение точек контроля температурного состояния практически не дает улучшения качества управления.

Так как требуемая периодичность расчетов новых управляющих воздействий зависит от длин нагреваемых партий металла, проведено исследование влияния удлинения периода расчета управляющих воздействий для усредненных длин партий. Установлено, что удлинение в определенных пределах периода позволяет сгладить траекторию управляющего воздействия практически без ухудшения качества нагрева.

Исследование температурных режимов нагрева металла в условиях различных по величине возмущающих воздействий показало, что дисперсия температуры металла на выдаче сложным образом зависит от графика нагрева. За счет наличия 2-ой сварочной зоны пятizonная печь обладает достаточным резервом управления для возможного уменьшения температуры греющей среды в 1-ой сварочной зоне с целью уменьшения тепловых потерь с уходящими газами.

Влияние возмущающих воздействий на дисперсию температуры металла на выдаче зависит от производительности печи и, следовательно, от соотношения производственных мощностей участков нагрева и прокатки. Обоснование метода управления, структуры алгоритмов управления, целесообразного уровня автоматизации участка нагревательных печей должно проводиться на базе всестороннего исследования возмущающих воздействий, статистической динамики процесса нагрева металла и оценки эффективности алгоритмов управления на основе имитационного моделирования.

6. РАЗРАБОТКА И ПРОМЫШЛЕННОЕ ОПРОБОВНИЕ ПОДСИСТЕМ ОПЕРАТИВНОГО ПРОГНОЗА ТЕПЛООВОГО СОСТОЯНИЯ И АЛГОРИТМОВ УПРАВЛЕНИЯ В СИСТЕМАХ УПРАВЛЕНИЯ ТЕПЛОВОЙ ОБРАБОТКОЙ МАТЕРИАЛОВ

6.1. Разработка режимов нагрева металла и алгоритмов управления методическими печами.

6.1.1. Статистическое моделирование и прогноз времени нагрева металла.

В системах управления процессом нагрева металла для определения управляющих воздействий необходим прогноз времени нагрева заготовок, сажаемых в печи [83]. Прогноз предстоящего времени нагрева заготовки может быть осуществлен согласно алгоритму:

$$T_j = \sum_{i=j+1}^{j-N} \tau_i, \quad (6.1.1)$$

где N – количество заготовок в печах (величина N определяется емкостью зон нагрева и шириной заготовок);

τ_i – время прокатки i – той заготовки.

Для прогноза времени нагрева необходим прогноз времени прокатки заготовок на черновой клети стана. Длительность прокатки заготовки зависит от количества пропусков на клети стана, длительности пауз между пропусками и времени кантовки. Количество пропусков определяется в основном геометрическими размерами заготовки S , B , L и катаемого из нее листа h , b . Длительность пауз и время кантовки являются случайными величинами, поэтому τ_i являются случайными величинами и при прокатке однотипных заготовок. Дисперсия величины τ зависит от дисперсии пауз между пропусками и времени кантовки заготовки [13]. Математическое ожидание τ определяется числом обжатый на клети. Поэтому с увеличением времени прокатки увеличивается также его дисперсия (рис. 6.1.1).

Для исследования времени прокатки заготовок различных размеров использованы методы корреляционно–регрессионного анализа [56], которыми обрабатывались результаты статистического обследования работы стана 2300 ДМЗ.

Анализ структуры матрицы парных коэффициентов корреляции (таблица 6.1.1) указывает, что время прокатки в основном коррелируется с

толщиной и шириной прокатываемого листа. Коррелированность между временем прокатки и размерами заготовки практически отсутствует, что, возможно, объясняется малым варьированием этого параметра в изучаемой выборке.

Таблица 6.1.1. Матрица парных коэффициентов корреляции между временем прокатки одной заготовки, геометрическими размерами заготовок и листов

	τ	h	S	b	B	L
τ	1	-0,432	0,089	0,430	0,085	0,060
h		1	0,016	-0,404	0,406	-0,035
S			1	-0,130	-0,074	0,229
b				1	0,256	0,253
B					1	0,066
L						1

На рис.6.1.1 дана зависимость среднего времени прокатки от толщины листа. На всем диапазоне изменения h время прокатки изменяется от 34 до 48 секунд.

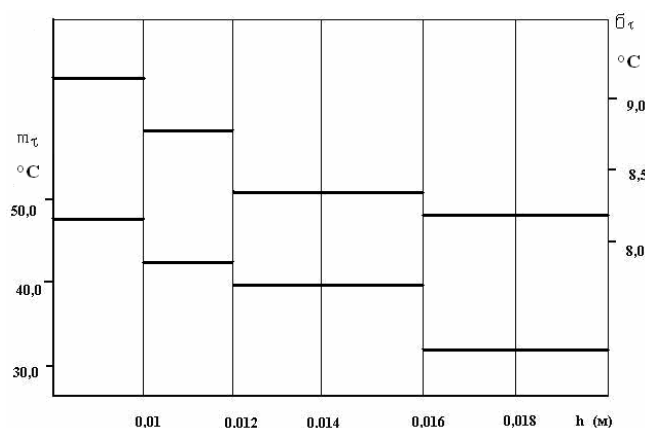


Рис.6.1.1. Зависимость среднего значения и дисперсии времени прокатки одной заготовки от толщины листа, прокатываемого на черновой клети стана 2300 ДМЗ.

Коррелированность между временем прокатки и шириной листа объясняется тем, что одной из технологических операций, выполняемой на клети трио является получение требуемой ширины листа.

Для построения зависимости времени прокатки одной заготовки на клети трио от геометрических размеров заготовки S , B , L и листа h , b был применен метод многошагового регрессионного анализа. Все основные статистические характеристики линейной регрессии представлены в таблице 6.1.2. Статистический анализ уравнения показал, что оно значимо: фактическое значение F – критерия равно 1,44 при табличном значении 1,24 (для 5%-го уровня значимости). Коэффициент множественной корреляции (0,562), проверенный по t -критерию, также оказался значимым. Коэффициент множественной детерминации (0,316) показывает, что вариация времени прокатки, объясненная рассматриваемыми параметрами, составляет 31,6%.

Таблица 6.1.2. Результаты многошагового регрессионного анализа времени прокатки заготовки на черновой клети стана 2300.

Шаг	Коэффициенты линейного уравнения регрессии					
	a_0	a_1^h	a_2^s	a_3^b	a_4^B	a_5^L
I	10,5	-871,2	84,16	15,93	8,51	-3,24
II	10,5	-888,4	74,73	14,37	8,66	–

Значение t -критерия для коэффициентов регрессии				
t_{a_1}	t_{a_2}	t_{a_3}	t_{a_4}	t_{a_5}
8,5	4,1	4,8	4,5	1,6
8,7	3,7	4,6	4,5	–

Шаг	Значения критерия Фишера		Остаточная дисперсия	Коэффициенты		Значения критерия t_R	
				множеств. корреляц.	множеств. детерм.		
	$F_{\text{выб.}}$	$F_{0,05 \text{ таб}}$	$S_{\text{ост}}^2$	R	R^2	$t_R \text{ выб}$	$t_{0,05} \text{ –таб}$
I	1,444	1,24	65,0	0,562	0,316	18,25	1,96
II	1,439	1,24	65,2	0,558	0,312	18,07	1,96

Проверка по t -критерию значимости коэффициентов регрессии показала, что длина заготовки незначимо влияет на время τ ($t = 1,6$ при табличном значении 1,96). На следующем шаге была построена новая модель без параметра L , для которой как уравнение регрессии, так и его коэффициенты регрессии оказались значимыми.

С целью более точного описания времени прокатки рассчитаны зависимости в виде степенной и неполного полинома второй степени. Коэф-

коэффициенты уравнений и статистические характеристики обеих зависимостей представлены в таблице 6.1.3. Степенная зависимость по остаточной дисперсии практически не отличается от линейной. Наилучшей моделью по остаточной дисперсии является неполный полином второй степени, для которого объясненная вариация времени прокатки составляет 40,1%. Погрешность регрессионных математических моделей составляют остаточная $S_{ост}^2$ и суммарная дисперсии ошибки коэффициентов регрессии D^Σ :

$$\overline{e_\tau^2} = S_{ост}^2 + D^\Sigma$$

Точность прогноза времени нагрева зависит от точности прогноза времени прокатки. Средний квадрат ошибки прогноза времени нагрева пропорционален количеству нагреваемых заготовок:

$$\overline{e_T^2} = N \cdot \overline{e_\tau^2}$$

Таблица 6.1.3. Регрессионные модели времени прокатки заготовки на черновой клети стана 2300 ДМЗ (Коэффициенты регрессии при квадратах переменных указаны в знаменателях дробей таблицы).

Вид зависимости	Коэффициенты регрессии						
	a_0	a_1^h	a_2^s	a_3^b	a_4^B	a_5^L	
Неполный полином второй степени	-222,6	$\frac{-740,6}{-14,72}$	$\frac{3285,7}{-8,67}$	$\frac{-0,354}{0,0011}$	$\frac{-47,59}{0,034}$	$\frac{-34,1}{0,015}$	
степенная	56,40	-0,307	0,468	0,664	0,133	-0,118	
Вид зависимости	Значения критерия Фишера		Остаточная дисперсия $S_{ост}^2$	Коэффициенты множ. коррел. Множ. детерм.		Значения критерия t_R	
	$F_{выб}$	$F_{0,05-таб}$		R	R^2	$t_{R,выб}$	$t_{0,05-таб}$
неполный полином второй степени	1,65	1,24	56,97	0,633	0,401	23,5	1,96
степенная	1,44	1,24	65,0	0,563	0,316	18,3	1,96

Суммарная дисперсия ошибки коэффициентов регрессии не превышала величины 0,02 сек., т.е. погрешность моделей определяется в основном остаточной дисперсией. Для построенных регрессионных моделей ошибка

прогноза времени нагрева при N , изменяющемся в интервале 130–240 заготовок, для линейной зависимости колеблется в интервале 0,025–0,035 часа, для квадратичной зависимости – 0,024–0,032 часа. По "правилу трех сигм" практически все прогнозируемые с помощью регрессионных моделей значения времени нагрева укладываются на интервале $m_T \pm 0,1$ часа.

Изложенный способ прогноза времени нагрева заготовок на основе регрессионных моделей для условий листопрокатного производства ДМЗ позволяет достаточно точно определять время нагрева при прокатке заготовок и листов различных геометрических размеров.

6.1.2. Разработка алгоритмов управления методическими печами листопрокатного производства.

Температурный режим нагрева металла в методических печах рассчитывался с помощью математической модели (2.1.13)–(2.1.19) с целью обеспечения заданной среднemasсовой температуры и температурного перепада по сечению для заготовок определенной толщины марки стали,

Таблица 6.1.4. Температурные режимы нагрева углеродистых сталей, обеспечивающие среднemasсовую температуру металла 1180°C и температурный перепад 220°C/м.

Толщина заготовки (м)	Время нагрева (ч)	Производительность печи (т/ч)	Температура в зонах (°C)		
			верхняя сварочная	нижняя сварочная	томильная
0,15	1,8	42,2	1340	1353	1278
0,15	2,0	38,0	1304	1314	1278
0,16	2,0	40,6	1328	1340	1278
0,15	2,2	34,6	1273	1279	1278
0,17	2,2	39,2	1318	1329	1278
0,18	2,2	41,5	1340	1353	1278
0,17	2,4	35,9	1289	1297	1278
0,18	2,4	38,0	1311	1320	1278
0,18	2,6	35,1	1284	1292	1278
0,20	2,6	39,0	1323	1334	1278
0,17	2,8	30,8	1239	1243	1278
0,19	2,8	34,4	1280	1287	1278
0,19	3,0	32,1	1257	1262	1278
0,21	3,0	35,5	1294	1302	1278

нагреваемых в условиях различной производительности печей. При этом температуры в нижней и верхней сварочных зонах печи выбирались в соответствии с результатами исследований оптимальных режимов работы и экспериментальных исследований. Результаты расчетов температурного режима нагрева металла представлены в таблице 6.1.4.

Для реализации оптимального соотношения расхода топлива в сварочных зонах принята разница в температурах между верхней и нижней зонами при максимальной производительности печей -13°C . С уменьшением производительности печи разница в температурах уменьшается, обеспечивая снижение доли топлива, подаваемого в нижнюю сварочную зону. Такая зависимость позволяет более полно реализовать оптимальное соотношение расхода топлива при различной производительности печей.

Использование таблицы 6.1.4 для управления температурным режимом нагревательных печей в производственных условиях затруднительно, поскольку сварщику сложно определить время нагрева заготовок. В связи с этим возникает необходимость задания режимов нагрева от параметров, которые известны сварщику печей. Для прогноза времени нагрева использованы регрессионные зависимости времени прокатки от геометрических размеров заготовок и листов.

Таблица 6.1.5. Режимы нагрева заготовок с учетом работы нагревательных печей в одном темпе с листопркатным станом.

Размеры заготовки		Толщина листа (м)	Время нагрева (ч)	Производительность печи (т/ч)	Время прокатки «трио» (с)	Температура в зонах ($^{\circ}\text{C}$)		
Толщина (м)	Ширина (м)					верх сварочной	низ сварочной	томильная
0,18	0,8	0,008	2,63	34,6	48,7	1300	1309	1278
0,20	0,8	0,008	2,87	36,6	51,1	1320	1331	1278
0,16	0,9	0,008	2,30	35,4	47,6	1306	1316	1278
0,18	0,9	0,008	2,41	37,9	50,0	1329	1340	1278
0,15	1,0	0,008	2,07	36,7	47,8	1317	1328	1278
0,15	0,7	0,010	2,57	29,7	41,4	1252	1256	1278
0,18	0,7	0,010	2,80	32,8	45,0	1284	1291	1278
0,15	0,9	0,010	2,11	35,8	44,1	1309	1319	1278
0,17	0,9	0,010	2,23	38,5	46,5	1334	1346	1278
0,15	1,0	0,010	1,97	38,6	45,4	1333	1345	1278
0,16	0,7	0,012	2,48	32,6	40,3	1280	1288	1278
0,18	0,7	0,012	2,63	34,6	42,6	1300	1309	1278
0,15	0,9	0,012	2,01	37,8	41,7	1327	1338	1278
0,16	0,9	0,012	2,07	39,3	42,9	1339	1352	1278

Часть расчетов режимов нагрева при изменяющихся толщине S , ширине B заготовки и толщине листа h представлены в таблице 6.1.5. Огромный объем вариантов (540) режимов дает практически необозримую таблицу, поэтому результаты расчетов представлены в виде номограммы (рис. 6.1.2).

Номограмма позволяет определять температуры в верхней и нижней сварочных зонах, необходимых для нагрева металла до заданных средне-массовой температуры (1180°C) и температурного перепада ($220^{\circ}\text{C}/\text{м}$). Входными параметрами номограммы являются толщина, ширина заготовки и толщина листа. Результатом вычислений по номограмме является температура верхней сварочной зоны, расположенная на вертикальной оси слева и температура нижней сварочной зоны (на той же оси справа). Приведем пример пользования номограммой: нагреваются заготовки со средней толщиной 0,16 м и шириной 0,95 м, из которых катается лист толщиной 0,008 м, требуется определить температуру сварочных зон, необходимую для нагрева заготовок.

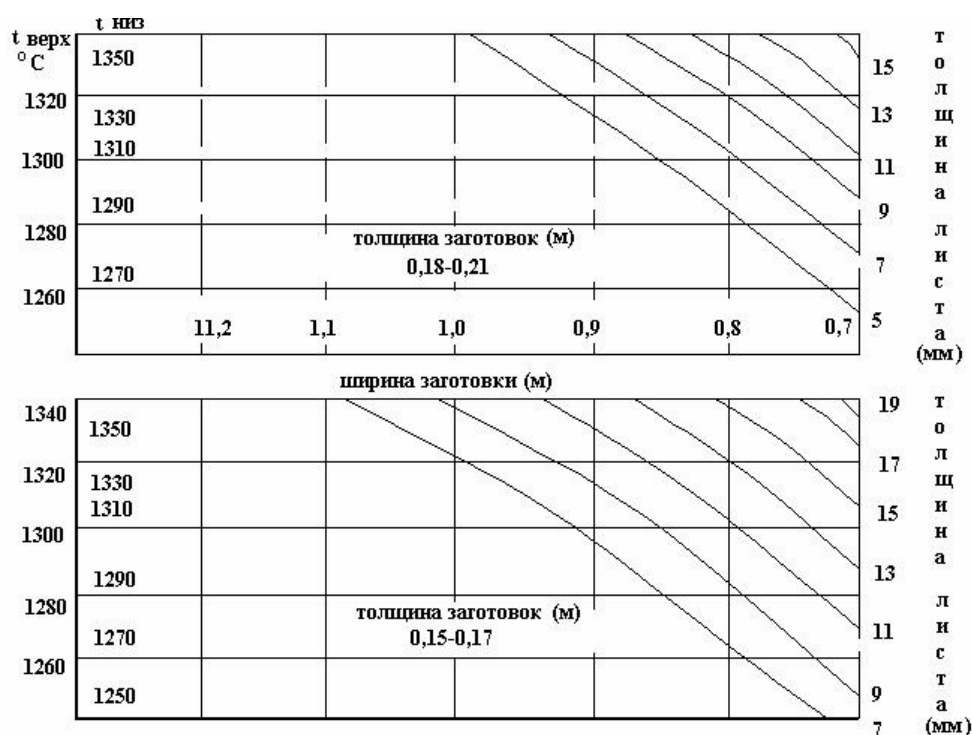


Рис 6.1.2. Номограмма для определения температурного режима сварочных зон методической печи стана 2300 ДМЗ.

Для получения ответа делаются следующие элементарные операции: для заданной группы толщин на горизонтальной оси от точки, обозначающей необходимую ширину заготовки, проводится вертикальная линия до

пересечения с кривой из семейства, определяющего толщину листа. Полученная точка соединяется горизонтальной линией с осью ответов. Результатом вычислений будут температуры: в верхней зоне – 1318°C, в нижней – 1330°C.

Результаты расчетов использованы для построения алгоритмов управления процессом нагрева металла с помощью УВМ. Температура в верхней сварочной зоне определяется как функция следующих параметров: толщины заготовки S , времени нагрева T и среднемассовой температуры t_p :

$$\begin{aligned} t_{CB}^B &= (S, T, t_{cp}), \\ t_{CB}^H &= a_0 + a_1 t_{CB}^B. \end{aligned} \quad (6.1.2)$$

Температура нижней сварочной зоны вычисляется как линейная функция температуры верхней сварочной зоны. Для аппроксимации зависимости (6.1.2) методом наименьших квадратов использованы линейная, степенная функции и неполный полином второй степени (таблица 6.1.6). С целью повышения точности аппроксимации были построены зависимости температуры от S , T , обеспечивающие среднемассовую температуру на выдаче 1180°C и температурный перепад 220°C/м, (таблица 6.1.7). Из всех предложенных зависимостей преимуществом, как по простоте вычисления, так по точности аппроксимации, выделяется неполный полином второй степени.

Приведенные расчеты позволили установить необходимые значения температур в методических печах в зависимости от типоразмеров заготовок. Полученные алгоритмы прогноза времени прокатки и нагрева заготовок, а также алгоритмы управления, позволяющие с достаточно высокой точностью вычислять требуемое управляющее воздействие с учетом своевременного обеспечения качественного нагрева металла.

Таблица 6.1.6. Алгоритмы управления температурой в верхней сварочной зоне в зависимости от толщины S заготовки, времени нагрева T и требуемой среднемассовой температуры нагрева металла.

Вид зависимости	Коэффициенты				Точность аппроксимации (°C)
	a_0	a_1^s	a_2^T	$a_3^{t_{cp}}$	
линейная	-8,59	1868,79	-120,21	1,08	5,1
степенная	2,25	0,268	-0,241	0,994	3,5
неполный полином второй степени	716,51	$\frac{3269,74}{3672,6}$	$\frac{-277,43}{30,08}$	$\frac{0,0}{0,442}$	2,4

Для условий нагрева металла в методических печах стана 2300 ДМЗ проведены расчеты точности нагрева металла при использовании метода разомкнутого управления. Результаты расчетов показывают, что для обеспечения с.к.о. температуры поверхности металла на выдаче не более 4,6°С, с.к.о. прогноза времени прокатки заготовок и с.к.о. толщин заготовок в печи не должны превышать 3,0 секунд и 0,003 м соответственно.

Таблица 6.1.7. Алгоритмы управления температурой в верхней сварочной зоне в зависимости от толщины S заготовки, времени нагрева T , обеспечивающие среднемассовую температуру металла 1180 °С.

Вид зависимости	Коэффициенты			Точность аппроксимации (°С)
	a_0	a_1^S	a_2^T	
линейная	1258,66	2097,17	-134,27	3,8
степенная	2706,89	0,2902	-0,259	0,7
неполный полином второй степени	1268,61	$\frac{4090,4}{-5677,5}$	$\frac{-285,39}{30,34}$	0,58

6.1.3. Двухуровневое управление технологическим комплексом нагревательные печи – прокатный стан.

Рассмотрим задачу оптимизации совместного функционирования технологического комплекса нагревательные печи – прокатный стан. Сформулируем локальные задачи оптимизации работы нагревательных печей и прокатного стана.

Задача А. Заданы геометрически размеры, марка стали заготовок и время нагрева металла, требуется определить управление

$$V = (V_1, V_2, V_3),$$

обеспечивающее заданное распределение температуры по сечению заготовок (5.2.1) и минимизирующее стоимостные расходы на нагрев. При этом должны выполняться известные ограничения (5.2.2)–(5.2.4) на управления и температурное поле заготовок.

Для прокатного стана сформулируем следующую задачу оптимального управления.

Задача В. Задана партия заготовок с геометрическими размерами S , B , L , и температурой t_{cp} , требуется определить режимы обжатий

$$h = (h_1, h_2, \dots, h_n)$$

при прокатке, обеспечивающие получение листа требуемых размеров h , b , удовлетворяющие технологическим и энергосиловым ограничениям прокатки и минимизирующие суммарное время прокатки заготовок на обеих клетях стана.

Для исследований совместной работы нагревательных печей и прокатного стана воспользуемся математическими моделями и алгоритмами оптимальной прокатки, изложенными в работе [73].

Для подпроцессов нагрева и прокатки общего технологического процесса производства листа выделены функции взаимодействия: минимизируемый критерий в задаче В с помощью зависимости (6.1.1.) преобразуется в длительность процесса нагрева для задачи А, переменные состояния (температура нагрева) переходят в терминальные переменные задачи В (температуру начала прокатки). Подпроцессы нагрева и прокатки вместе с функциями взаимодействия становятся пригодными для исследования как единый технологический процесс.

В качестве глобального критерия управления процессом производства листа рассмотрим достаточно общий показатель – прибыль, получаемую в результате функционирования комплекса:

требуется определить управляющие воздействия

$$V = (V_1, V_2, V_3)$$

и

$$h = (h_1, h_2, \dots, h_n),$$

удовлетворяющие технологическим условиям и ограничениям печей и стана соответственно и максимизирующие прибыль при производстве проката:

$$\max_{V, h} \theta = [C - C(I)] P(\tau) \quad (6.1.3)$$

здесь:

C – цена металла;

$C(I)$ – себестоимость производства металла (рассматривается как функция минимизируемых расходов на печи I);

$P(\tau)$ – производительность комплекса печи – стан.

Дана глобальная задача и локальные задачи управления подпроцессами. Рассмотрим возможность решения глобальной задачи с учетом, что могут быть решены локальные задачи А и В. Оба локальных критерия и I таким образом входят в глобальный критерий (6.1.3), что стремление каждой локальной задачи управления улучшить значение своего критерия оптимальности ведет одновременно к улучшению глобального критерия. Однако возникающие взаимодействия между подпроцессами и наличие конфликтного параметра (температуры заготовки, передаваемой из печей на стан), изменение которого приводит к противоположным последствиям в локальных процессах, порождают конфликт между подзадачами, и обуславливает необходимость синтеза некоторой задачи, берущей на себя функции координации двух локальных задач управления.

Управление комплексом нагревательные печи – прокатный стан по

глобальному критерию осуществим с помощью системы управления, состоящей из двух локальных подсистем и координатора (рис.6.1.3). Каждая подсистема решает свою задачу – подсистема управления печью решает задачу А, подсистема управления станом решает задачу В.

Решение задачи В с конкретным значением температуры начала прокатки будем называть t – оптимальным и обозначим через

$$h^t = (h_1^t, h_2^t, \dots, h_n^t).$$

t – оптимальное решение задачи В однозначно определяет входные параметры задачи А: температуру заготовки при выдаче из печи и время нагрева одной заготовки. Поэтому такое решение задачи А назовем также t – оптимальным и обозначим

$$V^t = (V_1^t, V_2^t, V_3^t).$$

Решение глобальной задачи будет получено, если на входы локальных подсистем управления будет подано оптимальное значение t . Поиск такого значения осуществляется специальной подсистемой (координатором), которая решает задачу координации локальных подсистем управления: определить такое t , чтобы t – оптимальные решения

$$h^t = (h_1^t, h_2^t, \dots, h_n^t)$$

и

$$V^t = (V_1^t, V_2^t, V_3^t)$$

были одновременно глобально оптимальными, т.е. максимизировали прибыль.

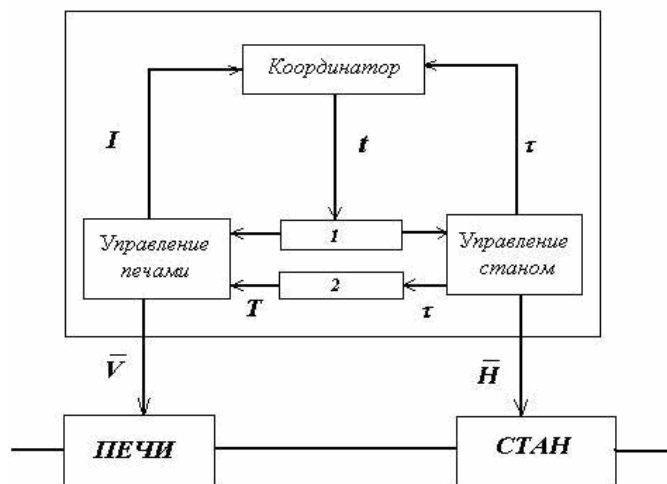


Рис.6.1.3. Структурная схема иерархии задач управления комплексом «нагревательные печи – прокатный стан»

- 1– преобразование t нагрева в температуру начала прокатки;
- 2– преобразование времени прокатки τ во время нагрева T .

Таким образом, решение глобальной задачи возложено на двухуровневую систему управления, в которой на первом уровне локальные подсистемы решают локальные задачи управления, а задача координации решается подсистемой второго уровня – координатором.

Анализ целевых свойств рассматриваемой двухуровневой системы указывает на межуровневую непротиворечивость системы: локальные цели первого уровня не противоречат глобальной цели. Между локальными подсистемами первого уровня возникает внутриуровневый конфликт, вызываемый противоречивостью локальных целей управления и конфликтным параметром t . Все это обусловило необходимость синтеза второго уровня управления – уровня координации.

Решение задач координации двух локальных подсистем управления (локальных задач А и В) состоит в том, чтобы найти некоторую процедуру, которая на основе поступающей информации от локальных подсистем управления позволяла бы определить оптимальное координирующее воздействие. Такая процедура координации построена с использованием возможности разделения взаимодействия локальных задач управления, позволяющего последовательное решение локальных задач с промежуточной увязкой параметров взаимодействия.

Процедура координации заключается в следующем. Координатор выбирает некоторое значение t_n из интервала допустимых температур металла и сообщает его подсистемам первого уровня. Координирующий сигнал для подсистемы управления станом преобразуется в температуру начала прокатки, то есть рассчитывается процесс охлаждения заготовки во время ее транспортировки от печи к стану. Время нагрева заготовки в печи все еще не известно и задача А не может быть решена, тогда как для стана локальная задача полностью определена. По решению τ задачи В определяется время нагрева заготовки T . Затем осуществляется решение локальности задачи управления печью, дающее t_n – оптимальные управляющие воздействия. Так как в постановке задачи А предусмотрено получение требуемого координатором температурного распределения в заготовке на выдаче, то согласование воздействий между подсистемами обеспечено.

Выбор значений t_n в известном интервале температур осуществляется по правилам одномерного поиска максимума по глобальному критерию θ . На основе предположенной процедуры координации проведено моделирование на ЭВМ совместного функционирования нагревательных печей и прокатного стана. Рассмотрим основные результаты численных исследований. Максимально допустимые обжатия на стане непрерывно возрастают с увеличением температуры заготовки. Критерий оптимальности τ на допустимом интервале температур прокатки имеет участки нечувствительности к ее изменениям (рис.6.1.4), появление которых объясняется дискретным характером процесса прокатки, наличием неполных и холостых обжатий.

Увеличение температуры заготовки на выдаче из печи ведет к увеличе-

нию расхода топлива на нагрев одной заготовки V (рис.6.1.5) по двум причинам:

- 1) прямое влияние повышения температуры заготовки;
- 2) опосредованное влияние через уменьшение времени нагрева.

Более сложный характер имеет зависимость количества окалина от температуры заготовки t_n . Уменьшение температуры заготовки сопровождается снижением количества окалина W (прямое влияние), а увеличение длительности нагрева за счет снижения темпа прокатки приводит к росту (опосредствованное влияние). Расходы, связанные с потерей металла в окалину, локально уменьшаются на участках непрерывности с

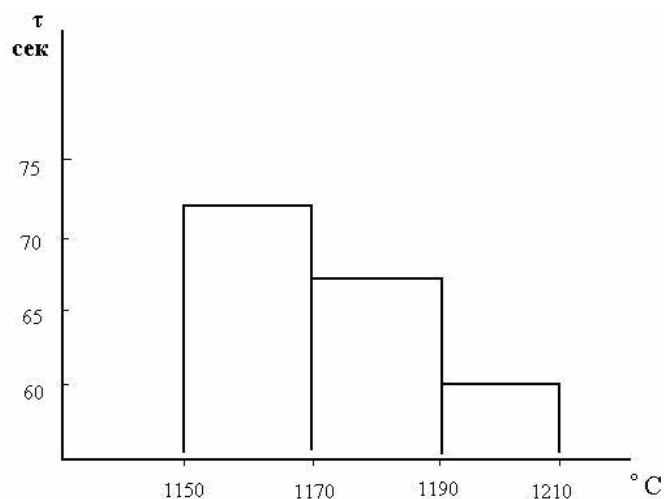


Рис.6.1.4. Зависимость времени прокатки заготовки на черновой клети от температуры начала прокатки.

уменьшением температуры металла, однако глобально возрастают (рис.6.1.5). С увеличением длительности нагрева количество окалина возрастает, и это возрастание не компенсируется уменьшением температуры металла на выдаче из печи, так как в исследуемом диапазоне времени и температуры имеет место

$$\frac{\partial W}{\partial T} > \frac{\partial W}{\partial t_n}$$

Для определения максимума глобального критерия θ достаточно сравнения его значений в точках локальных экстремумов, которые будут соответствовать точкам а, b, с рис. 6.1.5, так как повышение температуры металла в некоторых окрестностях этих точек не дает роста производительности, но увеличивает себестоимость, и это приводит, в конечном счете, только к снижению прибыли. Максимизацию глобального критерия можно осуществить, используя две "чистые" стратегии:

- 1) уменьшение себестоимости готового проката;

2) увеличение производительности комплекса "нагревательные печи – прокатный стан".

Выбор в интервале допустимых температур прокатки минимальной температуры соответствует использованию первой стратегии $\min I = I^*$, а выбор максимальной температуры $\min \tau = \tau^*$ соответствует использованию второй стратегии. Антагонистический характер влияния выбора того или иного значения t_n на локальные критерии делает эти указанные стратегии противоположными.

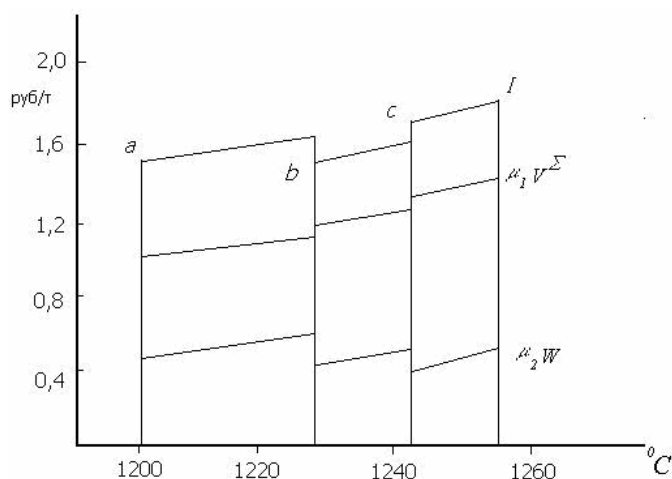


Рис.6.1.5. Зависимость стоимости удельного расхода топлива $\mu_1 V^\Sigma$ и потерь металла в окалину $\mu_2 W$ от температуры нагрева металла.

Противоречивость влияния t_n на локальные критерии имеет место, если критерий I отражает закономерность изменения стоимости расхода топлива, если $C(I)$ будет отражать характер изменения стоимости потерь металла в окалину W , то увеличение t_n будет одновременно уменьшать $C(I)$ и увеличивать $P(\tau)$ т.е. максимальная прибыль всегда будет достигаться при максимально возможной температуре металла при выдаче заготовки из печи.

Одной из важных проблем совместного функционирования технологического комплекса нагревательные печи – прокатный стан является задача синхронизации их функционирования по пропускной способности.

В практических условиях работы прокатных цехов возникают ситуации, когда производительность прокатного стана превосходит производительность участка нагрева. В таких ситуациях задачей системы управления является определение темпа выдачи заготовок из печей, обеспечивающего при максимальной производительности комплекса "нагревательные печи – прокатный стан" качественный нагрев металла.

Для организации управления темпом выдачи заготовок из печей необходимо знать минимальное время его нагрева. Задача определения минимального времени нагрева заготовок заключается в нахождении такой длительности процесса нагрева металла, которая при максимальных температурах в зонах печи обеспечивает заданную среднemasсовую температуру заготовки на выдаче, а температурный перепад по сечению не превосходит требуемой величины. В математическом плане такая задача является задачей определения корня уравнения, заданного алгоритмически. Наиболее простым и удобным для программирования на ЭВМ методом поиска корня уравнения является метод деления отрезка пополам. Задаваемый отрезок должен содержать корень, в противном случае алгоритм сходится к одному из концов отрезка. Для того, чтобы гарантировать определение требуемого времени нагрева, предусмотрен оператор расширения отрезка, в котором определяется корень. Этот оператор выполняется в том случае, если интервал неопределенности уже меньше заданного, а точность получения требуемой среднemasсовой температуры еще не достигнута.

По математической модели (2.1.13)–(2.1.19) проведены расчеты минимального времени нагрева заготовок различной толщины в трехзонной методической печи. Температура в верхней сварочной зоне фиксировалась на уровне 1340°C, в нижней – 1350°C, в томильной зоне – 1280°C. Получена зависимость минимального времени нагрева от толщины заготовки углеродистой стали для различных значений средней температуры металла на выдаче 1180°C. Анализ зависимости минимального времени нагрева заготовок в печи от толщины заготовки показал, что увеличение толщины на 1см приводит к необходимости увеличить длительность нагрева T_{\min} в среднем на 9 минут.

С помощью полученных данных о минимальном времени нагрева решен вопрос о темпе выдачи заготовок из печей, обеспечивающем для каждого набора размеров заготовок и листов максимальную производительность комплекса "нагревательные печи – прокатный стан". Минимальное время нагрева T_{\min}^S заготовки толщины S определяет максимальную производительность печи. Зная T_{\min}^S легко определить требуемый период выдачи заготовок из печей:

$$\tau_{\min} = T_{\min}^S / N_S,$$

Где N_S – количество заготовок шириной B , вмещаемых печами.

На рис.6.1.6 приведена номограмма для определения времени прокатки, при котором достигается максимальная производительность комплекса "нагревательные печи – прокатный стан". Если время прокатки $\tau < \tau_{\min}$, то участок нагрева становится "узким местом", в случае $\tau > \tau_{\min}$ печи используются не на полную мощность.

Время прокатки одной заготовки на черновой клети или период выдачи заготовок из печей, определяемый по номограмме позволяет организовать совместное функционирование комплекса "нагревательные печи – прокатный стан" с максимально возможной производительностью и при этом участок нагрева будет обеспечивать стан качественно нагретым ме-

таллом. Резервом повышения производительности методических печей является нагрев горячих заготовок. Проведенные исследования показывают, что повышение среднемассовой температуры сажаемых в печь заготовок толщиной 0,15 м на каждые 100°С позволяет сократить время нагрева на 6 минут. Эффективность нагрева горячих заготовок растет с увеличением толщины заготовки: для заготовок толщиной 0,21 м увеличение начальной температуры на каждые 100°С ведет к уменьшению времени нагрева уже на 9 минут. Нагрев заготовок с начальной температурой 300 °С позволяет увеличить производительность печи на 25%.

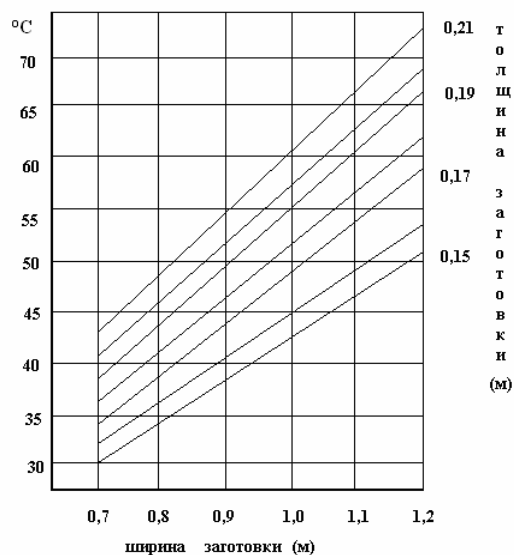


Рис.6.1.6 Номограмма для определения периода выдачи заготовок из печей, обеспечивающего максимальную производительность нагревательных печей ДМЗ.

При нагреве и прокате заготовок различных геометрических размеров нагревательные печи и прокатный стан имеют различную пропускную способность. Множество геометрических размеров заготовок и листов $M = \{SBLhb\}$ можно разбить на два непересекающихся подмножества и M . Множество M образуют заготовки и катаемые из них листы, для которых участок нагрева не является узким местом, т.е. производительность печей больше либо равна производительности стана. Множество M_2 – это такие $\{SBLhb\}$, при которых производительность печей оказывается меньше производительности стана.

Для условий листопрокатного цеха ДМЗ проведено исследование заготовок и листов с целью определения подмножеств M_1, M_2 . Из геометриче-

ских размеров S , B , L , h , b выделены наиболее существенные параметры с точки зрения производительности печей и стана. Такими параметрами оказались толщина S и ширина B заготовки и толщина h листа. Параметр S определяет скорость нагрева заготовки, B – емкость печей, h – определяет время прокатки заготовки, а B и h вместе определяют необходимое время нагрева заготовки для согласованной работы печей и стана. На рис.6.1.7 приведена номограмма, позволяющая отнести те или иные размеры заготовки и листа к множествам M_1 , M_2 .

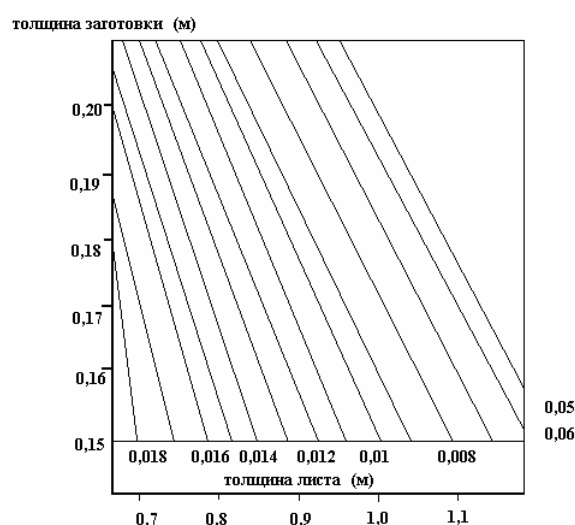


Рис.6.1.7. Номограмма для определения пропускной способности участков нагрева и прокатки при производстве листов различных размеров на ДМЗ.

Для каждой толщины h множество размеров заготовок делится на два подмножества: множество заготовок, для которых печи не являются "узким местом" (слева от линии h), и множество заготовок, нагрев которых до заданного распределения температуры не возможен в одном темпе с работой стана (справа от линии h).

6.2. Разработка и исследование эффективности функционирования систем управления температурным режимом нагрева металла в нагревательных печах станов 3600 ММК «Азовсталь» и 3000 ММК им. Ильича.

6.2.1. Алгоритм функционирования и информационное обеспечение системы управления температурным режимом нагрева металла.

Целью создания систем управления технологическими процессами является управление режимами обработки материалов, обеспечивающими высокое качество готовой продукции с минимальными затратами энергии при заданной производительности технологического комплекса. Структурно компьютерную систему управления можно представить в виде ряда подсистем, выделяемых по функциональному принципу (рис.6.2.1): локальные подсистемы различных уровней и информационная подсистема.

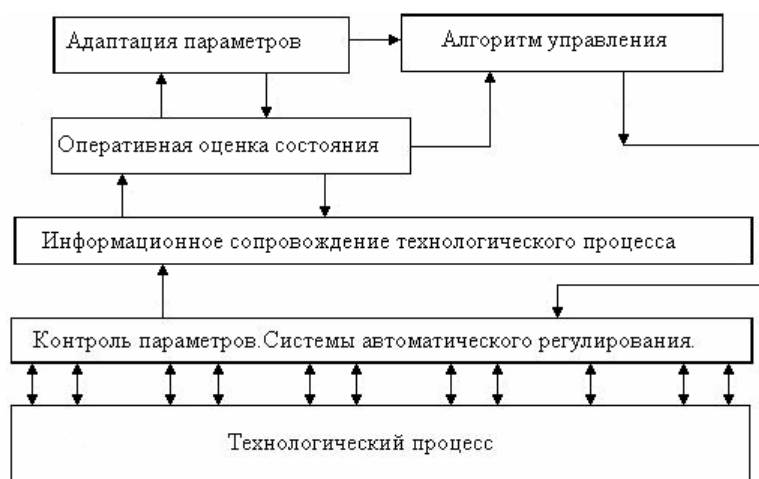


Рисунок 6.2.1. Структурная схема системы управления технологическим процессом.

В условиях непрерывного производства алгоритм функционирования системы управления температурным режимом нагрева металла состоит в ряде периодически повторяющихся действий, состоящих в следующей последовательности:

- ввод данных о посадке новых заготовок в печь;
- опрос датчиков о температурах греющей среды и металла в зонах печи;
- расчет температурного состояния заготовок по математической модели;
- коррекция коэффициентов теплообмена математической модели по результатам замеров температуры;
- прогноз времени пребывания заготовок в зонах печи с учетом плана – графика выдачи заготовок;
- оценка ситуации на участке нагревательные печи–прокатный стан с целью определения характера управляющего воздействия (по температурному режиму, либо темпу выдачи металла);
- определение темпа выдачи заготовок;
- оценка температурного состояния металла в зоне;
- расчет в соответствии с алгоритмом управления установок для регулирования температуры греющей среды в зонах;
- ввод данных о выдаче заготовок из печи;
- переход к процедуре ввода данных о параметрах сажаемых в печь заготовок (первый пункт алгоритма).

Система управления нагревом металла на участке нагревательных печей должна обмениваться информацией с системами управления на других участках листопрокатного производства и с вышестоящей системой управления цехом. От цехового уровня должна поступать информация о планах–графиках посадки–выдачи заготовок, которые должны содержать информацию о партиях заготовок (размерах, марках стали), об очередностях посадки и времени выдачи заготовок, информация о плановых остановках печей. На участок проката должна передаваться информация о температуре нагрева слябов, поступающих на прокатку. Эти данные будут использованы для расчета режимов прокатки металла.

Целью математического моделирования процесса нагрева металла в методической печи является обеспечение АСУ участка нагревательных печей достоверной информацией о температурном состоянии нагреваемого металла от момента посадки до выдачи из печи. Математическая модель позволит в оперативном режиме получать информацию, необходимую для работы алгоритма управления, а также снабжать оператора печи информацией о степени готовности слябов к выдаче на прокатку. В режиме советчика математическая модель ответит оператору о последствиях того или иного решения о температурном режиме нагрева металла.

Математическая модель должна выдавать в оперативном режиме информацию о распределении температуры по сечению каждой заготовки, находящейся в печи. При этом она должна учитывать конструктивные особенности и теплотехнические условия нагрева металла в каждой зоне, теплофизические характеристики металла (теплопроводность, теплоемкость, плотность), технологические требования к нагреву металла.

Входной информацией для расчета математической модели процесса нагрева металла являются данные:

- по конструктивным характеристикам печи: длины зон, наличие глиссажных труб в зонах;
- по теплотехническим условиям нагрева: распределение температуры греющей среды, коэффициенты лучистого и конвективного теплообмена в зонах;
- по характеристикам металла: геометрические размеры заготовок (толщина, ширина, длина), теплоемкость, теплопроводность, плотность металла, которые в свою очередь зависят от температуры;
- времени характеристики процесса нагрева: временной интервал между выдачами заготовок из печи, время пребывания каждой заготовки в зоне.

Выходной информацией математической модели является температура каждой заготовки по ее сечению в любой момент времени нагрева, среднemasсовая температура, а также температурный перепад по сечению.

Часть перечисленных входных параметров должна поступать в оперативном режиме в результате измерений – это температура в каждой зоне печи, временные характеристики продвижения металла в печи. Остальные значения параметров должны находиться в информационной системе АСУ участка нагревательных печей.

Математическая модель должна быть адаптируема к реальным условиям. В том случае, если имеется оперативная информация о температуре металла в каких-либо точках печи, необходимо предусмотреть возможность подстройки параметров модели в реальном масштабе времени.

Основным требованием к информационному обеспечению на участке нагревательных печей является принцип достаточности информации о функционировании для выполнения всех функций АСУ листопрокатного производства. Информационное обеспечение на участке нагревательных печей должно быть совместимо с информационным обеспечением АСУ листопрокатного производства по содержанию, системе кодирования, методу адресования, форматам данных и форме представления информации.

Совокупность информационных массивов АСУ участка нагревательных печей должна быть организована в виде баз данных на машинных носителях. Структура информационного обеспечения на участке нагревательных печей определяется следующими факторами:

- местом сбора информации, либо источником получения информации;
- частотой получения информации.

Рассмотрим структуру информационного обеспечения основной функции АСУ участка нагревательных печей – автоматическое управление температурным режимом нагрева металла. Информацию для обеспечения этой функции можно разделить на три типа по источникам получения:

- 1) информация, получаемая на участке нагревательных печей;
- 2) информация, получаемая от других участков либо подсистем управления более высокого уровня;

3) нормативно–справочная информация, хранимая в базе данных АСУ нагревательных печей.

Перейдем к характеристике этой информации:

1. На участке нагревательных печей осуществляется измерение температуры греющей среды в каждой зоне печей. Частота поступления этой информации в АСУ нагревательных печей должна определяться динамическими характеристиками температур и соответствовать требованиям однозначного воспроизведения при математическом моделировании температурных режимов нагрева металла. Необходимо фиксировать временной интервал между выдачами и посадкам заготовок из печей.

2. Информация о геометрических размерах, марке стали и количестве заготовок в партиях, а также очередность их прокатки. Временной график посадки и выдачи заготовок из печей.

3. Информация о геометрических размерах печей, теплофизических характеристиках различных марок сталей, требуемых температурах нагрева различных марок сталей, коэффициентах теплообмена в зонах печей, значениях технологических ограничений на температурные режимы нагрева металла и кладки печей.

По частоте получения информация ранжируется следующим образом:

- измерение температуры греющей среды;
- измерение временных интервалов выдачи и посадки заготовок;
- поступление информации о геометрических размерах и временном графике посадки и выдачи заготовок;
- нормативно – справочная информация.

Для осуществления оперативного расчета теплового состояния заготовок в печи по математической модели необходимо располагать следующей входной информацией:

- геометрические размеры заготовок (толщина и ширина);
- марка стали, которая позволит установить теплофизические характеристики металла – теплоемкость, теплопроводность, плотность;
- последовательность посадки по рядам печи и сигналы посадки и выдачи в соответствии с планом–графиком посадки и выдачи заготовок.

Эта информация должна оперативно поддерживаться в системе управления в информационном сопровождении металла в технологическом потоке.

Входная информация, получаемая путем измерений в печи:

- температура отходящих газов;
- температура в верхней 1 сварочной зоне;
- температура в нижней 1 сварочной зоне;
- температура в верхней 2 сварочной зоне;
- температура в нижней 2 сварочной зоне;
- температура в томильной зоне;
- температура поверхности металла в конце 1 сварочной зоны;
- температура поверхности металла в конце 2 сварочной зоны.

Выходная информация:

- температурное распределение по сечению каждой заготовки в любой момент времени, на основании которого рассчитываются следующие величины: среднемассовая температура, температурный перепад по сечению.

Внутренняя нормативно–справочная информация:

- длины зон печи;
- коэффициенты теплообмена в зонах печи;
- теплофизические характеристики всех групп марок сталей: теплоемкость, теплопроводность, плотность как функции температуры.

Нормативно–справочная информация – это информация постоянного хранения. В случае появления новых марок сталей, необходимо соответствующее пополнение данных. Внутренними данными являются коэффициенты теплообмена в зонах печи, которые необходимо настраивать по мере изменения условий эксплуатации печей. Выходная информация будет использоваться алгоритмом управления для расчета управляющего воздействия (температуры в зонах печи), а также оператором печи для контроля технологического процесса.

Использование предложенной математической модели позволит обеспечить требуемое теплосодержание заготовок на выдаче, что обусловит экономичное по расходу топлива и потерей металла функционирование участка печей, а также сведение до минимума простоев прокатного стана по причине отсутствия горячего металла.

6.2.2. Структура алгоритмов начальной настройки подсистемы оперативного прогноза теплового состояния металла.

В системе управления нагревом металла в методических печах стана 3600 ММК "Азовсталь" с целью повышения точности нагрева металла предложено использовать метод управления с оперативной оценкой теплового состояния заготовок, выполняющей частично функции обратной связи. Входной информацией для расчета теплового состояния заготовок является температура греющей среды в зонах печи, измеряемая термопарами, размеры заготовок, марка стали и местоположение металла в рабочем пространстве, т.е. информация непрерывно отражается в подсистеме слежения за продвижением заготовок в печах. Выходная информация о температурном распределении по сечению заготовок используется для расчета требуемой температуры в зонах печи. Математическая модель оперативной оценки состояния заготовок представляет собой квазилинейное уравнение теплопроводности с линейными граничными условиями:

$$c(t)\rho(t)\frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial X} \left[\lambda(t) \frac{\partial t}{\partial X} \right], \quad (6.2.1)$$

$$-\lambda(t) \frac{\partial t}{\partial X} \Big|_{X=0} = \alpha_1^\Sigma (t_n^1 - t(0, \tau)); \quad (6.2.2)$$

$$\lambda(t) \frac{\partial t}{\partial X} \Big|_{X=S} = \alpha_2^\Sigma (t_n^2 - t(S, \tau)); \quad (6.2.3)$$

$$t(0, X) = t_o(X); \quad (6.2.4)$$

где

$$\alpha^\Sigma = \alpha_{\text{изл}} + \alpha_{\text{кон}}$$

– суммарный коэффициент теплоотдачи, учитывающий теплоотдачу излучением $\alpha_{\text{изл}}$ и конвекцией $\alpha_{\text{кон}}$. Для обеспечения высокой точности оперативной оценки теплового состояния заготовок необходима начальная настройка коэффициентов $\alpha_1^\Sigma(l)$, $\alpha_2^\Sigma(l)$, изменяющихся по длине l рабочего пространства печи. Настройка параметров математической модели (6.2.1)–(6.2.4) проводится по экспериментальным данным прогонки опытного сляба.

По предложенной методике получения регуляризованного решения ОЗТ для математической модели (6.2.1)–(6.2.4) разработана подсистема начальной настройки параметров теплообмена. Входной информацией для подсистемы является: температура опытного сляба $t(X_i, \tau_j)$, измеренная в точках X_i , $i = 1$ – точка измерения температуры заготовки, расположенная на величину ΔX выше нижней поверхности, $i = 2$ – точка с координатой

$$X = S - \Delta X,$$

τ_j – моменты времени, в которые производились замеры температуры; температура в зонах печи $t_n^1(\tau)$, $t_n^2(\tau)$; толщина S опытного сляба, теплофизические свойства металла $\lambda(t)$, $c(t)$, $\rho(t)$ в зависимости от температуры, представленные в виде

таблицы. Результатом расчета являются кусочно–постоянные функции $\alpha_1^\Sigma(\tau_j)$, $\alpha_2^\Sigma(\tau_j)$, которые затем привязываются к координате по длине печи. Подсистема рассчитана на любое количество измерений температуры металла во времени τ_j , представляемое в памяти независимо от количества зон печи. В подсистеме используются следующие процедуры:

- для расчета температурного поля по математической модели (6.2.1)–(6.2.4) процесса нагрева металла;
- для вычисления значений величины невязки $\delta[\alpha_1^\Sigma(\tau_j), \alpha_2^\Sigma(\tau_j)]$, и регуляризирующего функционала $I[\gamma, \alpha_1^\Sigma(\tau_j), \alpha_2^\Sigma(\tau_j)]$;
- для градиентной минимизации регуляризирующего функционала по переменным $\alpha_1^\Sigma(\tau_j)$, $\alpha_2^\Sigma(\tau_j)$ и вычисления невязки σ .

Параметр регуляризации γ вычисляется по принципу невязки как корень некоторого уравнения, заданного алгоритмически. Для определения γ использован метод деления отрезка пополам. Алгоритм начальной настройки параметров теплообмена, реализующий поиск параметра регуляризации и градиентную минимизацию регуляризирующего функционала $I(\bar{\alpha})$, состоит в выполнении следующих основных операций:

- 1) задаются начальные приближения по вектору искомых переменных $\bar{\alpha}$ и интервал неопределенности $[\gamma_1, \gamma_2]$ для параметра регуляризации γ ;
- 2) вычисляется очередное приближение по параметру регуляризации
$$\gamma = (\gamma_1 + \gamma_2)/2$$
 –середина интервала неопределенности;
- 3) определяется значение регуляризирующего функционала $I(\bar{\alpha})$ для имеющегося приближения $\bar{\alpha}$ и γ ;
- 4) вычисляются компоненты градиента $\partial I / \partial a_i$ функционала $I(\bar{\alpha})$ по переменным вектора $\bar{\alpha}$;
- 5) адаптируется шаг по градиенту β в соответствии с методом наискорейшего спуска;
- 6) вычисляется новое приближение $\bar{\alpha}$ (шаг по градиенту);
- 7) вычисляется функционал $I(\bar{\alpha})$ и для нового значения $\bar{\alpha}$;
- 8) проверяется условие достижения заданной точности минимизации $I(\bar{\alpha})$ и переход к следующей итерации, если требование по точности выполнено, в противном случае осуществляется переход к пункту 4 алгоритма;
- 9) проверяется условие требуемой точности по невязке $|\delta - \delta^*|$, если требование по точности выполнено, то решение получено и осуществляется выход на конец программы (п.11); в противном случае переходим к следующей итерации;
- 10) корректируется интервал неопределенности по параметру регуляризации (если $\delta \leq \delta^*$, то $\gamma_1 = \gamma$, в противном случае $\gamma_2 = \gamma$, и осуществляется безусловный переход к пункту 2 алгоритма);
- 11) результаты вычислений запоминаются в базе данных.

Опытно–промышленная оценка эффективности алгоритмов начальной настройки параметров математической модели проведена по экспериментальным данным прогонки опытного сляба в методической печи N 4 стана 3600 ММК "Азовсталь". На рис.6.2.1. приведены коэффициенты $\alpha_1^\Sigma(l), \alpha_2^\Sigma(l)$ (как функции координаты l по длине печи). Характерной особенностью функции $\alpha_1^\Sigma(l), \alpha_2^\Sigma(l)$ является существенная нелинейность, наличие одного максимума и значительное изменение величины коэффициента теплообмена по длине печи (от 77 до 916 Вт/ (м² град).

Сравнительный анализ результатов решения задач начальной настройки для математических моделей (2.1.13)–(2.1.19) и (6.2.1)–(6.2.4), отличающихся граничными условиями, позволяет сделать вывод, что при нелиней-

ных граничных условиях коэффициенты теплообмена σ_1, σ_2 изменяются по длине печи достаточно медленно, тогда как при линейных граничных условиях изменение $\alpha_1^\Sigma, \alpha_2^\Sigma$ описывается достаточно сложной функцией. Использование математической модели с нелинейными граничными условиями оказывается предпочтительным с точки зрения подстройки параметров модели и соответствия математического описания физической сущности процесса теплопередачи.

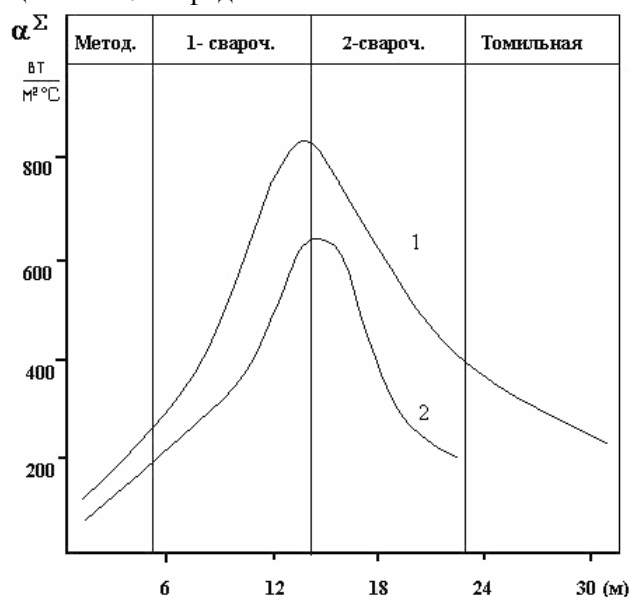


Рис.6.2.1. Результаты расчета коэффициентов теплообмена по длине печи, полученного по экспериментальным данным прогонки опытного сляба в методической печи стана 3600 металлургического комбината "Азовсталь": 1– в верхних зонах, 2– в нижних зонах.

6.2.3. Исследование эффективности алгоритмов управления температурным режимом нагрева металла.

С помощью алгоритмов имитационного моделирования исследовалась эффективность методов управления нагревом металла перед прокаткой на стане 3600 ММК "Азовсталь": метода разомкнутого управления и управления с оценкой теплового состояния заготовок в каждой зоне печи. Алгоритм управления реализует метод Ньютона (см. раздел 5.3.2) для расчета температуры в зоне печи с учетом теплового состояния заготовок, поступающих в зону.

Алгоритм управления реализует зависимость температуры в i -ой зоне

$$U_i = f_i(\bar{S}, \bar{T}, t_H^i(x, \tau), \Delta t_{cp}^*, \Delta t^*) \quad (6.2.5)$$

как функции температурного распределения $t_H^i(x, \tau)$ в заготовке на i -тую зону. Сравнительная характеристика точности управления двух методов относительно ошибок прогноза времени прокатки и нагрева металла представлена в таблице 6.2.1. Сравнение методов управления по с.к.о. температуры металла на выдаче позволяет сделать вывод, что использование оперативной оценки теплового состояния металла существенно улучшает управление конечной температурой заготовок. При разомкнутом управлении разброс температуры металла на выдаче в $3-4^\circ\text{C}$ может быть получен при нагреве однотипных заготовок, если среднеквадратическая погрешность прогноза времени нагрева металла не превышает 0,04 часа. В противном случае разомкнутое управление не обеспечивает требуемого качества нагрева металла. Управление температурным режимом нагрева металла с учетом теплового состояния металла в зонах печи позволяет понизить разброс температуры заготовок в 2-3 раза. Наиболее точно поддается стабилизации температура верхней поверхности заготовки, температуру нижней поверхности стабилизировать существенно не удастся в силу отсутствия нижнего подогрева в томильной зоне. При возмущениях по толщине нагреваемых заготовок S дисперсия температуры металла на выдаче определяется дисперсией толщин заготовок находящихся в печи, и не зависит от выбранного метода управления. Относительно же случайного процесса в целом дисперсия температуры металла на выдаче определяется интервалом корреляции его корреляционной функции.

Таблица 6.2.1 Исследование эффективности методов управления нагревом металла на участке нагревательных печей стана 3600 ММК «Азов-сталь»

Прогноз времени и его средняя квадратическая ошибка		Вероятностные характеристики температуры металла							
		Разомкнутое управление				Управление с оценкой теплового состояния металла в зонах			
Прокатки (с)	нагрева (ч)	t вер-ха в 1-й сварочной	t вер-ха во 2-й сварочной	металл на выдаче		t вер-ха в 1сварочной	t вер-ха во 2-й сварочной	металл на выдаче	
				t вер-ха	t низа			t вер-ха	t низа
45 10	2,6 0,04	851,1 14,6	1182,5 7,4	1218,8 3,7	1173,3 7,2	851,1 12,3	1182,4 3,6	1218,9 0,9	1171,2 3,4
45 15	2,6 0,065	851,2 23,7	1182,4 9,5	1218,7 4,7	1170,7 9,2	851,0 18,4	1182,4 5,1	1218,8 1,6	1170,9 5,5
45 20	2,6 0,08	851,2 31,6	1182,4 16,7	1218,9 8,6	1170,3 16,7	851,0 25,5	1182,3 7,4	1218,5 2,5	1170,3 8,2

Реализация алгоритмов управления (6.2.5) в АСУ ТП нагрева металла в отличие от алгоритмов разомкнутого управления требует значительно большего объема памяти ЭВМ и времени для расчета управляющих воздействий с учетом теплового состояния заготовок. Слежение за температурным полем в заготовках во всех печах участка нагрева требует таких ресурсов вычислительной техники, которые превышают суммарные потребности на реализацию информационного сопровождения заготовок, прогноз времени нагрева и расчет алгоритмов разомкнутого управления.

6.3. Управление температурным режимом обжига известняка в печах КС–1200 Магнитогорского металлургического комбината.

6.3.1. Анализ функционирования печи КС–1200 как объекта управления.

Печь кипящего слоя для обжига известняка представляет собой пяти-зонный обжигový агрегат, в котором две первые по ходу материала зоны (рис. 6.3.1)

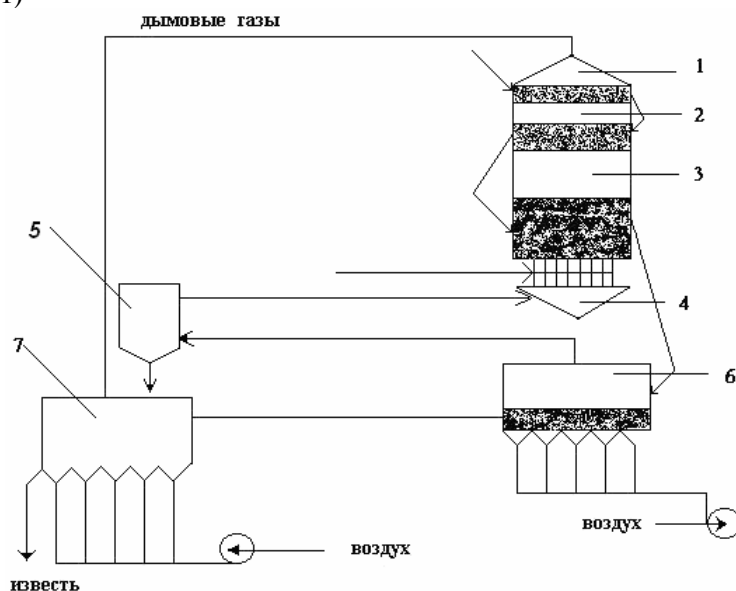


Рис.6.3.1. Технологическая схема печи КС–1200

1 – зона подогрева 1, 2 – зона подогрева 2, 3 – зона обжига, 4 – воздухораспределительная камера, 5 – технологический циклон, 6 – зона охлаждения известняка, 7– доохладитель известняка.

служат для термической подготовки известняка за счет тепла проходящих через зоны продуктов сгорания; третья зона – зона обжига является основной технологической зоной, в которой осуществляется сжигание в слое материала газообразного топлива и за счет выделившегося тепла происходит диссоциация известняка. Утилизация тепла известняку осуществляется в двух последовательно расположенных под зоной обжига охладителях, где в качестве охлаждающего агента используется воздух, который, нагреваясь, поступает в зону обжига. Обработка материала во всех зонах производится в режиме кипящего слоя. Как следует из схемы, две зоны подогрева и зона обжига расположены в одном цилиндрическом корпусе, зоны охлаждения представляют собой отдельно расположенные аппараты. Такая компоновка вызвана необходимостью включения в схему печи промежуточного технологического циклона. Очистка воздуха в циклоне позволяет улучшить аэродинамическое качество распределительной решетки зоны обжига. Топливо подается в печь отдельными газопроводами, каждый из которых оборудован средствами измерения и регулирования расхода газа.

Материал поступает из зон, давление в которых ниже, в зоны с более высоким давлением. Поэтому здесь используются клапанные переточные устройства с запорным слоем, препятствующим продуву перетока охлаждающим агентом. Клапаны переточных устройств позволяют регулировать расход материала путем изменения угла открытия.

Печь КС–1200 оборудована штатными средствами измерения перепадов давления на решетках и кипящих слоях зон, а также температуры в слое, надслоевом пространстве зон печи и в переточных устройствах, что позволяет осуществлять контроль аэродинамического и теплового режимов работы печи.

Процесс обжига известняка в печи КС имеет ряд характерных особенностей:

1) если по зонам печи теплообмен между материалом и охлаждающим агентом происходит в смешивающем токе, то в целом по печи реализуется противоточная схема: материал движется сверху вниз, газовая среда – в противоположном направлении;

2) в силу интенсивного перемешивания материала и практического отсутствия принудительного перемещения материала от мест загрузки к местам выгрузки в зонах печи существует значительный разброс по времени пребывания материала, а, следовательно, и по степени его обработки;

3) процесс сопровождается значительным пылеобразованием за счет истирания материала поверхности частиц и выносом мелочи восходящим потоком газов;

4) обжигаемый известняк неоднороден по своему гранулометрическому составу, что создает определенные трудности при выработке оптимального режима работы печи;

5) возможности управления расходами известняка, воздуха и газа ограничены пределами устойчивости аэродинамического режима и допустимыми пределами работы технологического оборудования. В печь КС поступает известняк, частицы которого приближенно можно считать сферически-

ми с радиусом, изменяющимся в заданном интервале $[R_1, R_2]$. Целью технологического процесса является нагрев частиц до некоторой температуры $t_{об}$, при которой происходит реакция диссоциации известняка на известь и углекислый газ.

Степень обжига зависит от того, насколько глубоко прогреются частицы до температуры обжига. Печи КС предназначены для работы в стационарном режиме, т.е. массовый расход материала по зонам и расход топлива не должны меняться во времени. Однако, вследствие неустойчивости прохождения материала через зоны, меняется среднее время пребывания частиц в зоне, в связи с чем возникает необходимость в оперативной корректировке теплового режима печи. Управление температурой в зонах может быть осуществлено двумя способами: изменением расхода топлива, либо изменением расхода материала, проходящего через зону. Локально температурой в зонах подогрева управлять расходом топлива невозможно, не изменив температуру в зоне обжига. Изменение расхода топлива связано также с установлением других условий теплообмена и гидродинамического режима.

В стационарном режиме для заданной производительности печи существует единственное значение расхода топлива, максимизирующее степень обжига известняка. В связи с этим отсутствует возможность оптимизации стационарных режимов обжига по удельному расходу топлива и задача сводится к управлению конечным состоянием выгружаемого материала.

Задача управления технологическим процессом состоит в корректировке режима работы, направленной на компенсацию случайных возмущающих воздействий таких, как неравномерность прохождения материала по зонам печи и распределения потока оживающей среды, изменение гранулометрического состава, отклонения в работе технологического оборудования, изменение его технических характеристик в процессе эксплуатации.

Разработка алгоритмов управления технологическим процессом, в свою очередь, требует соответствующего математического описания процесса, изучения на его основе факторов, определяющих технико-экономические показатели работы печи.

Анализ печи КС-1200 как объекта управления дает основания считать, что принятая последовательная компоновка и отсутствие автономного управления температурами зон печи оказывается неблагоприятной для работы ее наиболее ответственной зоны – зоны обжига, в которой фактически осуществляются все управляющие воздействия. Возмущения, возникающие как по тракту движения материала, так и по тракту движения газовой фазы в зонах предварительного нагрева и охлаждения, неизбежно достигают зоны обжига. А возмущения, возникающие в самой зоне обжига, возвращаются в виде возмущений по температуре и расходу материала и температуре воздуха.

6.3.2 Критерии оптимизации управления и исследование управляемости процесса обжига известняка.

Задачей оптимального управления обжигом известняка в печах кипящего слоя является обеспечение такого режима функционирования агрегата, который позволит получить известь требуемого качества при минимальных удельных затратах на производство.

Автоматическое регулирование работы переточных устройств позволяет стабилизировать материальный баланс по зонам печи, однако не решает задачи стабилизации степени обжига, поскольку не реагирует на изменения температурного режима. Поддержание в зоне обжига температуры на некотором среднем уровне не гарантирует получения высокой степени обжига в переходных режимах, обусловленных возмущениями по тракту движения материала. К высоким затратам топлива приводит также очевидная стратегия поддержания в зоне обжига максимально возможной температуры.

Поскольку печи КС работают в квазистационарном режиме, и их работа автономна, то для каждого уровня производительности печи существует один оптимальный режим, позволяющий обеспечить требуемое качество обжига известняка при минимальных удельных затратах. Основными составляющими, компонентами себестоимости производства извести есть расход топлива и электроэнергии. Расход топлива является управляющим воздействием, его величина определяется из условия обеспечения температурного режима печи, который позволит получить заданную степень обжига известняка. Электроэнергия потребляется воздухоподувками с целью поддержания высоты кипящего слоя.

Системой управления может быть реализован один из следующих возможных критериев управления:

$$I_1 = G_n \rightarrow \max,$$

т.е. максимизация производительности печи;

$$I_2 = \frac{\mu_1 G_T + \mu_2 E + \mu_3 F(G_n)}{G_n} \rightarrow \min$$

т.е. минимизация себестоимости производства извести при заданном уровне производительности печи, где G_T – расход топлива, E – расход электроэнергии, $F(G_n)$ – затраты на подготовку известняка, μ_1, μ_2, μ_3 – стоимостные коэффициенты.

Могут быть рассмотрены и другие критерии оптимальности, являющиеся различными комбинациями предложенных критериев, а также их частные случаи.

Определение оптимальных режимов по предложенным критериям представляет собой трудно формализуемую задачу в связи со слабостью изученностью таких явлений, как износ печи, зарастание пылью решеток зон печи и других явлений, лимитирующих производительность печи, а также сроки эксплуатации между ремонтами. При наличии ограничений на тех-

нологические и эксплуатационные параметры работы печи, а также учитывая ограниченность числа управляющих воздействий, решение задачи оптимизации управления в стационарных режимах обжига сводится к задаче терминального управления, т.е. к определению таких температур в зонах печи, которые обеспечили бы при заданной производительности требуемую степень обжига известняка γ^* :

$$M[\gamma(\tau_{об})] = \gamma^* \quad (6.3.1)$$

где $\tau_{об}$ – время пребывания частиц в зоне обжига, рассматриваемое как случайная величина. Случайный характер времени пребывания обусловлен совместным действием двух факторов: диффузией частиц и случайной скоростью продвижения материала в зоне.

Представляет интерес выяснить управляющие возможности температуры греющей среды в зоне обжига $U_{об}$, когда случайный характер времени пребывания частиц обусловлен действием первого фактора – диффузией частиц. Разработка температурного режима обжига состоит в определении температуры в зоне печи (неизменяемой в процессе обжига), которая обеспечит заданную степень обжига частицы γ^* , т.е. (6.3.1). В математическом плане решение задачи сводится к одномерному поиску величины $U_{об} = \text{const}$, которая обеспечит выполнение равенства (6.3.1). Для определения требуемой температуры могут быть использованы методы дихотомии, Ньютона и др.

Характер процесса и структура рассматриваемого объекта таковы, что в стационарном режиме функционирования не позволяют в дополнение к условию (6.3.1) ставить задачу минимизации дисперсии степени обжига частиц. В связи с этим каждому уровню степени обжига будет соответствовать свое единственное значение дисперсии.

Анализ возможностей управления степенью обжига и ее дисперсией по результатам расчетов, представленных в таблице 6.3.1, позволяют сделать выводы, что при случайном характере времени пребывания частиц, обусловленного диффузией частиц, изменением температуры обжига можно эффективно управлять только математическим ожиданием. При этом существенного снижения дисперсии добиться не удастся. Можно ожидать понижения дисперсии при приближении обжига к 100%. Однако динамика процесса диссоциации известняка такова, что скорость реакции резко падает при приближении границы к центру частицы (расчет скорости движения границы на поверхности частицы и у центра показывает 4-х кратное ее снижение). Увеличение среднего времени пребывания в 2 раза (с 30 до 60 минут при $T_{ГС} = 1100^\circ\text{C}$) приводит к повышению степени обжига с 74,8% до 89,5%, т.е. на величину не более 15%, а снижение среднего квадратического отклонения всего на 1,5%. В связи с этим стремление к полному обжигу частиц крупных фракций потребует резкого снижения производительности агрегата, либо значительных энергетических затрат.

Некоторого снижения дисперсии степени обжига частиц можно добиться, используя более интенсивные режимы обработки. Так при уменьшении среднего времени пребывания с 50 до 30 минут при одинаковой

степени обжига дисперсия снижается почти на 20%. При этом необходимо поднять температуру обжига на 130–150°C, что может нарушить ограничения по условию оплавления поверхности частиц и приведет опять же к значительным энергетическим затратам

Таким образом, анализ управляемости степени обжига материала в стационарном режиме функционирования печи показал, что при случайном характере времени пребывания частиц, обусловленного диффузией частиц, изменением температуры обжига можно эффективно управлять только математическим ожиданием, при этом существенного снижения дисперсии добиться не удастся.

Таблица 6.3.1. Вероятностные характеристики степени обжига частиц известняка при различных времени пребывания и температуре обжига.

Время пребывания (мин) m_τ/σ_τ	Температура обжига (°C)	Степень обжига m_γ/σ_γ (%)
30 ----- 6	1180	<u>86,1</u> 6,2
	1250	<u>86,0</u> 5,6
40 ----- 11,7	1100	<u>81,5</u> 7,0
	1155	<u>86,0</u> 6,3
50 ----- 16,3	1100	<u>86,1</u> 6,9
	1250	<u>94,3</u> 4,6
60 ----- 21,3	1100	<u>89,5</u> 6,6
	1200	<u>94,7</u> 4,7

6.3.3 Методы и алгоритмы управления температурным режимом обжига известняка.

Зона обжига известняка в печи КС является основной технологической зоной и, как следствие, температурный режим данной зоны определяет температурный режим работы печи в целом. Алгоритм управления степенью обжига производимой в печи КС извести должен вырабатывать управляющие установки для регулятора температуры в зоне, компенсирующие случайные возмущающие воздействия по скорости продвижения материала, а значит и времени пребывания.

Критерием управления рассматривается математическое ожидание квадрата отклонения степени обжига частиц извести от требуемой величины

$$I = M \left[\left[\gamma(\tau_{об}) - \gamma^* \right]^2 \right] \quad (6.3.2)$$

В процессе управления должны выполняться известные ограничения сверху и снизу на управляющие воздействия по температуре в зонах печи и температуру поверхности обжигаемого материала.

Для управления процессом обжига можно воспользоваться методами разомкнутого управления и управления с обратной связью (с использованием информации о температурном состоянии материала в предыдущих зонах и по длине зоны обжига).

В соответствии с методом разомкнутого управления температура зоны обжига $U_{об}$ для заданного гранулометрического состава определяется как функция предстоящего времени пребывания частиц в зоне обжига:

$$U_{об} = f [\tau_{об}] \quad (6.3.3)$$

и не зависит от температурного состояния материала в предыдущих зонах.

Прогноз времени пребывания частиц, поступивших в зону в момент времени j можно осуществить в соответствии с выражением:

$$\tau_{об}^j = M_j / G_j$$

где M_j – масса материала в зоне в момент времени j ; G_j – расход материала, поступающего в зону через переточные устройства.

Алгоритм (6.3.4) позволяет получить ряд значений $\tau_{об}^{j+n}, \tau_{об}^{j+n-1}, \dots, \tau_{об}^{j+1}, \tau_{об}^j$, прогнозируемых с некоторым шагом дискретности, которые характеризуют структуру слоя по времени пребывания. Наличие информации о структуре слоя по времени пребывания позволяет получить более точное управление, чем в случае, когда в расчет принимается лишь мгновенное значение времени пребывания.

С целью повышения точности и устойчивости управления алгоритм (6.3.3) следует дополнить фильтром скользящего осреднения:

$$\bar{\tau}_{об}^i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{i-n} \tau_{об}^j \quad (6.3.5)$$

где величина n определяет память фильтра. Значение n находится из усло-

вия $n \Delta \tau \leq \tau_{об}$, где $\Delta \tau$ – интервал дискретности прогноза времени по алгоритму (6.3.4).

Метод разомкнутого управления частично компенсирует возмущения по производительности печи (времени обжига).

Математическая модель обжига частицы (2.2.14)–(2.2.20) позволяет получить зависимость температуры греющей среды в зоне обжига $U_{об}$ также и от начальной температуры материала $t_M^0(r)$, поступившего в зону обжига. Используя математическую модель для прогноза температурного состояния материала в зонах печи, построим алгоритм управления в виде алгоритмической зависимости:

$$U_{об} = f[t_M^0(r), \bar{\tau}_{об}]. \quad (6.3.6)$$

Зависимость (6.3.6) представляет собой детерминированный регулятор (алгоритм управления) температуры в зоне по входным величинам $t_M^0(r)$, $\bar{\tau}_{об}$, который в отличие от алгоритма (6.3.3) позволяет снять возмущающие воздействия, накопленные в предыдущих зонах.

Недостатком управления (6.3.6) является тот факт, что алгоритм не компенсирует возмущающие воздействия, возникающие в процессе обработки материала в самой зоне обжига.

Управление с оценкой температурного состояния материала в зонах печи в качестве обратной связи должно учитывать реально имеющееся распределение температуры материала по длине зоны $t(r, l, \tau)$. Температура материала несет информацию о структуре слоя по времени пребывания, а также о случайных возмущениях по температуре греющей среды и может рассматриваться как некоторый случайный процесс.

Используем математическую модель обжига частицы (2.2.14)–(2.2.20) в качестве инструмента построения алгоритма управления в виде

$$U_{об} = f[\bar{t}_M(r, l, \tau), \tau_{об}(l)]. \quad (6.3.7)$$

где величину $\bar{t}_M(r, l, \tau)$ будем интерпретировать как оценку температурного состояния материала в зоне. Теперь задача синтеза оптимальных в смысле критерия (6.3.2) алгоритмов управления состоит в построении оптимального фильтра для получения оценки температурного состояния материала в зоне. Можно рассмотреть два типа фильтров случайного поля температур $\bar{t}_M(r, l, \tau)$:

- 1) фильтр по координате l с нулевой памятью, т. е. для настоящего момента времени;
- 2) фильтр по предыстории по временной переменной τ при фиксированном значении l^* .

Фильтр с нулевой памятью имеет вид:

$$\bar{t}_M(r, \tau_j) = \frac{1}{n} \sum_{K=1}^n t_M^0(r, l_K, \tau_j)$$

Этот тип фильтра, построенный на принципах осреднения случайного

поля температур, плохо стыкуется с алгоритмом управления (6.3.7) и математической моделью (2.2.14)–(2.2.20), так как последняя работает с конкретными значениями температуры материала, а не с осредненными по зоне.

Фильтр с памятью емкостью m вычисляется следующим образом:

$$\bar{t}_M(r, l^*, \tau_i) = \frac{1}{m} \sum_{j=i}^{j-m} t_M^0(r, l^*, \tau_j) \quad (6.3.9)$$

где l^* – координата съема информации, выбираемая оптимальным образом из условия минимума дисперсии степени обжига. Емкость памяти ограничивается длиной зоны.

Фильтрацию температурного поля (6.3.9) проще заменить фильтрацией управляющих воздействий, полученных в предыдущие моменты времени:

$$U_{об}(\tau_i) = \frac{1}{m} \sum_{j=i}^{j-m} U_{об}(l^*, \tau_j) \quad (6.3.10)$$

Фильтр с памятью (6.3.10) оказывается более предпочтительным, так как позволяет повысить точность управления процессом обжига и оптимизировать объем вычислений при расчете управляющих воздействий.

Алгоритм управления температурным режимом обжига с оценкой температурного состояния материала в зонах печи в качестве обратной связи состоит в выполнении следующих операций:

- опрос датчиков температур греющей среды в зонах печи и материала в переточных устройствах зон;
- определение количества материала в зонах печи;
- прогноз времени пребывания в зоне обжига в соответствии с алгоритмом (6.3.4);
- оценка ситуации с целью определения характера управляющего воздействия (по температурному режиму, либо по количеству загружаемого и выгружаемого материала): если температура в зоне обжига соответствует предельно допустимой, а прогнозируемое время пребывания не соответствует нормативному, то вырабатывается управляющее воздействие по расходу материала, проходящего через переточные устройства с целью его приведения к заданной величине.
- расчет температурного состояния материала в зонах печи по математической модели (2.2.14)–(2.2.20);
- определение в соответствии с алгоритмом расчета управляющего воздействия (алгоритм метода Ньютона, раздел 5.3.2) требуемого текущего значения температуры греющей среды в зоне;
- фильтрация управляющих воздействий, полученных в предыдущие моменты времени, в соответствии с алгоритмом (6.3.10);
- передача полученного управляющего воздействия локальным регуляторам для исполнения;
- управляющая ЭВМ переходит в режим ожидания в соответствии с шагом дискретности и цикл расчета повторяется.

6.4. Оперативный прогноз температурного состояния и управление процессом коксования угля на Авдеевском КХЗ.

6.4.1. Задачи управления тепловым режимом коксования угля.

Качество кокса определяется следующими требованиями: высокой теплотой сгорания, механической прочностью и однородным гранулометрическим составом, неспекаемостью и чистотой по содержанию вредных примесей (серы и фосфора). Для обогрева коксовых печей в основном используется коксовый, доменный газы и их смеси. Топливо сжигается в простеночном пространстве, равномерность обогрева которого достигается за счет рециркуляции продуктов сгорания и реверса факела. Воздух, подаваемый в простеночное пространство для сжигания топлива, предварительно подогревается до температуры (1100–1200)°С в теплообменниках регенеративного типа. Для камер коксования, имеющих конусность, одновременная готовность кокса по длине достигается дифференцированным подводом отопительного газа и воздуха в каждый отопительный канал. Тепловой режим коксования должен обеспечить заданную производительность печи и требуемое качество кокса. Производительность печи определяется периодом коксования, т.е. временем между загрузкой и выгрузкой камеры коксования. Контроль за температурным режимом коксовой печи осуществляется путем измерения фотопирометром температур в контрольных вертикалах вдоль батареи 1–2 раза в смену. Характеристикой температурного режима обогрева батареи является средняя по всем камерам температура контрольных вертикалов с машинной и коксовой сторонами.

Тепловой режим печи определяется технологическим регламентом в зависимости от периода коксования, марочного и фракционного состава шихты, содержания в ней влаги. Управление температурным режимом коксовой батареи осуществляется изменением расхода топлива на всю печь. Изменения температуры отдельных вертикалов добиваются подбором диафрагмы определенного сечения на подающем газопроводе.

В настоящее время отсутствуют надежные средства измерения температуры коксового пирога в камерах коксования. В связи с этим использование математической модели процесса коксования для прогноза температурного состояния является единственно возможным средством получения информации о процессе. Таким образом, математическая модель (2.3.1)–(2.3.10) должна быть использована как алгоритмический инструмент для выполнения основных информационно–управляющих и диагностических функций системы управления коксованием угля. К информационным функциям следует отнести:

- оперативное слежение за выполнением графика загрузки–выгрузки, марочным составом шихты в камерах коксовой батареи;

- расчет технико–экономических показателей работы батареи;
- оперативный прогноз температурного состояния коксуемой загрузки, кладки простенков;
- прогнозирование времени завершения процесса коксования при заданном тепловом режиме.

Система управления коксованием угля также должна поддерживать базу данных режимных параметров технологического процесса и работы оборудования для решения задач диагностики и оптимизации.

Управляющая функция системы управления состоит в определении требуемого температурного режима обогрева коксовой печи, обеспечивающего заданную план–графиком выгрузки производительность коксовой батареи на основании прогноза реально имеющегося температурного состояния коксовой загрузки в камерах батареи. Использование математической модели (2.3.1)–(2.3.10) для выполнения указанных функций накладывает определенные требования по адекватности модели реальному технологическому процессу.

6.4.2. Задача настройки параметров математической модели процесса коксования угля

Для обеспечения требуемой точности прогноза температурного состояния коксуемой загрузки необходима настройка параметров модели, которая заключается в определении значений параметров по доступным для измерений данным о технологическом процессе. Анализируя совокупность параметров модели (2.3.1)–(2.3.10) с позиции задач настройки к конкретному объекту можно предложить следующую систему ее классификации.

1. Множество параметров, по которым имеется достоверная информация, полученная в результате специальных исследований. Это теплофизические свойства динаса, некоторых марок углей, коксового газа. Информация об этих характеристиках в качестве нормативно–справочной должна находиться в памяти управляющей ЭВМ.

2. Множество параметров, значения которых априори являются неизвестными величинами и существует необходимость в их подстройке к условиям конкретного объекта. К ним относятся коэффициенты лучистого и конвективного теплообмена в системе факел–стенка–коксовый пирог. Эти параметры модели должны быть определены в результате решения задачи настройки.

Идентифицируемые параметры условно могут быть разбиты на два типа: параметры, настраиваемые в автономном режиме на основании достаточно полной информации о процессе, получаемой в результате экспериментальных измерений, и параметры, которые подстраиваются в оперативном режиме с использованием информации, получаемой штатными средствами контроля технологического процесса. Первый тип задач идентификации, требующий достаточно больших объемов информации и сложных методов и алгоритмов, относится к задачам начальной настройки. Ко-

Эффекты модели по признаку принадлежности к конкретному объекту (шихта или камера коксования) разбиваются на две группы. Первую группу составляют коэффициенты, характеризующие условия теплообмена в камере коксования – $\sigma(\tau)$, α , $\sigma_{\text{ск}}(\tau)$ и теплофизические характеристики стенки камеры – $C_W(T)$, $\lambda_W(T)$, ρ_W .

Вторая группа коэффициентов связана с загружаемой шихтой – это теплофизические коэффициенты $C_p(T)$, $\lambda(T)$, W , и коэффициент α_v , характеризующий конвективный перенос тепла в шихте.

Среди коэффициентов первой группы известными считают теплофизические характеристики динасовой стенки камеры [46]. Коэффициенты, характеризующие условия теплообмена в системе факел–стенка–коксовый пирог, требуют начальной настройки к конкретным условиям. Эта группа параметров меняется очень медленно во времени. Необходимость очередной настройки следует связывать с ремонтом кладки стенок вертикалов, изменением характеристик топлива, идущего на обогрев простеночного пространства и т.д. Задача настройки этих параметров может решаться вне системы оперативного температурного состояния кокса.

Вторая группа коэффициентов математической модели связана с теплофизическими характеристиками шихты, которые определяются марочным составом углей. Коэффициент конвективного переноса зависит от фракционного состава шихты, который определяет пористость шихты, а значит и возможность диффузии газов. В условиях стабильного фракционного состава шихты следует ожидать и стабильности величины α_v . В связи с этим параметр α_v может быть настроен заранее, т.е. в результате решения задач начальной настройки.

Теплофизические характеристики шихты представляют собой функции температуры в диапазоне 0–1100°C и могут быть получены в результате лабораторных исследований с привлечением специального оборудования. В связи с этим оперативная подстройка этих параметров не предусматривается.

Настройка математической модели по экспериментальным данным заключается в определении значений коэффициента теплообмена между парогазовой смесью и шихтой в уравнении теплопроводности (2.3.1) – $\alpha_v(X, \tau)$ и коэффициента лучистого теплообмена между факелом и стенкой $\sigma(\tau)$ в граничном условии (2.3.7) для первого этапа. На втором этапе математического моделирования задача настройки упрощается за счет завершения прогрева стенки со стороны факела, температура которой становится равной температуре греющей среды и не зависит от $\sigma(\tau)$. Определению подлежит коэффициент лучистого теплообмена $\sigma_{\text{ск}}(\tau)$ в граничных условиях (2.3.10), для чего достаточно иметь измерения температуры коксового пирога в одной точке.

Обратная задача состоит в определении $\alpha_v(X, \tau)$, $\sigma(\tau)$, $\sigma_{\text{ск}}(\tau)$ для системы уравнений (2.3.1)–(2.3.10) по измеренной температуре коксового пирога $T_i^*(X, \tau)$ для $i = 1, X \in [0, \xi(\tau) - \delta]$, $i = 2, X \in [\xi(\tau) + \delta, i_w]$. При этом

предполагаются известными начальные условия (2.3.8), температура греющей среды вертикалов $U(\tau)$, а также теплофизические характеристики угольной шихты и стенки. Решение обратной задачи сводится к экстремальной задаче, заключающейся в минимизации суммы квадратов невязок между расчетными и измеренными температурами:

$$I(\alpha_v(X, \tau), \sigma(\tau), \sigma_{-j}(\tau)) = \sum_{i=1}^2 \int_0^{\tau_k} [T_i(X, \tau) - T_i^*(X, \tau)]^2 d\tau \quad (6.4.1)$$

Для получения устойчивого решения обратной задачи проведем параметризацию искомых функций. По поводу функции $\alpha_v(X, \tau)$ воспользуемся следующими соображениями. Основными величинами, определяющими значения коэффициента внутреннего теплообмена, являются теплофизические свойства, температура и скорость движения парогазовой смеси в шихте. Расчет количества образующейся парогазовой смеси, температуры и скорости ее движения выходит за рамки рассматриваемой тепловой модели коксования угля. Однако известно, что изменение температуры и скорости фильтрации по координате x имеет характер экспоненциального убывания. Так как в уравнении (2.3.1) температура парогазовой смеси взята в виде константы равной 100°C естественно принять экспоненциальную зависимость величины коэффициента:

$$\alpha_v(X, \tau) = a_0 \frac{X}{\xi(\tau)} e^{-\left[\frac{\xi(\tau) - X}{\xi(\tau)} \right]} \quad (6.4.2)$$

где a_0 – искомый параметр, $0 < X < \xi(\tau)$.

Поскольку отсутствуют априорные соображения о виде функций, описывающих изменение коэффициентов $\sigma(\tau)$, $\sigma_{ck}(\tau)$ по времени, их параметризацию проведем с помощью кубических сплайнов. На равномерной сетке по τ с шагом $\Delta\tau$ на каждом отрезке $\sigma_j(\tau)$ функцию представим в виде многочлена третьей степени, т.е.

$$\sigma_j(\tau) = \sum_{k=0}^3 B_k^j (\tau - \tau_j)^k$$

для

$$\tau \in [\tau_j, \tau_{j+1}], j = 0, \dots, N.$$

Проведенная таким образом параметризация позволяет свести обратную задачу к определению конечного числа параметров $a_0, \sigma(\tau_0), \sigma(\tau_1), \dots, \sigma(\tau_n)$. Расчет искомых параметров осуществляется путем минимизации функционала (3.2.7) градиентным методом.

Остановка итеративного процесса минимизации осуществляется по критерию невязки, т.е. итерации прекращаются при достижении заданной точности минимизации функционала (6.4.1), связываемой с погрешностью измерений ε_{ij} температурных полей. Результаты экспериментальных измерений и расчетов по настройке математической модели приведены в таблице 6.4.1. При расчете использовались справочные значения теплофизи-

ческих коэффициентов для материала стенки и шихты [46].

Сравнительный анализ расчетных значений температур и экспериментальных данных показывает, что максимальные расхождения достигаются для температур поверхности коксового пирога в начальный период времени. Завышение расчетной температуры поверхности можно объяснить принятым в математической модели предположением об идеальном контакте между загрузкой и стенкой вертикала (условие (2.3.5)).

Следует, однако, иметь в виду и алгоритмическую особенность градиентных алгоритмов: скорость сходимости определяется величинами коэффициентов чувствительности температур к коэффициентам $\sigma(\tau_j)$, значения которых в начальной стадии процесса ниже.

Исследование точности прогноза температуры по оси коксового пирога на основе математической модели выполнено для условий работы в достаточно широком диапазоне технологических параметров коксовой батареи N7 Авдеевского КХЗ:

- температуры вертикалов в интервале 1200–1350 °С;
- периода коксования от 14 до 24 часов.

Таблица 6.4.1. Результаты экспериментальных и расчетных значений температур при коксовании в батарее №7 Авдеевского КХЗ

Время (час)	Экспериментальные температуры (°С)				Расчетные температуры (°С)			
	контрольных вертикалов		кокового пирога		на стенке вертикала		кокового пирога	
	машинная сторона	Коксо-совая сторона	в центре	на поверхности	со стороны кокса	со стороны факела	в центре	на поверхности
1,0	1308	1325	63	876	902	1295	55	902
3,0	1310	1328	78	952	976	1297	71	976
5,0	1300	1311	99	1009	1030	1299	82	1030
7,0	1307	1319	112	1038	1052	1299	99	1052
9,0	1308	1318	305	1069	1090	1313	327	1077
11,0	1317	1317	687	1098	1115	1317	719	1102
13,0	1319	1328	895	1122	1131	1323	917	1120
15,0	1319	1330	978	1138	1144	1324	983	1134

В результате решения задачи настройки параметров модели по изложенной выше методике получены следующие величины:

- для $a_V(X, \tau)$ в виде (6.4.2) коэффициент $a_0 = 11,2 \text{ Вт}/(\text{м}^3\text{К})$;

- вектор значений $\sigma(\tau_j)$ в узлах τ_j :

τ_j (час)	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$\sigma(\tau_j) \cdot 10^8$ Вт/(м ² К ⁴)	2,87	2,62	2,58	2,52	2,45	2,40	2,36	2,31	2,23

- вектор значений $\sigma_{ск}(\tau_j)$ в узлах τ_j :

τ_j (час)	9	10	11	12	13	14	15
$\sigma(\tau_j) \cdot 10^8$ Вт/(м ² К ⁴)	2,42	2,39	2,31	2,24	2,22	2,12	1,98

Результаты исследований представлены в таблице 6.4.2. Абсолютная погрешность прогноза температуры в осевой плоскости коксового пирога для τ_k в интервале 14–20 часов не превышала 5–6°С и лишь при увеличении периода коксования более 20 ч погрешность прогноза постепенно возрастает, достигая 20–30°С .

Таблица 6.4.2. Точность прогноза температуры по оси коксового пирога для различных периодов коксования температуры вертикалов коксовой батареи №7 Авдеевского КХЗ

Период коксования (час)	Температура контрольных вертикалов (°С)		Температура по оси коксового пирога (°С)	
	Машинная сторона	Коксовая сторона	Расчетная	Абсолют- ное отклонение
14	1325	1370	994,5	-5,5
15	1305	1350	999,6	-0,4
16	1285	1330	1002,4	2,4
17	1265	1310	1002,3	2,3
18	1245	1290	998,7	-1,3
19	1225	1270	997,6	-2,4
20	1205	1250	995,6	-4,4
22	1200	1245	1010,1	10,1
24	1190	1235	1023,7	23,7

6.4.3. Управление тепловым режимом в системе управления коксованием угля.

В системе управления коксованием угля математическая модель используется для оперативного прогноза температурного состояния коксового пирога в камерах коксовой батареи и расчета требуемого управляющего воздействия – температуры вертикалов, на основании которой рассчитывается температурный режим коксовой батареи в целом. В УВМ вводится следующая оперативная информация:

- план–график о времени загрузки–выгрузки по каждой камере коксовой батареи;
- марочный состав шихты, ее влажность;
- температура в контрольных вертикалах, измеренная в заданный момент времени τ_n .

На момент времени очередного измерения температуры контрольных вертикалов рассчитываются температуры коксовой загрузки $T(X_i, \tau_n)$ и стенки вертикалов $T_w(X_i, \tau_n)$, $i = 1, \dots, n$, по всем камерам батареи. Таким образом, с периодичностью, соответствующей периодам измерения температур контрольных вертикалов, в УВМ имеется информация о температурном состоянии коксового пирога и стенки. Оператор по специальному запросу может получить прогноз температуры коксового пирога на заданный момент времени по любой камере при текущем тепловом режиме. Время ответа на такой запрос составляет 10–20 с.

Точность оценки прогноза зависит также и от точности представления в ПЭВМ функции $U(\tau)$. Чем чаще производятся замеры в контрольных вертикалах, тем точнее представляется эта функция. В условиях стабильности характеристик технологического процесса (калорийности топлива, теплофизических свойств шихты и т.д.) замеры производятся с интервалом 8 ч, в противном случае период контроля температуры целесообразно сократить до 4–6 ч.

Отметим, что вследствие возмущающих воздействий тепловой режим батареи отклоняется от стационарного и температуру коксуемой загрузки в камерах коксования следует рассматривать как случайную величину. Задача управления температурным режимом батареи состоит в стабилизации температуры выдаваемого из камер кокса с учетом имевших место возмущающих воздействий.

Поскольку оценить температурное состояние коксуемой шихты в батарее затруднительно из-за неоднородности температурного процесса коксования (наличия границы между сухой и влажной шихтой), воспользуемся фильтрацией управляющих воздействий, полученных для каждой камеры. Алгоритм расчета управляющего воздействия (температуры батареи $U_{cp}(\tau_{II})$) состоит в следующем. На первом этапе решаются задачи управления температурным режимом каждой камеры коксования. По заданным в текущий момент времени τ_{II} температурам коксовой загрузки $T(x_i, \tau_n)$ и

стенки вертикалов $T_w(x_i, \tau_n)$ требуется определить температуру $U_i(\tau^*)$ контрольных вертикалов, при которой к моменту времени τ_i^* , определенного план–графиком, температура по оси коксового пирога достигнет требуемой величины T^*

$$T_i(0, \tau_i^*) = T^* \quad (6.4.3)$$

Задача управления (6.4.3) представляет собой краевую задачу с фиксированным правым концом и решается численными методами поиска корня уравнения (6.4.3) относительно $U_i(\tau^*) = \text{const}$ с использованием модели (2.3.1)–(2.3.10). Для поиска $U_i(\tau^*)$ применяется метод Ньютона, позволяющий минимизировать время решения задачи.

Затем, по полученным значениям U_i необходимо определить управляющее воздействие на печь $U_{cp}(\tau_{II})$. Поскольку U_i являются случайными величинами (вследствие случайного характера температуры загрузки) необходимо построить оптимальный фильтр для расчета управляющего воздействия $U_{cp}(\tau^*)$. В качестве критерия оптимальности принимаем минимум среднего квадратического отклонения температуры кокса на выдаче.

Целесообразно использовать различные стратегии управления в зависимости от характера протекания технологического процесса и имевших место возмущающих воздействий. Различным стратегиям управления будут соответствовать и различные алгоритмы фильтрации. В ситуации, когда возмущающие воздействия невелики по интенсивности и режим коксования можно считать близким к стационарному случайному процессу, оптимальным фильтром является простое арифметическое осреднение U_i , $i = 1, n$ на каждом такте расчета управляющего воздействия $U_{cp}(\tau^*)$.

При существенных возмущениях, вызывающих переходные процессы (изменение марочного состава, либо времени коксования при выходе из строя оборудования), целесообразно принять стратегию гарантированного управления, при котором управляющее воздействие будет определяться температурным состоянием камеры коксования, попавшей в наихудшие условия, т.е. $U_{cp}(\tau^*) = \max\{U_i\}$ либо $U_{cp}(\tau^*) = \min\{U_i\}$ в зависимости от ситуации. Множество рассматриваемых камер при этом ограничивается камерами, которые предстоит разгрузить в ближайшее время. В том случае, если рассчитанное $U_{cp}(\tau^*) > \bar{U}$, (\bar{U} – технологическое ограничение по условиям эксплуатации), оператор получает данные о предполагаемом времени выполнения условия (6.4.3) при $U_{cp}(\tau^*) = \bar{U}$ и в соответствии с этим принимает решение о корректировке плана–графика выдачи кокса из камеры батареи.

Для реализации функций оперативного прогноза температурного состояния и управления разработан пакет программ, предназначенный для эксплуатации на ПЭВМ типа IBM–386 и выше.

6.4.4. Программный комплекс для оперативного прогноза температурного состояния и управления процессом коксования угля.

1. Назначение и характеристика.

Разработанный программный комплекс (ПК) для расчета температурного состояния коксового пирога с учетом теплофизических характеристик шихты, условий теплопередачи в камере коксования. ПК позволяет реализовать ряд функций в системе оперативного управления технологическим процессом производства кокса.

Информационные функции:

- оперативный прогноз температурного состояния коксуемой загрузки, кладки простенков;
- прогнозирование времени завершения процесса коксования в конкретных камерах при заданном тепловом режиме.

Управляющие функции:

- расчет температурного режима коксования (требуемой температуры в вертикалах и температуры печи), обеспечивающего заданную производительность коксовой батареи.

ПК осуществляет расчет температурного поля по сечению коксового пирога и стенки от момента загрузки шихты до достижения температуры по оси коксового пирога заданного значения.

ПК написан на языке Си, и в своей структуре содержит ряд процедур, описанных в виде отдельных модулей и определенных через описание с помощью define.

2. Используемая информация.

Для расчета используются входные данные, поступающие из внешней вычислительной среды. Данные должны быть представлены в виде отдельных массивов вещественных чисел с плавающей точкой.

Входная оперативная информация:

- время загрузки шихты;
- влажность шихты;
- насыпная плотность шихты;
- массив температур контрольных вертикалов с машинной и коксовой стороны, слева и справа от коксового пирога в заданный момент времени и в предыдущий момент измерения;
- время, на момент которого требуется получить расчет.

Нормативно-справочные данные:

- теплоемкость, теплопроводность и плотность огнеупорного материала стенки вертикалов, заданные как функции температуры;
- коэффициенты лучистого и конвективного теплообмена между греющей средой вертикалов и стенкой;
- коэффициенты лучистого и конвективного теплообмена между стенкой и коксовым пирогом;
- удельная теплота испарения влаги;

- теплопроводность газовой среды в зазоре стенкой и коксовой загрузки;
 - геометрические размеры камеры коксования и стенки.
3. Результирующая информация.
Результатом работы ПК являются:
- 1) оперативные данные по каждой камере коксования:
- массив температур по сечению коксового пирога в заданный момент времени, размерность массива – 14 элементов;
 - массив температур по сечению стенки в заданный момент времени, размерность – 7 элементов.
- 2) управляющие воздействия в виде:
- рекомендуемая температура контрольных вертикалов по камерам коксования, разгружаемым в первую очередь.
 - средней температуры по печи с учетом плана–графика выдачи кокса из камер коксования;
4. Алгоритм расчета температурного состояния коксовой загрузки в камерах коксования:
- 1) осуществляется загрузка исходных данных из внешней вычислительной среды;
 - 2) определяются начальные условия для температуры коксовой загрузки и стенки;
 - 3) осуществляется расчет внутренних точек температур коксового пирога методом прогонки;
 - 4) отыскиваются температура фазового перехода влаги (ловушка для условия Стефана);
 - 5) рассчитывается краевое условие на стенке со стороны факела с целью определения температуры поверхности стенки;
 - 6) методом прогонки рассчитываются внутренние точки для стенки;
 - 7) методом Ньютона рассчитывается краевое условие в точке стыка "коксовый пирог–стенка";
 - 8) осуществляется обратный ход метода прогонки для расчета температуры коксового пирога и стенки;
 - 9) наращивается текущее время на величину шага квантования;
 - 10) проверяется условие окончания сушки, если оно выполнено осуществляется переход к п.11, в противном случае к п.2;
 - 11) рассчитывается температурное поле коксового пирога с учетом усадки;
 - 12) рассчитывается температурное поле стенки;
 - 13) рассчитывается краевое условие теплообмена между коксовым пирогом и стенкой с учетом появления зазора;
 - 14) рассчитывается краевое условие со стороны факела;
 - 15) определяется среднemasсовая температура коксового пирога;
 - 16) наращивается текущее время и проверяется условие окончания счета по заданному периоду коксования, если оно выполнено осуществляется переход к п.11, в противном случае к п.17;
 - 17) осуществляется загрузка результатов расчета в базу данных.
- Алгоритм рассчитывает управляющие воздействия индивидуально для каждой камеры коксования и на основе полученных температур рассчиты-

вает требуемую температуру печи.

Основные вычислительные операции алгоритма:

- 1) организуется цикл по камерам коксования ($i = 1$) ;
- 2) загружается информация по температурному полю коксового пирога $t_i(x, \tau)$ и стенки i -той камеры $t_i^W(x, \tau)$ на данный момент времени τ .
- 3) определяется время τ_B^i , оставшееся до выгрузки кокса из камеры по план-графику загрузки-выгрузки;
- 4) методом Ньютона (см. алгоритм раздела 5.3.2) вычисляется температура U_i контрольных вертикалов, обеспечивающая к моменту τ_B^i требуемую температуру по оси коксового пирога t^* ;
- 5) результат вычислений U_i запоминается в базе данных и переходим к расчету следующей камеры (если $i+1 \leq n$, то переходим к п.1, в противном случае выполняется следующий пункт);
- 6) рассчитывается управляющее воздействие \bar{U} в виде средней температуры печи по имеющемуся массиву U_i , $I=1, n$;
- 7) управляющие воздействия высвечиваются оператору печи для принятия решения по ведению температурного процесса коксования.

Пакет программ обеспечивает высокий уровень автоматизации решения задач управления инженерно-техническим персоналом коксового цеха, позволяет повысить оперативность и обоснованность инженерных решений по управлению температурным режимом коксования, выполнению план-графика выгрузки готовой продукции, и в результате обеспечить ритмичность производства, повысить производительность коксовых батарей и качество кокса.

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Главной тенденцией в автоматизации является интенсивная разработка высокоорганизованных систем управления технологическими процессами на базе современных методов управления и средств вычислительной техники.

Стохастический характер функционирования производственных процессов, обусловленный случайным характером возмущающих воздействий и полезных сигналов, сложность математических моделей и критериев оптимизации приводит к существенным трудностям теоретического обоснования и решения практических проблем создания оптимальных автоматических и автоматизированных систем управления. На стадии проектирования АСУ ТП для уже существующих и строящихся печей возрастает важность обоснованности принимаемых инженерных решений. Разработка АСУ ТП должна опираться на исчерпывающие знания свойств процесса, изучаемого с точки зрения проблем автоматизации управления. С этих позиций и рассмотрим основные результаты исследований данной работы.

В монографии рассмотрены вопросы всестороннего анализа технологических процессов нагрева металла в проходных печах прокатного производства, коксования угля, производства металлургической извести, непрерывной разливки стали на основе математического и имитационного моделирования, анализа статистических данных и теплофизических экспериментальных измерений.

Исследование предложенных математических моделей технологических процессов тепловой обработки материалов проводилось по следующим основным направлениям.

1. Исследование параметрической чувствительности математических моделей выполнено с целью синтеза точностных характеристик параметров, оценки информативности и условий оптимальности теплофизических экспериментов, проводимых с целью идентификации параметров.

2. Исследование сложности алгоритмов и трудоемкости вычислений при решении задач начальной настройки параметров математических моделей с различными граничными условиями.

3. Исследование стационарных режимов нагрева металла оптимальных по критериям расхода топлива и потерь металла в окалину с целью синтеза алгоритмов терминального управления температурным режимом нагрева металла с учетом экономичной работы нагревательных печей.

4. Исследование вероятностных характеристик случайных возмущений и анализ их влияния на вероятностные характеристики температуры нагреваемого материала.

Целью управления технологическими процессами в условиях производства является стабилизация температурных параметров нагреваемого материала и обеспечение требуемого качества при минимальных энергетических затратах и потерях материала.

Формулировка критерия оптимальности проектируемой системы управления должна основываться на анализе структуры управляющих воздействий и исследовании возможности терминализации задачи управления.

В качестве критерия управления технологическими процессами предложена дисперсия температуры выдаваемого из печей материала. Показано, что для многозонных печей задачу оптимального управления удастся свести к задаче терминального управления. Для коксовых и обжиговых печей структура управляющих воздействий допускает постановку только задач терминального управления.

Поскольку рассматриваемый критерий управления является также одним из критериев качества проектируемой системы управления, а именно критерием ее точности, становится очевидным насколько мощным средством в обосновании метода управления, необходимого уровня и объема автоматизации является математическая модель технологического процесса в условиях случайных возмущений. Разработанные в связи с этим имитационные модели процессов тепловой обработки материалов в условиях случайных возмущений предоставляют широкие возможности в обосновании принимаемых инженерных решений при разработке АСУ ТП.

Экспериментальные исследования проводились на методических печах стана 2300 ДМЗ и нагревательных печах станом 3600 ММК "Азовсталь" и 3000 ММК имени Ильича, а также на коксовой батарее N7 Авдеевского КХЗ по следующим направлениям:

1) исследование температурного поля нагреваемого металла при различной производительности печи путем прогона экспериментальной заготовки; исследование зависимости температуры в зоне печи от расхода топлива по измерениям системы КИП с целью установления оптимального соотношения расхода топлива по зонам печи;

2) исследование вероятностных характеристик возмущающих воздействий путем статистической обработки собранной информации о геометрических размерах заготовок и прокатываемых листов, хронометража времени прокатки заготовок на черновой клети стана 2300;

3) исследование статистических характеристик точности нагрева металла в условиях действующей АСУ ТП нагревательных печей стана 3000 ММК имени Ильича;

4) исследование температурного процесса коксования угля с учетом температуры в контрольных вертикалах коксовой батарее N7 Авдеевского КХЗ.

Подводя итог анализу направленности исследований необходимо отметить, что предложенные в диссертационной работе математические модели, методы исследований и алгоритмы позволяют решать основные вопросы, возникающие при разработке математического обеспечения АСУ ТП тепловой обработки материалов. В целом диссертационные исследования позволяют повысить качество разрабатываемых АСУ ТП, сократить сроки и стоимость их разработки.

Основные теоретические результаты и выводы работы состоят в следующем.

1. На основе нелинейных уравнений тепло - массопереноса и задач с неизвестной границей разработаны математические модели технологических процессов тепловой обработки материалов:

- предложена математическая модель тепловой работы многозонной проходной печи в виде уравнений теплообмена в противотоке с учетом тепловой работы рекуператора, для расчета модели сформулирована краевая задача, состоящая в определении начальных условий, удовлетворяющих системе уравнений;
- разработаны математические модели тепло–массообмена в псевдооживленном слое в целом, а также на уровне отдельной частицы слоя, моделирование реакции диссоциации частицы известняка в слое проведено на основе температурной задачи с неизвестной границей;
- предложена математическая модель температурного процесса коксования угля, в которой учтены особенности прогрева центральной части коксовой загрузки за счет диффузии парогазовой смеси и испарения влаги, моделируемой задачей с неизвестной границей; кроме того, в модели учитывается явление усадки шихты и связанное с этим нарушение контактного теплообмена между стенками и угольной загрузкой.
- построена двумерная математическая модель температурного поля кристаллизатора, в которой квазистационарные процессы внутреннего теплообмена описываются нелинейными эллиптическими уравнениями в частных производных. На различных участках границы рассматриваются соответствующие граничные условия конвективного и лучистого теплообмена. На границе раздела фаз сформулировано условие Стефана для случая двух пространственных переменных. Для численного решения поставленной задачи подобрана конечно-разностная аппроксимация, учитывающая нелинейность уравнений. Разработан алгоритм решения полученных систем уравнений. Выполнен численный анализ температурных полей.

Проведенные численные исследования математических моделей технологических процессов позволили установить характер взаимозависимости различных технологических параметров.

Предложенные математические модели использованы для разработки и исследования эффективности алгоритмов управления температурным режимом обработки материалов с учетом оптимальной работы нагревательных печей в условиях случайных возмущающих воздействий.

2. Проведенные исследования параметрической чувствительности математических моделей позволили установить основные закономерности изменения чувствительности при различной длительности нагрева и массивности нагреваемого металла, синтезировать допуски на точность определения параметров модели.

Методами теории чувствительности установлена неравноценность с информативной точки зрения измерений температуры в различных точках пространственной области. В связи с этим рассмотрена задача оптимального планирования теплового эксперимента. На основе функций чувствительности предложен интегральный критерий эффективности эксперимента, синтезируются оптимальные планы размещения датчиков температуры. Исследовано влияние технологических параметров измеряемого процесса на эффективность эксперимента. Установлено, что при идентификации параметров теплообмена в задачах с неизвестной границей измерения

температур должны производиться в одной области с идентифицируемыми параметрами по отношению к подвижной границе.

3. Сформулированы задачи идентификации распределенных параметров внешнего теплообмена в линейных и нелинейных граничных условиях как задачи начальной настройки математических моделей процессов тепловой обработки. Рассмотренные задачи относятся к обратным граничным задачам теплопроводности (ОЗТ) и являются некорректными в классическом смысле.

Предложены методы и алгоритмы решения задач начальной настройки, использующие идеи регуляризации и функциональной аппроксимации, выполнен сравнительный анализ сложности алгоритмов. Опытно-промышленная проверка алгоритмов начальной настройки и коррекции параметров, проведения по экспериментальным данным прогонки опытного сляба в методических печах станов 3600 ММК "Азовсталь" и 2300 ДМЗ им. В.И.Ленина, а также температуры коксования в коксовой батарее Авдеевского КХЗ, подтвердила высокую эффективность в определении и адаптации коэффициентов внешнего теплообмена.

На основе метода стохастической аппроксимации разработаны эффективные алгоритмы оперативной адаптации моделей.

4. Исследованы вероятностные характеристики возмущающих воздействий процесса нагрева металла в методических печах прокатного производства. Разработаны математическая модель и алгоритмы статистического моделирования, позволяющие имитировать на ЭВМ процесс нагрева металла с учетом случайного характера возмущающих воздействий.

Исследования вероятностных характеристик тепловых полей заготовок показали, что с ростом дисперсии возмущений растет доля недогретых заготовок. Выделена область максимальных дисперсий температуры поверхности металла по длине печи при различной производительности, обладающая максимальной чувствительностью измерений температуры к изменениям температурного режима нагрева металла.

На основе вычислительного эксперимента по моделированию переноса меченых частиц получена плотность распределения частиц по времени пребывания в реакторе. Исследован характер изменения законов распределения частиц по времени пребывания при различных способах загрузки и значениях параметров процесса. Установлены условия для технологических процессов, при которых законы распределения частиц по времени пребывания соответствуют унимодальным функциям, а также условия, когда имеет место экспоненциальный закон времени пребывания.

В классе унимодальных законов распределения частиц по времени пребывания математические ожидания температур и степени обжига частиц зависят от математического ожидания и дисперсии времени пребывания частиц и практически не зависят от моментов более высокого порядка, тогда как их дисперсии зависят еще и от асимметрии и эксцесса. Практически это означает, что при оценке степени обжига по заданным математическому ожиданию и дисперсии времени пребывания частиц и неизвестной плотности распределения, последнюю можно считать нормальной.

5. Установлен эффект нелинейности процессов температурной обработ-

ки материалов в условиях случайных возмущающих воздействий, состоящий в существенном снижении математического ожидания температуры материала при увеличении дисперсии возмущающих воздействий. Определены значения параметров процессов, при которых вероятностный расчет температурной обработки материала может быть заменен детерминированным.

В целом теоретико-вероятностный анализ технологических процессов позволил установить ряд свойств температурных процессов обработки материала, имеющих принципиальное значение при определении производительности и качества получаемого материала. Теоретико-вероятностный анализ технологических процессов явился также эффективным инструментом при решении задач синтеза оптимальных алгоритмов управления и оценки их работоспособности.

6. Для рассмотренных технологических процессов на единой методологической основе разработаны алгоритмы управления температурным режимом обработки материалов, реализующие минимум среднего квадратического отклонения температуры материала на выдаче.

Исследована оптимальность технологических процессов тепловой обработки материалов в стационарных режимах функционирования. Рассмотрены задачи управления конечным состоянием в стохастической постановке. Исследована управляемость вероятностными характеристиками температурного состояния материала при методе разомкнутого управления. Установленные нелинейные эффекты, наиболее сильно проявляющиеся при программном (разомкнутом) управлении в условиях случайных возмущающих воздействий, приводят к неэффективности детерминированного синтеза алгоритмов управления.

Рассмотрена задача разработки алгоритмов управления с использованием оперативной оценки температурного состояния в качестве обратной связи. Исследованы рациональные алгоритмы фильтрации возмущающих и управляющих воздействий с поиском представительной точки съема оперативной информации о температуре. Установлен экстремальный характер зависимости точности нагрева от координаты точки контроля температуры. Наиболее эффективной является фильтрация управляющего воздействия по предыстории нагрева.

Исследованиями установлено, что минимум дисперсии температуры металла на выдаче соответствует точке контроля температуры, находящейся на 10 % дальше середины зоны, а экстремальный характер зависимости наиболее проявляется при средней ширине партии заготовок, равной половине длины зоны нагрева. Исследована помехоустойчивость различных режимов тепловой обработки материалов. Имитационным моделированием получены численные оценки эффективности синтезируемых алгоритмов фильтрации и управления. Установлено, что использование оперативной оценки теплового состояния металла в качестве обратной связи, снижает среднее квадратичное отклонение температуры металла на выдаче в 2–3 раза.

Установлено, что влияние возмущающих воздействий на дисперсию температуры металла на выдаче зависит от соотношения производственных мощностей участков нагрева и прокатки, характеристик заготовок и сорта-

мента листов, в связи с этим обоснование метода управления, структуры алгоритмов управления в АСУ ТП, целесообразного уровня автоматизации участка нагревательных печей должно проводиться на базе всестороннего исследования возмущающих воздействий и статистической динамики процесса нагрева металла.

Анализ возможностей управления степенью обжига и ее дисперсией при случайном времени пребывания частиц, обусловленным их диффузионным движением, позволяет сделать выводы, что изменением температуры обжига можно эффективно управлять только математическим ожиданием. При этом существенного снижения дисперсии добиться не удастся.

Предложены методы и алгоритмы управления тепловым процессом обжига материалов в многозонных печах с псевдооживленным слоем, обеспечивающие требуемую степень обжига в условиях изменяющихся входных параметров. Для построения алгоритмов управления использована математическая модель реакции диссоциации частицы в слое. На основе математической модели процесса коксования угля разработана подсистема оперативного прогноза температурного состояния и управления температурным режимом коксовой батареи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Алифанов О.М. О методах решения некорректных обратных задач. Инженерно–физический журнал, 1983, т.45, 5, – с.742 – 752.
2. Алифанов О.М., Артюхин В.Д., Румянцев С.В. Экстремальные методы решения некорректных задач.– М.: Наука, 1988,– 286 с.
3. Алифанов О.М.,Трянин А.П. Определение коэффициента внутреннего теплообмена и эффективной теплопроводности пористого тела по данным нестационарного эксперимента.// Инженерно – физический журнал, 1985, т.48, 3, с.472 – 482.
4. Азизов А. М. Анализ технологических процессов. Параметрические и нелинейные явления. – Ленинград: Химия, 1992. – 336 с.
5. Артюхин Е.А. Планирование измерений для решения коэффициентных обратных задач теплопроводности // Инженерно–физический журнал, 1985, т.48, 3, с. 490 – 495
6. Архангельский В.И., Богаенко И.Н., Васичкин В.И. и др. АСУ листопрокатных станов. М.: Металлургия, 1994, 334 с.
7. Архангельский В.И., Богаенко И.Н., Васичкин В.И. и др. Научно–производственная корпорация КИА “Киевский институт автоматки ”(История, достижения, перспективы).– Киев: Техніка, 1997.
8. Бадалов Д.А. и др. Некоторые вопросы оптимизации нагрева металла в комплексе "методические печи – прокатный стан" // Автоматика и телемеханика, 1971, 4, с. 128 – 136.
9. Бабанин Б.И., Шейн С.Ш., Маликов М.К. К вопросу о разработке двумерной модели теплопереноса в коксовой печи. Кокс и химия. – М: 1981, 11, с. 21 – 24.
10. Бабанин Б.И., Шейн С.Ш., Малышев Д.П. Экспериментальное определение величины отхода коксового пирога от стен печной камеры. Кокс и химия.– М: 1983, 4, с. 16 – 18.
11. Банов А.М., Михеев Ю.В., Темкин Л.С. Квазиоптимальный регулятор для объекта с распределенными параметрами // Автоматика и телемеханика, 1989, 10, с. 30 – 39.
12. Богаенко И.Н., Грабовський Г.Г., Грищенко А.А. , Грищенко С.А. Автоматизированные системы управления процессами нагрева и отжига металла– К.: Техника, 1997.– 124 с.
13. Богомоллов А.М., Зыков В.В., Ткаченко В.Н. Двухуровневая система управления процессом нагрева и прокатки металла. //Автоматика, 1977, 1, с. 67 – 75.
14. Будник С.А. О задаче планирования тепловых измерений //Инженерно–физический журнал, 1980, т.39, 2, –с. 225 – 230.
15. Бусленко Н.П. Моделирование сложных систем. – М.: Наука, 1968,– 335 с.
16. Бутковский А.Г. Теория оптимального управления системами с распределенными параметрами. – М.: Наука, 1965, – 474 с.,
17. Бутковский А.Г. Методы управления системами с распределенными параметрами. – М.: Наука, 1975,– 568 с., ил.

18. Бутковский А.Г., Вольфман И.Б., Климовицкий М.Д., Островский Л.А., Чарихов Л.А. Измерение истинной температуры поверхности нагреваемого тела, покрытого окалиной // Автоматика и телемеханика, 1975, 2, с. 159–166.
19. Бутковский А.Г., Глинков М.А., Круашвили З.Е., Малый С.А., Файн В.Б., Франценюк И.В. Оптимальное проектирование с помощью ЭВМ – основа функциональной теории печей. Сообщение 3, // Известия ВУЗов, Черная металлургия, 1975, 1, с. 163–165.
20. Бутковский А.Г., Малый С.А., Андреев Ю.Н. Оптимальное управление нагревом металла. – М.: Металлургия, 1972, – 439 с.
21. Бутковский А.Г., Пустыльников Л.М. Теория подвижного управления системами с распределенными параметрами. –М.: Наука, 1980,– 383 с.
22. Буторин В.И., Матвеева Г.Н. Исследование температурных полей в печной камере коксовых батарей с использованием ЭВМ. Кокс и химия.– М: 1975, 10, с. 20 – 24.
23. Быков В.В. Цифровое моделирование в статистической радиотехнике. – М.: Советское радио, – 328 с.
24. Быков В.В., Гордон Н.М., Хилков Б.М., Франценюк И.В., Тедер Л.И. Выбор экономичных режимов нагрева слябов в методических печах.// Сталь, 1975. 2, с. 181–183.
25. Бэк Дж., Блакуэлл Б., Ч.Сент–Клэр мл. Некорректные обратные задачи теплопроводности. – М.: Мир, 1989, – 310 с.
26. Вабищевич П.Н. Численные методы решения задач со свободной границей. Изд–во Московского Университета, 1987. – 164 с.
27. Ванжа А.Н., Митрохин А.К., Дорогой И.А. и др. Показатели работы многозонной печи с кипящим слоем для производства извести. Сталь.– 1981. 10. – с. 87 – 89.
28. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. – М.: Наука, 1969.– 576 с.
29. Виноградов В.Н., Ромашкевич Л.Ф. Автоматизация в черной металлургии за рубежом. // Черная металлургия. Бюллетень научно – технической информации, 1977, 1, с. 29–34.
30. Волченков В.Ф., Веселовский В.В., Шемковьяк А.М. Изменение интегральных характеристик гранулы природного карбоната кальция в ходе процесса термической диссоциации. // Инженерно–физический журнал, 1986, т.51, 2, с.267 – 272.
31. Вольфман И.Б. К вопросу об аппроксимации температуры нагрева металла в методической печи.//Известия ВУЗов, Черная металлургия, 1979, 9, с. 139–142.
32. Вольфман И.Б., Ефроймович С.Ю., Климовицкий М.Д. Статистические модели нагрева металла и проверка их адекватности. // Известия ВУЗов, Черная металлургия, 1978, 9, с. 1571–159.
33. Вырк А.Х. Оптимальный нагрев массивных тел в проходных печах.// Автоматика и телемеханика, 1970, т.31, 7, с.119–130.
34. Вырк А.Х., Захаров Г.К., Климовицкий М.Д. Использование ЭВМ для автоматизации методических печей за рубежом. // Черная металлургия, Бюллетень науч.–техн. информ. 1973,3,с. 3–11.

35. Гинкул С.И., Шелудченко В.И., Кравцов В.В., Палкина С.В. Теплообмен. Донецк: «Норд-Пресс», 2006.с.298.
36. Глинков М.А., Климовицкий М.Д. и др. Система оптимального управления нагревом металла в методической печи листопрокатного цеха // Сталь,1975, 2, с.176–179.
37. Граховский Б.М. Перемешивание и время пребывания частиц в кипящем слое. Высокотемпературные эндотермические процессы в кипящем слое.– М.: Металлургия, 1968, – с. 70 – 75
38. Дегтярев Г.Л., Сиразетдинов Т.К. Синтез оптимального управления в системах с распределенными параметрами при неполном измерении состояния (обзор). Изв. АН СССР. Техническая кибернетика. 1983. 2. С. 123 – 135.
39. Демченко В.Ф., Вакуленко С.А. Сравнительный анализ разностных схем для уравнения конвективной диффузии. В кн. Процессы тепло- и массопереноса вязкой жидкости. Свердловск: УНЦ АН СССР,1986, – с. 91 – 104.
40. Зыков В. В., Ткаченко В. Н. Оптимальное управление процессом нагрева в трехзонной методической печи. // Теория оптимальных процессов.– Киев: ИК АН УССР, 1973, с. 42–49.
41. Зыков В. В., Ткаченко В. Н. Синтез иерархической системы оптимального управления сложным технологическим комплексом. // Математическое моделирование задач оптимального планирования и управления.– Тюмень: ТГУ, 1977, с. 92–103.
42. Казаков И. Е., Доступов Б. Г. Статистическая динамика нелинейных автоматических систем. – М.: Физматгиз, 1962, – 332с.
43. Казаков И. Е., Гладков Д.И. Методы оптимизации стохастических систем.– М.: Наука, 1987, – 304 с.
44. Казаков И. Е., Мальчиков С. В. Анализ стохастических систем в пространстве состояний. М.: Наука, 1983, – 384 с.
45. Казанцев Е. И., Гинкул С. И., Антонов В. В., Гончаров Н. В. Применение ЭВМ для расчета нагрева металла в методических печах // Сталь, 1973, 1, с. 77–79.
46. Казмина В. В., Никитина Т. Е. Тепловые процессы коксования.– М.: Металлургия, 1987.– 185 с.
47. Кафаров В. В., Глебов М. Б. Математическое моделирование основных процессов химических производств. – М.: Высшая школа, 1991.– 399 с.
48. Кафаров В. В., Мешалкин В.П., Гурьев Л.В. Оптимизация теплообменных процессов и систем. – М.:Энергоатомиздат, 1988.– 192 с.
49. Климовицкий М. Д. Применение ЭВМ для управления нагревом заготовок в методических печах // Черная металлургия. Бюллетень науч.–техн. информации,1974, 24(740), с. 34–35.
50. Климовицкий М. Д. Построение и исследование моделей нагрева металла в проходных нагревательных печах // Сталь, 1975, 2, с. 179–181.
51. Климовицкий М. Д. Системы автоматического управления участком печей прокатных станов за рубежом. –М.: Бюллетень инф.Сер. 15. Автоматизация металлургического производства, 4. 1980, –27 с.

52. Климовицкий М. Д. Управление нагревом металла перед прокаткой // *Сталь*, 1977, 11, с. 1052–1053.
53. Коздоба Л. А. Обоснование терминологии и алгоритмы решения обратных задач теплопереноса. *Инженерно-физический журнал* т.45, 5, 1983, – с.833–843.
54. Коздоба Л. А. Решение нелинейных задач теплопроводности. – Киев: Наукова думка, 1976, – 136 с.
55. Коздоба Л. А., Круковский П.Г. Методы решения обратных задач теплопереноса. Киев: Наукова думка, 1982, – 385с.
56. Крамер Г. Математические методы статистики. – М.: Мир, 1975, – 648 с.
57. Кунцевич В.М., Лычак М.М. Синтез систем автоматического управления с помощью функций Ляпунова.– М.: Наука, 1977.– 399 с.
58. Кунцевич В.М., Лычак М.М. Синтез оптимальных и адаптивных систем управления. Игровой подход.– Киев:Наука.думка, 1985.– 245 с.
59. Кунцевич В.М.Управление в условиях неопределенности: гарантированные результаты в задачах управления и идентификации» Киев: Наукова думка,– 2006.– 267с.
60. Лаврентьев М. М., Романов В. Г., Шишатский С. П. Некорректные задачи математической физики и анализа.–М.:Наука, 1980,–286 с.
61. Лайниотис Д.Г. Разделение – единый метод построения адаптивных систем. II. Управление. – ТИИЭР, 1976, 64, 8, с. 74–105.
62. Лейхман К.П., Штумпе В., Ворберг Р. Автоматизированное ведение процесса в коксовой батарее. // *Черные металлы*, 1989, 16, – с.36– 43.
63. Лившиц Н. А., Пугачев В. Н. Вероятностный анализ систем автоматического управления. – М.: Советское радио, 1963, – 896 с.
64. Лурье К. А. Оптимальное управление в задачах математической физики.– М.: Наука, 1975, – 478 с.
65. Ляшко И. И., Демченко В.Ф., Демченко Л.И. Численное моделирование процессов тепломассопереноса. –Киев, УМК ВО, 1981, –164 с.
66. Маковский В. А., Лаврентик И. И. Алгоритмы контроля и управления нагревательными печами. – М.: Металлургия, 1977, – 183 с.
67. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. – М.: Наука, 1980, – 534.с
68. Махненко В. И., Демченко В.Ф., Скосягин Ю.А., и др. Разработка задания программно – регулирующим устройствам печей ЭШП с использованием методов математического моделирования. Проблемы спец. электрометаллургии. – 1987, вып. 3, – с. 8 – 12.
69. Мацевитый Ю.М.. Обратные задачи теплопроводности. В 2-х т. : – НАН Украины, Институт проблем машиностроения. – Киев: Наукова думка, 2003.
70. Месарович М., Мако Л., Такахара И. Теория иерархических многоуровневых систем.– М.: Мир, 1973, – 344 с.
71. Никитенко Н.И. Сопряженные и обратные задачи тепло – массопереноса. – К.: Наукова думка, 1988, – 240 с.
72. Никитенко Н.И. Исследование нестационарных процессов тепло- и массопереноса методом сеток. –Киев: Наукова думка, 1971, –293 с.

73. Оптимизация процессов прокатного производства. Авторы: Богомолов А.М., Зыков В.В., Когтев Ю.И., Ткаченко В.Н., Христофоров В.В., Чуберкис В.П., – К.: Наукова думка, 1977, – 167 с.
74. Пасконов В.М., Полежаев В.Н., Чудов Л.А. Численное моделирование процессов тепло- и массообмена. – М.: Наука, 1984.– 285 с.
75. Парфенюк А.С., Кутняшенко И.В., Костина Е.Д., Ткаченко В.Н., Бритов Н.А. Распределение температур в зоне прессования загрузки коксовых агрегатов. Кокс и химия. 1996.4, М., – с. 25 – 27.
76. Петренко Т.Ю. Численное исследование процессов тепло- и массопереноса при обжиге известняка. // Известия ВУЗов, Черная металлургия, 1986, 6, – с. 8 – 11.
77. Петров Б.Н., Крутько П.Д. Применение теории чувствительности в задачах автоматического управления. Известия АН СССР. Техническая кибернетика, 1970, 2, с. 202 – 212.
78. Повышение функционального уровня системы регулирования конечной температуры коксования. Реферат Г.С. Ухмылова // Кокс и химия.– М: 1995, 8, с. 44 – 45.
79. Протодяконов И.О., Люблинская И.Е., Рыжков А.Е. Гидродинамика и массообмен в дисперсных системах жидкость – твердое тело. –Л.: Химия, 1987, – 336 с.
80. Прядкин Л. Л., Бондарь Ю. Д., Бойчук Б. И. Математическая модель нагрева металла в проходной печи // Научные основы автоматизации процессов обработки металлов давлением. – Киев: Наукова думка, 1977, с. 53–59.
81. Прядкин Л. Л., Бондарь Ю. Д., Бойчук Б. И., Путов Б. Л. Алгоритмическая структура АСУТП участка печей прокатного стана. // Механизация и автоматизация управления, 1977, 3, –с.30–34.
82. Прядкин Л. Л., Бондарь Ю. Д., Бойчук Б. И., Шершевер М. А., Бухонина Л. В. Современные автоматизированные системы управления технологическим процессом нагрева металла перед прокаткой // Черная металлургия. Бюллетень научно-технической информации, 1977, 23(811), – с. 22–23.
83. Прядкин Л.Л., Бондарь Ю.Д., Карпенко Т.А. Исследование подсистемы прогноза времени нагрева металла перед прокаткой на широкополосном стане. // Автоматизация прокатных станов. Под ред. Тимофеева Б.Б. и Архангельского В.И. – М.: Металлургия, 1976, –с. 22 – 31.
84. Прядкин Л.Л., Бондарь Ю.Д., Шуваева В.Д. Опыт создания автоматизированных систем управления. Издательство УкрНИИТИ, –Киев: 1974, – с. 54.
85. Прядкин Л.Л., Сусяк А.Ф., Ткаченко В.Н. О задаче оперативной подстройки параметров математической модели процесса нагрева металла.. Приборы, средства автоматизации и системы управления. М: 1984, выпуск 3 (часть 2). –с. 4.
86. Прядкин Л. Л., Ткаченко В. Н. Исследование параметрической чувствительности математических моделей процесса нагрева тел. // Моделирование и оптимизация технологических процессов металлургического производства. Киев: ИК АН УССР, 1978, –с. 32–45.

87. Прядкин Л.Л. Ткаченко В.Н., Имитационное моделирование процесса нагрева металла в проходных печах. Механизация и автоматизация управления.– Киев: 1984,3, – с. 1 – 4.
88. Псевдоожижение. Айнштейн В.Г., Баскаков А.П., Берг Б.В. и др.– М.: Химия, 1991, – 400 с.
89. Растрингин Л. А., Маджаров Н. Е. Введение в идентификацию объектов управления. – М.: Энергия, 1977, – 215 с.
90. Регулирование обогрева коксовых печей на коксовой батарее завода в Берис Харбор (США). Реферат Г.С. Ухмылова. Кокс и химия.– М: 1992, 3, – с. 50 – 51.
91. Розенвассер Е.Н., Юсупов Р.М. Чувствительность систем управления. М.: Наука, 1981.– 208 с.
92. Росин М.Ф., Булыгин В.С. Статистическая динамика и теория эффективности систем управления. М.:Машиностроение, 1981,–312 с.
93. Самарский А. А. Введение в теорию разностных схем. –М.: Наука, 1971, – 552 с.
94. Самарский А. А., Вабищевич П.Н. Численные методы решения обратных задач математической физики. –М.: Эдиториал УРСС, 2004, – 480 с.
95. Самарский А.А., Моисеенко В.Д. Экономическая схема сквозного счета для многомерной задачи Стефана // Журнал вычислительной математики и математической физики.–1965, 5,. – с. 816–817.
96. Саридис Дж. Самоорганизующиеся стохастические системы управления.– М.: Наука , 1980, – с. 400.
97. Сейдж Э. П., Мелса Дж. Л. Идентификация систем управления.– М.: Наука, 1974, – 246 с.
98. Симбирский Д.Ф., Гулей А.Б. Оптимальное планирование экспериментально–расчетного определения теплопроводности твердых тел в режиме нестационарного нагрева // ИФЖ, 1983, т.45, 5, – с. 732 –737.
- 99.Смирнов А.Н., Пилюшенко В.Л., Минаев А.А., Момот С.В., Белобров Ю.Н. Процессы непрерывной разливки стали. Донецк: ДонНТУ, 2002. – с. 535
100. Теория непрерывной разливки. Технологические основы. Авт.: Рутес В.С., Аскольдов В.И., Евтеев Д.П., Генкин В.Я., Чигринов М.Г., Манохин А.И. М.: Металлургия, 1971.
101. Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач – М.: Наука, 1974, – 224 с., ил.
102. Тихонов А. Н., Гончарский А. В., Степанов В.В., Ягола А.Г. Регуляризирующие алгоритмы и априорная информация. – М.: Наука, 1983, – 198с.
103. Ткаченко В.Н. Автоматизированное управление температурным режимом коксовой батареи. // Автоматизация виробничих процесів, Всеукраїнський наук. – тех. журнал. – Київ, 1997. – с.77 – 84.
104. Ткаченко В.Н. Идентификация параметров внешнего теплообмена математических модели тепловых процессов. // Тезисы докладов Второй

украинской конференции по автоматическому управлению "Автоматика – 95 ", часть 2. – Львов, 1995, с..

105. Ткаченко В.Н. Идентификация параметров теплообмена математической модели процесса нагрева массивных тел // Тезисы докладов Респуб. науч.–техн. конференции "Интегральные уравнения в прикладном моделировании", часть 1.– К.: 1983, с. 226 – 227.

106. Ткаченко В.Н. Исследование вероятностных характеристик времени пребывания и температуры частиц в псевдооживленном слое на основе вычислительного эксперимента. Электронное моделирование. 1997, том 19, 5, – с. 100–108.

107. Ткаченко В.Н. Исследование на имитационной модели эффективности управления и фильтрации возмущающих воздействий процесса нагрева металла. Моделирование и диагностика управляющих систем. – Киев: Наукова думка, 1991, – с. 113 – 119.

108. Ткаченко В.Н. Методы и алгоритмы адаптации параметров математической модели процесса нагрева тел. Теория управляющих систем.– Киев: Наукова думка, 1987, – с. 217 – 226.

109. Ткаченко В. Н. Оперативный прогноз состояния и управление температурным режимом коксования угля. ..Информатизация и новые технологии.3–4. – К. – с. 39–42.

110. Ткаченко В.Н. Оптимальное управление нагревом металла в АСУ листопрокатного производства. – Донецк: 1975, (Препринт ИЭП АН УССР: 13–75–АСУ), –16с.,

111. Ткаченко В. Н. Оптимальное управление нагревом металла в противоточной нагревательной печи // Теория оптимальных процессов, Киев: ИК АН УССР, 1975, –с. 30 – 40.

112. Ткаченко В.Н. Планирование теплофизического эксперимента по нагреву массивных тел в технологическом потоке. // Электронное моделирование. 1997, том 1, – с. 64–70.

113. Ткаченко В.Н. Разработка системы алгоритмов и программ статистического анализа и моделирования случайных возмущений процесса нагрева металла в нагревательных печах прокатного производства.. Сборник рефератов НИР ОКР, – 1987, серия 22, 13. реф. 50.13.87.193.

114. Ткаченко В.Н. Синтез управления процессами тепловой обработки материалов на основе метода разделения. // Труды третьей украинской конференции по автоматическому управлению, "Автоматика – 96 ", т. 2.– СевГТУ: 1996, с.90.

115. Ткаченко В.Н. Тепловой эксперимент и идентификация параметров теплообмена процесса коксования угля // Идентификация и моделирование управляющих систем.–К.:Наукова думка, 1997, –с.93–98.

116. Ткаченко В.Н. Численный анализ вероятностных характеристик температурных процессов обработки материала в псевдооживленном слое. // Инженерно–физический журнал, 1997 , т.70, 6,– с. 924 – 929.

117. Ткаченко В.Н. Моделирование тепловых процессов в автоматизированных системах обработки информации. // Вісник Донецького національного університету, Серія А. Природничі науки. 2002, №2, с. 379–383.

118. Ткаченко В.Н., Бодня М.И., Дмитриев В.Д., и др. Расчет на ЭВМ режимов нагрева металла в методических печах листопрокатного производ-

ства. // Черная металлургия. Бюллетень научно-технич. информации, 1978, 14(826), – с. 51 – 52.

119. Ткаченко В.Н., Бритов Н.А., Кондратюк А.М., Сирченко В.Н. Моделирование процессов тепломассопереноса в осевой зоне непрерывного слитка в присутствии макрохолодильника. Теория и моделирование управляющих систем. – Киев: Наукова думка, 1989, – с. 121 – 128.

120. Ткаченко В.Н., Бритов Н.А., Парфенюк А.С. и др. Расчет на ПЭВМ температурных режимов коксования угля // Кокс и химия. – М., 1993. 1 – с. 21 – 25.

121. Ткаченко В.Н., Бритов Н.А., Парфенюк А.С. и др. Математическая модель теплообмена в зоне прессования агрегатов для коксования угля. Кокс и химия. – М., 1994, 2, – с. 19 – 21.

122. Ткаченко В.Н., Воропаева В.Я., Парфенюк А.С. Компьютерная система управления процессом коксования угля. // Научные труды ДонНТУ. Серия Вычислительная техника и автоматика. 2003, вып. 64, с.115–123

123. Ткаченко В. Н., Иванова А. А. . Анализ температурных полей криволинейной МНЛЗ на основе математического моделирования. // “Прогресивні технології у металургії сталі: ХХІ сторіччя”. Матеріали 3-ї міжнародної науково-практичної конференції. Донецьк: ДонНТУ. – 2007. – с. 242–249.

124. Ткаченко В.Н., Иванова А.А., Волуева О.С. Основные функции компьютерной системы управления процессом непрерывной разливки стали // Научные труды ДонНТУ. Серия Вычислительная техника и автоматика, вып. 88. Донецьк, ДонНТУ, 2005, с. 63–69.

125. Ткаченко В.Н., Иванова А. А., Волуева О.С. Разработка многоуровневой иерархической системы управления технологическим процессом непрерывной разливки стали // Академический вестник КрТО МАКНС. – №17–18. – Кривой Рог. – 2006. – стр. 27–31

126. Ткаченко В.Н., Прохоров И.Г. Управление нагревом–охлаждением пористых тел в противотоке. // Идентификация и моделирование управляющих систем. –К.:Наукова думка, 1997. – с. 99–108.

127. Ткаченко В.Н., Прядкин Л.Л. Исследование вероятностных характеристик процесса нагрева металла в методических печах прокатного производства. Аннотации НИР, выполненных в 1979 г.– Киев: Институт автоматки, 1981, с. 46–47.

128. Ткаченко В.Н., Степанов Ю.А., Прядкин Л.Л. Прикладная программа имитационного моделирования процесса нагрева металла в проходной методической печи прокатного производства // Библиографическое описание программного средства, аннотация.– Киев: ФАП АНУ, 1989, инв. АПО157, индекс рубрики 09.01.

129. Ткаченко В.Н., Степанов Ю.А. Математические модели и задачи управления процессом обжига известняка в кипящем слое. // Теория и моделирование управляющих систем. – К.: Наукова думка, 1989. – с. 129 – 136.

130. Ткаченко В.Н., Ткаченко А.В., Параметрическая идентификация нелинейных систем в условиях бифуркации // Научные труды ДонНТУ. Серия Вычислительная техника и автоматика. 2004, вып. 74, с.25–31.

131. Ткаченко В.Н., Яремко И.Н. Подсистема оперативного прогноза теплового состояния слитков на участке нагревательных колодцев // Научные труды ДонНТУ. Серия: Вычислительная техника и автоматика, Выпуск 25, 2001. с.130–134.
132. Ткаченко В.Н., Яремко И.Н. Алгоритмы оперативной идентификации параметров внешнего теплообмена на основе метода стохастической аппроксимации. // Научные труды ДонНТУ. Серия Вычислительная техника и автоматика. 2003, вып. 64 , с.124–129
133. Яковенко А.Т., Ткаченко В.Н., Казанцев Е.И. Математическое моделирование теплообмена в экранированных поднасадочных устройствах доменных воздуходогревателей // Известия ВУЗов. Черная металлургия.– М.: Металлургия, 1985, 5, – с. 143–145
134. Годес О.М., Цитович О.Б. Аппараты с кипящим зернистым слоем. Ленинград: Химия, 1981, 296 с.
135. Толстых В.К. Идентифицируемость систем с распределенными параметрами // Автоматика и телемеханика, 1989, 10, – с.49–56.
136. Успенский А. Б. Обратные задачи математической физики – анализ и планирование экспериментов. // Математические методы планирования эксперимента. Новосибирск.: Наука, 1981. – с.199–242
137. Фельдбаум А.А. Теория дуального управления,1–4. Автоматика и телемеханика. 1960.г.ХХ1 9, 10, 1961, ХХ11, 1.
138. Хаузен Х. Теплопередача при противотоке, прямотоке и перекрестном токе. – М.: Энергоиздат, 1981, – 384 с.
139. Чернецкий В. И. Анализ точности нелинейных систем управления. – М.: Машиностроение, 1968, – 248 с., ил.
140. Чернецкий В.И., Дидук Г.А., Потапенко А.А. Математические методы и алгоритмы исследования автоматических систем. – Ленинградское отделение: Энергия, 1970. – 375 с.
141. Шаманский В. Е. Методы численного решения краевых задач на ЭЦВМ. –К.: Наукова думка, 1968, Ч. 1, – с. 196, Ч. 2,– с.244.
142. Шелковников В.А., Барский В.Д., Козлов В.М. Опыт исследования температурного поля в печной камере // Кокс и химия. – М.: 1981, 12, с. 20 – 22.
143. Эйкхофф П. Основы идентификации систем управления. Оценка параметров и состояния. – М.: Мир, 1975. с. 684.
144. Эльке И. Н. Расчет нагрева металла в проходных печах при статистических возмущениях // Сообщ. 1. – Известия ВУЗов. Черная металлургия, 1977, 2, – с. 140 – 143. Сообщ. 2. – Известия ВУЗов. Черная металлургия, 1977, 4,– с. 117–120.
145. Эльке И. Н., Кравченко В. П. Нелинейная стохастическая модель проходной нагревательной печи // Известия ВУЗов. Черная металлургия, 1972, 9, – с. 151 – 154.
146. Янг Д. Кинетика разложения твердых веществ. – М.: Мир, 1969, – 263 с.
147. Ярошенко Ю. Г., Шкляр Ф. Р. Нагрев в прямотоке с учетом потерь в окружающую среду // Исследование по теплопроводности, Минск: Наука и техника, 1967, с. 472–480
148. Albertos P.P. Sala Piqueras. Iterative Identification and Control. Ad-

- vances in Theory and Applications. – Springer – Verlag, Berlin, 2002.– 309 p.
149. Bagchi A., Kwakernaak H. The separation principle for the control of linear stochastic systems with arbitrary information structure. // *Lect. Notes Control Inform. Sci.*, 1978, 6,– p.148–157.
150. Bensoussan A., Viot M. Optimal control of stochastic Linear distributed parameter systems // *SIAM journal on control*. July 1975, Vol. 13. 4. p. 904 – 926.
151. Foscolo P. U., Gibilaro L.G., A fully predictive criterion for the transition between particulate and aggregate fluidization. // *Chemical Engineering Science*. 1984, 39.2 p. 1667–1675.
152. Hollander T., Huisman R. Z. Computer controller reheating furnace optimize hot strip mill performance. // *Iron and Steel Engineer*, 1972, v 49,9.
153. Litvinchev I.S. Investigation of multi– dimensional problems in the control of heat transfer // *Mathematical modeling and computational experiment*, J. Wiley: New York, 2, v.1, 1993, – p.119 – 129.
154. Li Zongyu, Barr P.V., Brimacombe J.K. Computer simulation of the slab reheating furnace // *Canadian Metallic Quarterly*, Canadian Ins. of Mining and Metallurgy. –1988. –27, 3, –p. 187 – 196.
155. Mayne D.Q., Rawlings J.B., Rao C.V., Scokaert P.O.M. Constrained model predictive control: Stability and optimality. *Automatica* , 36, 2000, p. 789–814.
156. Peck C. E. Development in process computer control of slab heating. // *Iron and Steel Engineer*, 1973, v 50, 10, p.50–61.
156. Polis M.P. The distributed system parameter identification problem: A survey of recent results. // *Proc. 3–th IFAC Symp. on Control of Distributed Parameter Systems*. Toulouse, 1982. – p. 45–48.
157. Qin S.J., Badgwell T. A. A survey of industrial model predictive control technology // *Control engineering practice* 11 (2003), –p. 733–764/
158. Qureshi Z. H., Nag T.S., Goodwin G.C. Optimum experimental design for identification of distributed parameter system. // *Int. journal on control*, 1980, Vol.31, 1,– p. 21 – 29.
159. Savaragi I, Soeda T. Omatu S. Modeling, estimation and their applications for distributed parameter system. Berlin–Heidelberg–New York: Springer–Verlag, 1978.
160. Spray Nozzles for Secondary Cooling in Continuous Casting Machines // *Lechler GmbH*, Edition 04/04, GB 1000 LEC03139. pp. 11.
161. Tkachenko V.N. Research of the probabilistic characteristics of a response time and temperatures of particles in fluidized bed on the basis of computing experiment // *Book of abstracts of 9th conference of the European consortium for mathematics in industry*. Copenhagen: Technical university of Denmark, 1996, p. 642–643.
162. Walter E., Pronzato I. Identification of parametric models from experimental data. London; Berlin; New York: Springer – Verlag, 1997.– 331 p.
163. Wang H., Li G., Lei Y., Zhao Y., Dai Q., Wang J. Mathematical heat transfer model research for the improvement of continuous casting slab temperature. // *The Iron and Steel Institute of Japan (ISIJ) International*, Vol.45 (2005), No. 9, pp. 1291–1296.

Список литературы

164. Weaver L.A., Anderson R.I. A new concept in underfired walking beam furnaces. // Iron and Steel Engenier, 1973, v.50, 2, – p. 48.

165. Wonham W.M. On the separation theorem of stochastic control. // SIAM JOURNAL on control, 1968, 6, p. 312 – 326.