

УДК 531.376

©2011. Р.Н. Нескородев

ЧИСЛЕННОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ РЕЗОЛЬВЕНТ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ЛИНЕЙНОЙ ВЯЗКОУПРУГОСТИ

В статье предложен алгоритм численного решения задач линейной вязкоупругости анизотропного тела, не требующий явного построения аналитического представления ядер ползучести и релаксации. Приближенное решение интегральных уравнений базируется на непосредственном использовании экспериментальных данных, предварительно сглаженных и восполненных более густой сеткой. Это приводит к значительному уменьшению вычислительной погрешности при решении конкретных задач.

Ключевые слова: линейный вязкоупругий материал, ползучесть, релаксация, восполнение экспериментальных данных, алгебра операторов Вольтерра, резольвентный оператор.

1. Введение. При решении статических краевых задач линейной теории вязкоупругости основная роль принадлежит принципу Вольтерра, основанному на том, что решение таких задач получают из соответствующих упругих решений заменой упругих постоянных временными операторами [1]. Другой метод решения указанных задач основан на использовании преобразования Лапласа. После применения этого преобразования получаются уравнения классической теории упругости для изображений. Решив задачу в изображениях, нужно вернуться с помощью обратного преобразования Лапласа к оригиналам, чтобы получить искомое решение [2]. При использовании принципа Вольтерра, а также метода преобразования Лапласа, большое значение имеет аналитическая форма задания ядер ползучести и релаксации. Значения этих ядер определяются из эксперимента и задаются таблицей чисел, которые соответствуют фиксированным значениям времени. По этим экспериментальным данным различными методами строят аналитические аппроксимации ядер в специальной форме [3, 4]. Существует большое число аналитических выражений для ядер ползучести и релаксации. Детальный анализ структур ядер и способов определения их параметров приведен в работах [1, 5-7]. Наиболее распространенным и гибким при описании вязкоупругих свойств реальных материалов, представляется ядро в виде дробно-экспоненциальной функции Ю.Н. Работнова [1, 7]. Сравнительный анализ определения параметров, входящих в эти функции дан в работе [8]. Тем не менее, такая аппроксимация часто является источником погрешностей, связанных с тем, что построение аналитического выражения ядра, хорошо описывающего данные эксперимента, осуществляется на большом временном интервале. В работах [9, 10] предложен новый подход к решению задач вязкоупругости анизотропного тела, который не требует построения аналитического представления ядер ползучести и релаксации. Он основан на численном решении интегральных уравнений состояния среды и предполагает работу с таблицами, определенными на достаточно густой сетке со сглаженными данными. В настоящей работе предлагается метод сглаживания и восполнения таблицы экспериментальных данных. На основе таких таблиц стро-

ятся матрицы уравнений состояния, элементы которых имеют явную зависимость от времени. Найденные соотношения получены на основе обращения интегральных уравнений линейной вязкоупругости символическим методом и использования алгебры резольвентных операторов произвольной структуры.

2. Метод сглаживания и восполнения таблицы экспериментальных данных. При проведении эксперимента определяются данные для построения кривых ползучести или релаксации. Таблица экспериментальных данных может содержать погрешности измерений, которые обусловлены классом точности измеряемых приборов, их скрытым дефектам, изношенностью и отлаженностью. Кроме того, она может содержать данные замеров различных испытываемых образцов, которые могут иметь различные внутренние дефекты. Поэтому данные таблицы должны подлежать определенной математической обработке. Эта задача тесно связана с задачей сглаживания и восполнения, когда по заданным точкам измерения (t_k, ε_k) необходимо провести гладкую кривую $w(t)$ при минимальной погрешности. При этом в качестве функции $w(t)$ необходимо выбирать выражение, которое будет описывать ожидаемое поведение изучаемого физического процесса.

Установлено, что функции ползучести должны быть монотонно возрастающими, а функции релаксации – монотонно убывающими функциями времени [2, 6]. Если уровень нагрузок меньше предела прочности материала, то развитие деформаций практически полностью прекращаются при достижении определенного времени [3]. В этом случае имеет место затухающий процесс, а представление для функции $w(t)$ лучше выбирать в виде ряда по экспонентам [11]:

$$w(t) = \sum_{k=1}^m a_k \exp[-(k-1) \beta t^\alpha]. \quad (1)$$

Если α и β – фиксированные постоянные, а величины a_k подлежат определению, то процесс называется линейным экспоненциальным приближением. Если подлежат определению все величины α , β и a_k , то процесс называется нелинейным экспоненциальным приближением.

Пусть на отрезке $[0, t]$ задана дискретная сетка значений времени t : $0 = t_0 < t_1 < \dots < t_n = t$. В узлах сетки известны экспериментально полученные значения функции $\varepsilon(t)$: $\varepsilon(t_0) = \varepsilon_0, \varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n = \varepsilon(t)$. Необходимо осуществить вычисление постоянных α , β и a_k так, чтобы функция (1) сглаживала кривую, заданную таблицей и, используя эту функцию, провести восполнение данных.

Алгоритм сглаживания таблицы исходных экспериментальных данных основан на использовании дискретного метода наименьших квадратов. Потребуем, чтобы искомая сглаживающая функция минимизировала функционал

$$\Phi(a, \alpha, \beta) = \sum_{p=0}^n [w(t_p) - \varepsilon_p]^2 = \sum_{p=0}^n \left[\sum_{k=1}^m a_k \varphi_{kp} - \varepsilon_p \right]^2 \rightarrow \min, \quad (2)$$

здесь $a = [a_1, a_2, \dots, a_m]$, $\varphi_{kp} = \varphi_{kp}(t_p, \alpha, \beta) = \exp[-(k-1) \beta t_p^\alpha]$.

Приравнивая производные по коэффициентам a_k нулю, получим систему линейных алгебраических уравнений относительно этих коэффициентов

$$\sum_{k=1}^m a_k \sum_{p=0}^n \varphi_{rp} \varphi_{kp} = \sum_{p=0}^n \varepsilon_p \varphi_{rp} \quad (r = \overline{1, m}). \quad (3)$$

Отметим, что система уравнений (3) решается при варьировании постоянных α , β в целях достижения выполнения условия (2).

После определения постоянных α , β и a_k найденная функция (1) позволяет осуществить гладкое восполнение сеточных значений в любой точке отрезка $[0, t]$.

В качестве примера проведем обработку данных эксперимента, приведенного в работе [3] для стеклопластика ТС8/3-250. Опыты выполнялись при постоянной нагрузке. Рассмотрим случай, когда уровень нагрузки выбирался равным 0.3 от предела прочности материала σ для самого показательного направления $\theta = 45^\circ$ к основе ткани. Испытания проводились до практически полного прекращения развития деформаций. Для указанного случая в табл. 1 представлены данные эксперимента, отнесенные к величине ε_0 .

Таблица 1

t , час	0	12	24	48	120	240	360	505
$\varepsilon_k/\varepsilon_0$	1.000	1.200	1.271	1.336	1.432	1.542	1.632	1.684
t , час	624	744	864	1008	1128	1248	1320	1400
$\varepsilon_k/\varepsilon_0$	1.736	1.755	1.774	1.826	1.832	1.838	1.839	1.839

Представление (1) запишем в форме

$$w(t) = \exp(-\beta t^\alpha) + \sum_{k=1}^m a_k [\exp(-\beta t^\alpha) - \exp[-(k+1)\beta t^\alpha]]. \quad (4)$$

Если $m = 3$, то функция наилучшего приближения (4) получается при следующих параметрах:

$$\alpha = 0.49, \beta = 0.029, a_1 = 99.8375, a_2 = -153.2572, a_3 = 75.3933. \quad (5)$$

На рис.1 а) точки соответствуют данным табл. 1, а сплошная линия является графиком функции (4), построенной для найденных параметров (5).

3. Численное определение резольвент интегральных уравнений теории вязкоупругости. Для определения напряжений и деформаций, возникающих в анизотропной среде при ее длительном нагружении, в работах [9, 10] использованы уравнения состояния в форме

$$\mathbf{s}(t) = \mathbf{R}(0) \mathbf{e}(t) + \int_0^t \frac{d\mathbf{R}(t-\tau)}{d(t-\tau)} \mathbf{e}(\tau) d\tau, \quad (6)$$

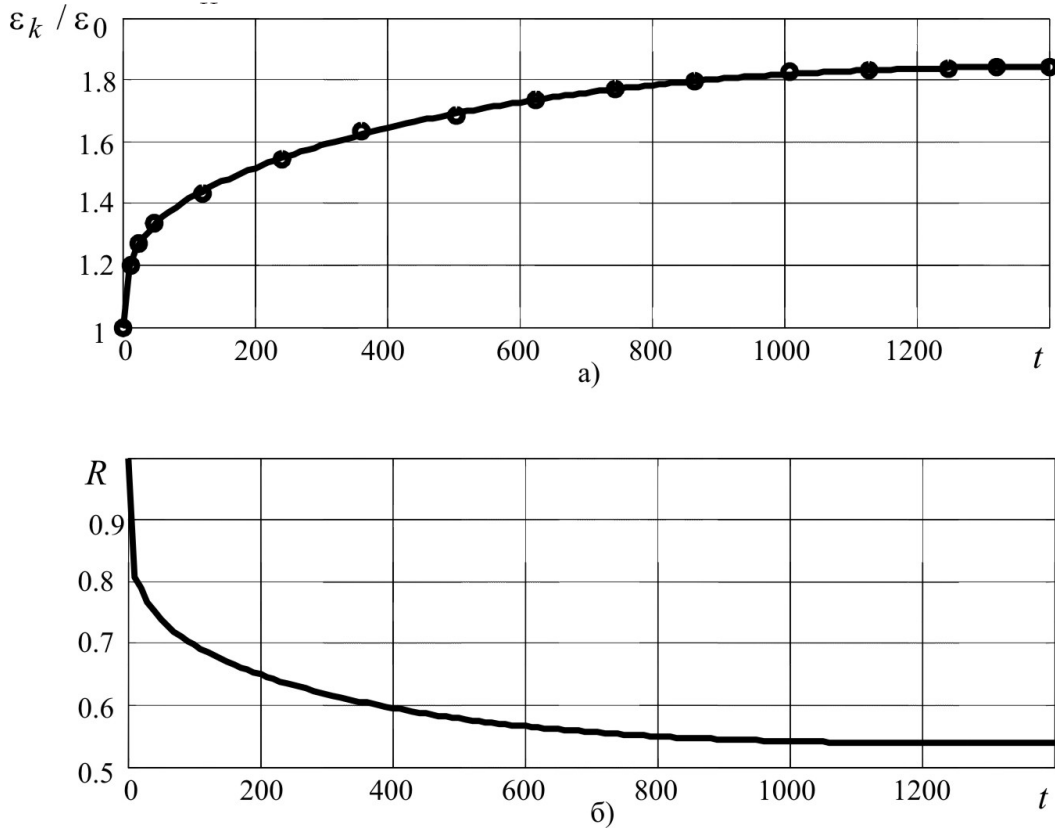


Рис. 1. Кривые ползучести а) и релаксации б) стеклопластика TC8/3-250

$$\mathbf{e}(t) = \mathbf{P}(0) \mathbf{s}(t) + \int_0^t \frac{d\mathbf{P}(t-\tau)}{d(t-\tau)} \mathbf{s}(\tau) d\tau. \quad (7)$$

Здесь $\mathbf{s}(t) = s_i = [s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6]$, $\mathbf{e}(t) = e_k = [e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6]$ – векторы напряжений и деформаций; $\mathbf{R} = \{R_{ij}\}$ и $\mathbf{P} = \{P_{ij}\}$ ($i, j = \overline{1, 6}$) – регулярные части матриц функций релаксации и ползучести.

В момент приложения внешних усилий или деформаций (время $t = 0$) упругие постоянные материала среды характеризуются матрицей $\mathbf{a}$ – коэффициентов деформации, или $\mathbf{A}$ – модулей упругости, а решение является упругим. Дальнейшее поддержание усилий или деформаций (время $t > 0$) приводит к тому, что материал, из которого изготовлено тело, продолжает деформироваться. Для описания этого процесса, используем модели (6) и (7), учитывающие свойство материала деформироваться во времени. Мгновенные значения функций ползучести $\mathbf{P}(0) = \mathbf{a}$, релаксации $\mathbf{R}(0) = \mathbf{A}$, напряжений $\mathbf{s}(0) = \sigma$ и деформаций $\mathbf{e}(0) = \varepsilon$ являются начальными условиями для искомых функций времени.

Соотношения между модулями упругости и коэффициентами деформации в теории упругости имеют вид $\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{a}$. Соответствующие соотношения между функци-

ями ползучести и релаксации неверны. Однако имеют место соотношения

$$\mathbf{P}(0) = [\mathbf{R}(0)]^{-1}, \quad \mathbf{P}(\infty) = [\mathbf{R}(\infty)]^{-1} \quad (8)$$

для мгновенных и длительных модулей упругости и коэффициентов деформации. Численные соотношения между функциями ползучести и релаксации найдены в работах [9, 10]. Они имеют вид

$$\mathbf{R}_k = \left(\mathbf{I} - \sum_{i=1}^k \mathbf{R}_{k-i} (\mathbf{P}_i - \mathbf{P}_{i-1}) \right) \mathbf{A} \quad (k = 0, 1, \dots, N), \quad (9)$$

$$\mathbf{P}_k = \left(\mathbf{I} - \sum_{i=1}^k \mathbf{P}_{k-i} (\mathbf{R}_i - \mathbf{R}_{i-1}) \right) \mathbf{a} \quad (k = 0, 1, \dots, N), \quad (10)$$

где $\mathbf{I}$ – единичная матрица, $\mathbf{P}_i = \mathbf{P}(t_i)$, $\mathbf{R}_i = \mathbf{R}(t_i)$, $\mathbf{P}_{k-i} = \mathbf{P}(t_k - t_i)$, $\mathbf{R}_{k-i} = \mathbf{R}(t_k - t_i)$ – значения функций в точке $t = t_i$.

Из соотношений (9), по экспериментально найденным значениям функции ползучести в точках сетки находятся функции релаксации, а из (10) – наоборот.

При вычислении функций релаксации или ползучести по формулам (9) или (10), для увеличения точности вычислений, необходимо осуществить сглаживание соответствующей кривой и увеличить число точек N разбиения отрезка $[0, t]$.

Отметим, что качество вычислений контролируется взаимным перерасчетом. Так, точность расчета функции релаксаций по формуле (9) проверяется перерасчетом функции ползучести по формулам (10) и сравнением полученной функции с исходной. Если результат сравнения не удовлетворителен, необходимо уменьшить шаг сетки.

На рис. 1 б) приведена кривая релаксации, соответствующая кривой ползучести рис. 1 а) и вычисленная по формулам (9). Точность вычислений контролировалась обратным перерасчетом по формулам (10). Вычисленные значения сравнивались с исходными P_n поточечно. В результате, максимальная по абсолютному значению погрешность мала и составляет величину порядка 10^{-15} . Кроме того, с большой точностью выполняются условия (8).

Рассмотрим символический метод решения интегрального уравнения состояния (7). Для этого запишем его в следующей форме:

$$\mathbf{e}(t) = \mathbf{a} \left(\mathbf{I} \mathbf{s}(t) + \mathbf{A} \int_0^t \frac{d\mathbf{P}(t-\tau)}{d(t-\tau)} \mathbf{s}(\tau) d\tau \right). \quad (11)$$

Следуя Ю.Н. Работнову [1], введем символическую запись интегрального оператора Вольтерра следующим образом:

$$\mathbf{A} \int_0^t \frac{d\mathbf{P}(t-\tau)}{d(t-\tau)} \mathbf{s}(\tau) d\tau = \lambda \mathbf{P}^* \mathbf{s}(t), \quad (12)$$

где λ – регулярная точка оператора $\mathbf{P}^*$.

Тогда уравнение (11) можно переписать в форме

$$\mathbf{e}(t) = \mathbf{a}(\mathbf{I} + \lambda \mathbf{P}^*) \mathbf{s}(t). \quad (13)$$

Решим последнее уравнение относительно функции $\mathbf{s}(t)$ формально, поступая с операторами так же, как с постоянными числами. Получим следующую запись:

$$\mathbf{s}(t) = (\mathbf{I} + \lambda \mathbf{P}^*)^{-1} \mathbf{a}^{-1} \mathbf{e}(t) = [\mathbf{I} - \lambda \mathbf{R}^*(-\lambda)] \mathbf{A} \mathbf{e}(t). \quad (14)$$

Оператор $(\mathbf{I} + \lambda \mathbf{P}^*)^{-1}$ называется обратным или резольвентой, а оператор $\mathbf{R}^*(-\lambda)$ – резольвентным для $\mathbf{P}^*$ [12].

В работе [1] для решения граничных задач линейной вязкоупругости была построена алгебра операторов Вольтерра для специального класса операторов с дробно-экспоненциальными ядрами. Для описания вязкоупругих свойств реальных материалов приходится строить операторы с ядрами более сложной природы. В статье [12] показано, что построение алгебры операторов Вольтерра не связано с каким-либо специальным видом ядра и может быть осуществлено для любых резольвентных операторов. Таким образом, интегральные операторы с произвольными ядрами обладают теми же свойствами, которыми обладают операторы с дробно-экспоненциальными ядрами. Приведем эти свойства [12].

Свойство 1. Для любых двух регулярных точек λ и μ имеют место равенства:

$$\mathbf{R}^*(\lambda) \mathbf{R}^*(\mu) = [\mathbf{R}^*(\lambda) - \mathbf{R}^*(\mu)] / (\lambda - \mu) \quad (\lambda \neq \mu), \quad (15)$$

$$\mathbf{R}^*(\lambda) \mathbf{R}^*(\lambda) = \partial \mathbf{R}^*(\lambda) / \partial \lambda.$$

Свойство 2. Для любого резольвентного оператора $\mathbf{R}^*(\lambda)$ имеет место формула обращения

$$[\mathbf{I} - \delta \mathbf{R}^*(\lambda)]^{-1} = \mathbf{I} + \delta \mathbf{R}^*(\lambda + \delta). \quad (16)$$

Свойство 3. Возведение в степень резольвентного оператора равносильно дифференцированию по параметру

$$[\mathbf{R}^*(\lambda)]^n = \frac{1}{(n-1)!} \partial^{n-1} \mathbf{R}^*(\lambda) / \partial \lambda^{n-1}.$$

Кроме этих свойств, формулы М.И. Розовского [13] для дробно экспоненциальных операторов полностью переносятся на произвольные резольвентные операторы.

Покажем, что решение граничных задач вязкоупругости, может быть осуществлено без каких-либо конкретных аналитических заданий исходных операторов. Будем рассматривать установившуюся ползучесть. В этом случае деформация ползучести осуществляется при постоянных во времени напряжениях. Если нагрузки постоянны, то при решении конкретных задач напряжения $\mathbf{s}(\tau)$ в (12) можно считать

зависимыми от верхнего предела. Оператор (12) представляется в виде произведения оператора $\lambda \mathbf{P}^* \bullet 1 = \mathbf{A} \int_0^t \frac{d\mathbf{P}(t-\tau)}{d(t-\tau)} d\tau$ на напряжение $\mathbf{s}(t)$. Таким образом,

$$(\lambda \mathbf{P}^* \bullet 1) \mathbf{s}(t) = [-\mathbf{I} + \mathbf{A} \mathbf{P}(t)] \mathbf{s}(t).$$

Уравнение (13) в этом случае примет вид

$$\mathbf{e}(t) = \mathbf{a}(\mathbf{I} + \lambda \mathbf{P}^*) \mathbf{s}(t) = \mathbf{P}(t) \mathbf{s}(t). \quad (17)$$

Рассматривая решение уравнения (6) при постоянной деформации придем к уравнению, аналогичному (17)

$$\mathbf{s}(t) = \mathbf{R}(t) \mathbf{e}(t), \quad (18)$$

где функция релаксации определяется формулами (9).

Следует отметить, что уравнениями состояния (17) следует пользоваться, когда на границе тела заданы нагрузки, а уравнениями (18) – когда заданы перемещения или деформации.

Из соотношений (17), а также (18) и (14), находим

$$\lambda \mathbf{P}^* = \mathbf{A} \mathbf{P}(t) - \mathbf{I}, \quad \lambda \mathbf{R}^*(-\lambda) = \mathbf{I} - \mathbf{R}(t) \mathbf{a}. \quad (19)$$

Соотношения (19) связывают интегральные операторы $\mathbf{P}^*$ и $\mathbf{R}^*(-\lambda)$ с функциями ползучести и релаксации $\mathbf{P}(t)$ и $\mathbf{R}(t)$, заданными таблично. Это обстоятельство позволяет, используя свойства интегральных операторов (15) и (16), производить соответствующие действия с функциями ползучести и релаксации, заданными таблично.

Рассмотрим пример определения значений интегральных операторов, входящих в уравнения состояния для случая обобщенного плоского напряженного состояния изотропной пластинки. Матрица $\mathbf{a}$ формируется с помощью упругих постоянных ν , E и G , которые в процессе длительного нагружения пластинки заменяются временными интегральными операторами

$$\bar{\nu} = \nu(1 + P_\nu^*), \quad \bar{E} = E(1 - R_E^*), \quad \bar{G} = G(1 - R_G^*). \quad (20)$$

Из операторов (20) строится матрица ползучести $\mathbf{P}(t)$ с элементами

$$\mathbf{P}(t) = \begin{pmatrix} \bar{a}_{11} & \bar{a}_{12} & 0 \\ \bar{a}_{21} & \bar{a}_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{a}_{66} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/\bar{E} & -\bar{\nu}/\bar{E} & 0 \\ -\bar{\nu}/\bar{E} & 1/\bar{E} & 0 \\ 0 & 0 & 1/\bar{G} \end{pmatrix}. \quad (21)$$

Предположим, что из опыта известна функция ползучести для коэффициента Пуассона $\bar{\nu} = \nu p_\nu(t)$. Здесь $p_\nu(t)$ – таблично заданная кривая ползучести для коэффициента ν . В соответствии с (20), можно записать

$$\bar{\nu} = \nu(1 + P_\nu^*) = \nu p_\nu(t).$$

Из последнего соотношения значения интегрального оператора определяются формулой

$$P_\nu^* = p_\nu(t) - 1.$$

Аналогичным образом определяются интегральные операторы R_E^* и R_G^* по заданным кривым релаксации $r_E(t)$ и $r_G(t)$. Напомним, что по заданным функциям $p_\nu(t)$, $r_E(t)$ и $r_G(t)$ соответствующие функции релаксации и ползучести $r_\nu(t)$, $p_E(t)$ и $p_G(t)$ определяются соотношениями (9) и (10).

Если значение величины $\bar{E}$ не определялось, то оно может быть найдено в предположении, что оператор объемного сжатия есть величина постоянная [1]. Это значит, что

$$\frac{1 - 2\bar{\nu}}{\bar{E}} = \frac{1 - 2\nu}{E}.$$

Отсюда найдем

$$\bar{E} = E \frac{1 - 2\bar{\nu}}{1 - 2\nu} = E \frac{1 - 2\nu p_\nu(t)}{1 - 2\nu} = E r_E(t), \quad (22)$$

$$\frac{1}{\bar{E}} = \frac{1}{E} \frac{1 - 2\nu}{1 - 2\bar{\nu}} = \frac{1}{E} \frac{1}{1 - \delta P_\nu^*} = \frac{1}{E} [1 + \delta P_\nu^*(\delta)] = \frac{1}{E} p_E(t), \delta = 2\nu / (1 - 2\nu). \quad (23)$$

Из (22) находится функция $r_E(t)$, по формулам (10) вычисляется $p_E(t)$, а из соотношений (23) имеем

$$P_\nu^*(\delta) = [p_E(t) - 1] / \delta. \quad (24)$$

Найдем операторы

$$\begin{aligned} -\frac{\bar{\nu}}{\bar{E}} &= -\frac{\nu}{E} (1 + P_\nu^*) [1 + \delta P_\nu^*(\delta)] = -\frac{\nu}{E} [1 + (1 + \delta) P_\nu^*(\delta)], \\ \frac{1}{G} &= \frac{2(1 + \bar{\nu})}{\bar{E}} = \frac{2(1 + \nu)}{E} (1 + \delta_1 P_\nu^*) [1 + \delta P_\nu^*(\delta)] = \\ &= \frac{1}{G} [1 + (\delta_1 + \delta) P_\nu^*(\delta)], \delta_1 = \nu / (1 + \nu). \end{aligned} \quad (25)$$

Таким образом, для компонент матрицы (21) получаются соотношения (23) и (25), в которых интегральный оператор $P_\nu^*(\delta)$ вычисляется по формуле (24). Как видно, в предложенной методике нет необходимости заранее строить конкретный вид ядер ползучести или релаксации для материалов, обладающих свойствами ползучести. Это снимает вопрос об определении набора реологических параметров, необходимых для представления ядра, аппроксимирующего экспериментальную кривую.

4. Заключение. На основе свойств резольвентных операторов для ядер интегральных уравнений произвольного вида предложен метод построения решения задач вязкоупругости путем прямого использования экспериментальных данных, заданных таблично. Для получения более густой сетки при помощи метода наименьших квадратов построена аппроксимирующая функция в виде ряда по экспонентам.

1. Работнов Ю.Н. Ползучесть элементов конструкций. – М.: Наука, 1966. – 752 с.
2. Ильюшин А.А., Победря Б.Е. Основы математической теории термовязкоупругости. – М: Наука, 1970. – 280 с.
3. Работнов Ю.Н., Паперник Л.Х., Степанычев Е.И. Нелинейная ползучесть стеклопластика ТС8/3-250 // Механика полимеров. – 1971. – № 3. – С. 391-397.
4. Елсуфьев С.А. Исследование деформирования фторопласта-4 при линейном и плоском напряженном состояниях // Механика полимеров. – 1968. – № 4. – С. 742-746.
5. Каминский А.А., Гаврилов Г.В. Механика разрушения полимеров. – К.: Наук. думка, 1988. – 224 с.
6. Кристенсен Р. Введение в теорию вязкоупругости – М.: Мир, 1974. – 338 с.
7. Работнов Ю.Н. Элементы наследственной механики твердых тел. – М.: Наука, 1977. – 384 с.
8. Golub V.P., Fernati P.V., Lyashenko Ya.G. To the problem of determination of parameters of the fractional-exponential heredity kernels of lineary viscoelastic materials // Int. App. Mech. – 2008. – Vol. 40, № 9. – P. 963-974.
9. Шевченко В.П., НескорODEв Р.Н. Новый метод решения задач вязкоупругости анизотропных сред // Доповiдi НАН України. – 2010. – № 11. – С. 51-58.
10. НескорODEв Р.Н. О новом численно-аналитическом методе решения задач теории вязкоупругости анизотропных сред // Вiсник Донецького нацiонального унiверситету. – Сер.А: Природн. науки. – 2010. – Вип. 2. – С. 84-89.
11. Коллатц Л., Крабс В. Теория приближений. Чебышевские приближения и их приложения. – М.: Наука, 1978. – 272 с.
12. Громов В.Г. Алгебра операторов Вольтерра и ее применение в задачах вязкоупругости // Доклады АН СССР. – 1968. – Т. 182, № 1. – С. 56-59.
13. Савин Г.Н. Распределение напряжений около отверстий. – Киев: Наук. думка, 1968. – 887 с.

R.N. NeskoroDev

Numerical calculation of the resolvents of integral equations of linear viscoelastic.

In article the algorithm of the numerical solution of problems linear viscoelasticity of the anisotropic body, not demanding obvious construction of analytical representation of kernels of creep and a relaxation is offered. The approached decision of the integrated equations is based on direct use of the experimental data preliminary smoothed and filled in richer grid. It results in significant reduction of a computing error at the decision of specific targets.

Keywords: a linear viscoelastic material, a creep, a relaxation, fulfilment of experimental data, algebra of operators Volterra, resolvent operator.

Р.М. НескорODEв

Чисельне визначення резольвент iнтегральних рiвнянь лiнiйної в'язкопружності.

У статті запропоновано алгоритм чисельного розв'язку задач лiнiйної в'язкопружності анизотропного тiла, що не вимагає явної побудови аналітичного зображення ядер повзучості та релаксації. Наближений розв'язок iнтегральних рiвнянь базується на безпосередньому використанні експериментальних даних, попередньо згладжених i заповнених бiльш густою сiткою. Це призводить до значного зменшення обчислювальної похибки при розв'язанні конкретних задач.

Ключові слова: лiнiйний в'язкопружний матерiал, повзучість, релаксація, заповнення експериментальних даних, алгебра операторiв Вольтерра, резольвентний оператор.

Донецкий национальный ун-т
pavelmasharov@gmail.com

Получено 20.04.11