УДК 519:539.3

©2020. **В.Г. Выскуб, Д.И. Мутин, С.В. Сторожев, Зыонг Минь Хай**

ОЦЕНКИ ВЛИЯНИЯ РАЗБРОСА ПАРАМЕТРОВ В ПРИКЛАДНЫХ МОДЕЛЯХ УСТОЙЧИВОСТИ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК

Даются описание и примеры численной реализации нечетко-множественной методики оценивания меры влияния разбросов исходных параметров в виде погрешностей экспериментальных измерений и технологических допусков на характеристики устойчивости тонких цилиндрических оболочек. Используются результаты исследования детерминистических версий соответствующих прикладных моделей. Методика допускает учет исходной информации о неопределенных экзогенных параметрах, не имеющей строгого статистического характера и базирующейся на экспертных заключениях.

Ключевые слова: *тонкие изотропные цилиндрические оболочки, прикладные модели устойчивости, ошибки разброса исходных параметров, нечетко-множественная методика учета, аппроксимация трапецеидальными нечеткими интервалами, эвристический принцип обобщения.*

Введение и цели исследования. Модели устойчивости тонкостенных оболочечных конструкций составляют один из важнейших классов в теоретических и прикладных исследованиях по механике деформируемого твердого тела [1–3]. С разработкой и совершенствованием методов их анализа самым тесным образом связаны перспективные решения в области прочности и надежности промышленных сооружений оболочечной конфигурации, резервуаров, труб большого диаметра [4–9]. Крайне актуальными являются исследования по данной проблематике применительно к конструкциям аэрокосмической техники, подводных транспортных средств [1, 2, 4].

При весьма обширных научных разработках по теории устойчивости тонкостенных оболочечных конструкций, содержащихся в публикациях [1–9], одним из их актуальных аспектов остается вопрос об оценках влияния разброса исходных параметров анализируемых моделей на получаемые в итоге теоретических исследований выводы и количественные оценки. Учет погрешностей в данных экспериментальных замеров физико-механических и геометрических характеристик конструкций, разбросов их исходных расчетных параметров в пределах допусков, обусловленных технологическими факторами, подлежит корректному учету как фактор неопределенности моделирования. Основным используемым в этом случае подходом к настоящему времени является применение методов вероятностно-стохастического анализа [10–12]. Вместе с тем, как, в частности, отмечено в работах [13–15], представляет интерес и разработка иных подходов к учету факторов неопределенности, поскольку во многих случаях исходная информация о неопределенных экзогенных параметрах не имеет строго выраженной статистической природы, не базируется на обработке достаточных по объему частотных выборок. Принципиально применимым в этих случаях подходом может служить использование методов теории нечетких множеств [13–19], в рамках которых требования

к характеру исходной информации являются менее строгими, а также допустимым является применение данных, получаемых на основе субъективных экспертных заключений. Таким образом, целью представленных в данной работе исследований является разработка нечетко-множественной методики получения оценок влияния разброса значений экзогенных параметров при анализе ряда прикладных моделей устойчивости тонкостенных цилиндрических оболочек.

1. Соотношения детерминистических версий рассматриваемых моделей. В рамках решения задачи разработки нечетко-множественной методики учета неконтрастности исходных параметров в моделях определения критических уровней нагружений, обуславливающих эффекты потери устойчивости, рассматриваются следующие четыре версии таких моделей.

В модели *первого* типа описывается явление потери устойчивости для изотропной оболочки с безмоментным начальным состоянием, имеющей идеальную цилиндрическую форму, длину l, толщину h, изгибную жесткость D, изготовленную из материала с модулем Юнга E и коэффициентом Пуассона ν, нагруженную внешним гидростатическим давлением и приложенными к торцевым поверхностям равномерно распределенными сжимающими усилиями интенсивности q вдоль осевого направления [6]. Применительно к случаю возникновения осесимметричных форм потери устойчивости с числом полуволн m в продольном координатном направлении рассматриваемой оболочки с шарнирно-опертыми краями, для величины критического осевого усилия в работе [6] получено соотношение вида

$$q^*_{m1} = F_{m1}(E,\nu,R,h,l,m) = E[h^3(m\pi/l)^2(12(1-\nu^2))^{-1} + hR^{-2}(m\pi/l)^{-2}], \quad (1)$$

а минимальное значение интенсивности критического усилия описывается выражением

$$q^*_1 = G_1(E,\nu,R,h) = (Eh^2R^{-1})(3(1-\nu^2))^{-1}. \quad (2)$$

Для неосесимметричных форм потери устойчивости с показателями количества полуволн в продольном координатном направлении и в окружном угловом направлении в [6], соответственно, получены соотношения для критических усилий

$$\begin{gathered} q^*_{mn1} = F_{mn1}(E,\nu,R,h,l,m,n) = E[h^3((m\pi)^{-2}((m\pi/l)^2 + \\ +(n/R)^2))^2(12(1-\nu^2))^{-1} + hR^{-2}((m\pi)^{-2}((m\pi/l)^2 + (n/R)^2))^{-2}], \end{gathered} \quad (3)$$

а минимальное критическое усилие также описывается соотношением (2).

Во *втором* из рассматриваемых случаев критическое значение внешнего гидростатического давления для цилиндрической оболочки с введенными выше характеристиками, получаемое в рамках модели больших перемещений [7], имеет представление вида

$$p^*_2 = F_2(E,\nu,R,h,l,k) = (2/3)(E(1-\nu^2)^{-1})(h/R)^3(4k(\pi R/(2l))^2 + 2^{1/2} + 1), \quad (4)$$

в котором k – параметр граничных условий на краях оболочки, принимающий значение $k = 0.25$ для случая шарнирно опертых краев, и значение $k = 0.5$ для случая жестко закрепленных.

Еще две – *третья и четвертая* – анализируемые модели относятся к случаям исследования устойчивости цилиндрических оболочек, помещенных в деформируемую среду, либо содержащих внутреннее упругое наполнение. Данные модели интерпретируются как модели исследования устойчивости цилиндрических оболочек на упругом основании Винклера [8, 9].

Так, в *третьей* модели описываются процессы потери устойчивости протяженной цилиндрической оболочки длины k с внешним упругим основанием, характеризуемым коэффициентом постели α, и подверженной гидростатическому давлению в связи с размещением на некоторой глубине в упругом массиве из материала с параметром плотности ρ. Полученное в [8] представление для критического давления, обуславливающего явление потери устойчивости с формой, характеризуемой числом волн m в продольном осевом направлении оболочки и числом волн n в окружном угловом направлении, в этом случае имеет вид

$$\begin{gathered} Q^*_{3mn} = F_3(E, \nu, R, h, l, \alpha, m, n) = \\ = R^{-1}[Eh^3(12(1-\nu^2))^{-1}R^{-2}(((m\pi R/l)^2 + n^2)^2 - 2n^2 + 1) + \\ + Eh(m\pi R/l)^4((m\pi R/l)^2 + n^2)^{-2} + \alpha R^2] \times \\ \times [n^2(m\pi R/l)^2((m\pi R/l)^2 + n^2)^{-2} - n^2 + 1]^{-1}, \end{gathered} \tag{5}$$

а соотношение

$$\begin{gathered} H^*_{3mn} = \Phi_3(E, \nu, R, h, \alpha, \rho, \rho_0,) = \\ = (\rho g)^{-1}(h/R + \alpha R(1-\nu^2)/E)\ (Eh^2/(4(1-\nu^2)R^2) + \\ + \alpha R^2/(3h) - \rho_0 g R/(1 + h^2/(12R^2))) - R, \end{gathered} \tag{6}$$

в котором ρ_0 – параметр плотности материала оболочки, определяет критическую глубину размещения, при которой происходит потеря устойчивости рассматриваемой оболочки. В характеризуемой модели также представлена оценка для параметра $H^*_{\text{пр}}$ глубины

$$\begin{gathered} H^*_{\text{пр}} = \Phi_{3h}(E, R, h, T_{\text{пр}}, \rho, \rho_0) = (\rho g)^{-1}(h/R + \alpha R(1-\nu^2)/E) \times \\ \times (T_{\text{пр}}/h - (\rho_0 g)R/(1 + h^2/(12R^2))) - R, \end{gathered} \tag{7}$$

на которой при достижении окружными напряжениями в оболочке предельного значения $T_{\text{пр}}$, обуславливающего появление пластических деформаций, в случае $H_{\text{пр}} < H^*_{3mn}$ пластическое деформирование оболочки предшествует бифуркации.

Наконец, в *четвертой* из анализируемых моделей рассматриваются эффекты потери устойчивости в форме осесимметричного выпучивания вертикально расположенных оболочек с направленным внутрь начальным искрив-

лением и упругим заполнением, взаимодействие которого с оболочкой интерпретируется как контакт с упругим основанием Винклера [9]. Для параметра коэффициента постели используется выражение

$$\alpha = E_c((1-\nu_c)(Rh)^{1/2})^{-1}, \tag{8}$$

в котором $E_c,\ \nu_c$ – модуль Юнга и коэффициент Пуассона материала заполнителя. Критическое осевое напряжение σ_4^*, обуславливающее потерю устойчивости в виде осесимметричного выпучивания с длиной полуволны l_n в осевом направлении рассматриваемой оболочки, согласно результатам работы [9], определяется соотношениями

$$\begin{gathered}\sigma_4^* = F_4(E,\nu,E_c,\nu_c,R,h) = Eh^2(\pi/l_n)^2(12(1-\nu^2))^{-1}+\\ +(l_n/\pi)^2ER^{-2}+(E_c/h)(l_n/\pi)^2(1-\nu_c)^{-1}(Rh)^{-1/2},\end{gathered} \tag{9}$$

$$l_n = \pi(12(1-\nu^2)((Rh)^{-2}+(E_c/E)(1-\nu_c)^{-1}R^{-1/2}h^{-7/2}))^{-1/4}. \tag{10}$$

Дальнейшей задачей исследования является получение нечетко-множественных обобщений для соотношений (1) – (10) в детерминистических версиях рассматриваемых моделей на основе эвристического принципа расширения.

2. Получение нечетко-множественных оценок в моделях устойчивости с учетом неопределенности исходных параметров. Для учета влияния разбросов в экспериментальных и технологических значениях экзогенных параметров рассматриваемых моделей в настоящей работе используется применяемый в [18–21] прием описания неопределенных параметров нормальными трапецеидальными нечеткими интервалами. Соответственно вводятся их представления кортежами реперных значений и представлениями в форме суперпозиций соответствующих множеств α–уровня [15, 18–21]:

$$\begin{gathered}\tilde{E} = (E_1,E_2,E_3,E_4) = \bigcup_{\alpha\in[0,1]}[\underline{E}_\alpha,\overline{E}_\alpha],\\ \underline{E}_\alpha = (1-\alpha)E_1+\alpha E_2,\quad \overline{E}_\alpha = \alpha E_3+(1-\alpha)E_4;\\ \tilde{\nu} = (\nu_1,\nu_2,\nu_3,\nu_4) = \bigcup_{\alpha\in[0,1]}[\underline{\nu}_\alpha,\overline{\nu}_\alpha],\\ \underline{\nu}_\alpha = (1-\alpha)\nu_1+\alpha\nu_2,\quad \overline{\nu}_\alpha = \alpha\nu_3+(1-\alpha)\nu_4;\\ \tilde{R} = (R_1,R_2,R_3,R_4) = \bigcup_{\alpha\in[0,1]}[\underline{R}_\alpha,\overline{R}_\alpha],\\ \underline{R}_\alpha = (1-\alpha)R_1+\alpha R_2,\quad \overline{R}_\alpha = \alpha R_3+(1-\alpha)R_4;\\ \tilde{h} = (h_1,h_2,h_3,h_4) = \bigcup_{\alpha\in[0,1]}[\underline{h}_\alpha,\overline{h}_\alpha],\\ \underline{h}_\alpha = (1-\alpha)h_1+\alpha h_2,\quad \overline{h}_\alpha = \alpha h_3+(1-\alpha)h_4;\\ \tilde{l} = (l_1,l_2,l_3,l_4) = \bigcup_{\alpha\in[0,1]}[\underline{l}_\alpha,\overline{l}_\alpha],\\ \underline{l}_\alpha = (1-\alpha)l_1+\alpha l_2,\quad \overline{l}_\alpha = \alpha l_3+(1-\alpha)l_4;\\ \tilde{\rho} = (\rho_1,\rho_2,\rho_3,\rho_4) = \bigcup_{\alpha\in[0,1]}[\underline{\rho}_\alpha,\overline{\rho}_\alpha],\end{gathered} \tag{11}$$

$$\underline{\rho}_{\alpha} = (1-\alpha)\rho_1 + \alpha\rho_2, \quad \overline{\rho}_{\alpha} = \alpha\rho_3 + (1-\alpha)\rho_4;$$
$$\tilde{\rho}_0 = (\rho_{01}, \rho_{02}, \rho_{03}, \rho_{04}) = \bigcup_{\alpha\in[0,1]}[\underline{\rho}_{0\alpha}, \overline{\rho}_{0\alpha}],$$
$$\underline{\rho}_{0\alpha} = (1-\alpha)\rho_{01} + \alpha\rho_{02}, \quad \overline{\rho}_{0\alpha} = \alpha\rho_{03} + (1-\alpha)\rho_{04};$$
$$\tilde{E}_c = (E_{c1}, E_{c2}, E_{c3}, E_{c4}) = \bigcup_{\alpha\in[0,1]}[\underline{E}_{c\alpha}, \overline{E}_{c\alpha}],$$
$$\underline{E}_{c\alpha} = (1-\alpha)E_{c1} + \alpha E_{c2}, \quad \overline{E}_{c\alpha} = \alpha E_{c3} + (1-\alpha)E_{c4};$$
$$\tilde{\nu}_c = (\nu_{c1}, \nu_{c2}, \nu_{c3}, \nu_{c4}) = \bigcup_{\alpha\in[0,1]}[\underline{\nu}_{c\alpha}, \overline{\nu}_{c\alpha}],$$
$$\underline{\nu}_{c\alpha} = (1-\alpha)\nu_{c1} + \alpha\nu_{c2}, \quad \overline{\nu}_{c\alpha} = \alpha\nu_{c3} + (1-\alpha)\nu_{c4}.$$

Специфика применения α–уровневой версии эвристического принципа расширения к соотношениям (1) – (10) связана с возможностью получения оценок знакоопределенности для частных производных по совокупностям аргументов от функций, определяющих значения эндогенных параметров моделей во всей области их определения. Соответственно, для рассматриваемых соотношений выполняются неравенства:

$$\begin{gathered}\partial F_{m1}(E,\nu,R,h,l,m)/\partial E > 0, \quad \partial F_{m1}(E,\nu,R,h,l,m)/\partial h > 0,\\ \partial F_{m1}(E,\nu,R,h,l,m)/\partial R < 0, \quad \partial F_{m1}(E,\nu,R,h,l,m)/\partial \nu > 0;\end{gathered} \tag{12}$$

$$\begin{gathered}\partial G_1(E,\nu,R,h)/\partial E > 0, \quad \partial G_1(E,\nu,R,h)/\partial h > 0,\\ \partial G_1(E,\nu,R,h)/\partial R < 0, \quad \partial G_1(E,\nu,R,h)/\partial \nu > 0;\end{gathered} \tag{13}$$

$$\begin{gathered}\partial F_{mn1}(E,\nu,R,h,l,m,n)/\partial E > 0, \quad \partial F_{mn1}(E,\nu,R,h,l,m,n)/\partial h > 0,\\ \partial F_{mn1}(E,\nu,R,h,l,m,n)/\partial \nu > 0;\end{gathered} \tag{14}$$

$$\begin{gathered}\partial F_2(E,\nu,R,h,l,k)/\partial E > 0, \quad \partial F_2(E,\nu,R,h,l,k)/\partial h > 0,\\ \partial F_2(E,\nu,R,h,l,k)/\partial \nu > 0, \quad \partial F_2(E,\nu,R,h,l,k)/\partial l < 0;\end{gathered} \tag{15}$$

$$\begin{gathered}\partial F_3(E,\nu,R,h,l,\alpha,m,n)/\partial E > 0, \quad \partial F_3(E,\nu,R,h,l,\alpha,m,n)/\partial h > 0,\\ \partial F_3(E,\nu,R,h,l,\alpha,m,n)/\partial \nu > 0, \quad \partial F_3(E,\nu,R,h,l,\alpha,m,n)/\partial \alpha > 0;\end{gathered} \tag{16}$$

$$\begin{gathered}\partial \Phi_3(E,\nu,R,h,\alpha,\rho,\rho_0,)/\partial \alpha > 0, \quad \partial \Phi_3(E,\nu,R,h,\alpha,\rho,\rho_0,)/\partial \rho < 0,\\ \partial \Phi_3(E,\nu,R,h,\alpha,\rho,\rho_0,)/\partial \rho_0 < 0;\end{gathered} \tag{17}$$

$$\begin{gathered}\partial \Phi_{3h}(E,\nu,R,h,T_{\text{пр}},\rho,\rho_0)/\partial T_{\text{пр}} > 0,\\ \partial \Phi_{3h}(E,\nu,R,h,T_{\text{пр}},\rho,\rho_0)/\partial \rho < 0,\\ \partial \Phi_{3h}(E,\nu,R,h,T_{\text{пр}},\rho,\rho_0)/\partial \rho_0 < 0.\end{gathered} \tag{18}$$

Учет оценок (12) – (18) позволяет на основе применения α–уровневой версии эвристического принципа расширения записать следующие представле-

ния для нечетко-множественных эндогенных характеристик рассматриваемых моделей:

$$\begin{gathered}\tilde{q}^*_{m1} = \bigcup_{\alpha\in[0,1]}[\underline{q}^*_{m1_\alpha}, \overline{q}^*_{m1_\alpha}],\\ \underline{q}^*_{m1_\alpha} = \inf_{l\in[\underline{l}_\alpha,\overline{l}_\alpha]} F_{m1}(\underline{E}_\alpha, \underline{\nu}_\alpha, \overline{R}_\alpha, \underline{h}_\alpha, l, m),\\ \overline{q}^*_{m1_\alpha} = \sup_{l\in[\underline{l}_\alpha,\overline{l}_\alpha]} F_{m1}(\overline{E}_\alpha, \overline{\nu}_\alpha, \underline{R}_\alpha, \overline{h}_\alpha, l, m);\end{gathered} \tag{19}$$

$$\begin{gathered}\tilde{q}^*_1 = \bigcup_{\alpha\in[0,1]}[\underline{q}^*_{1_\alpha}, \overline{q}^*_{1_\alpha}],\\ \underline{q}^*_{1_\alpha} = G_1(\underline{E}_\alpha, \underline{\nu}_\alpha, \overline{R}_\alpha, \underline{h}_\alpha), \quad \overline{q}^*_{1_\alpha} = G_1(\overline{E}_\alpha, \overline{\nu}_\alpha, \underline{R}_\alpha, \overline{h}_\alpha);\end{gathered} \tag{20}$$

$$\begin{gathered}\tilde{q}^*_{mB1} = \bigcup_{\alpha\in[0,1]}[\underline{q}^*_{mn1_\alpha}, \overline{q}^*_{mn1_\alpha}],\\ \underline{q}^*_{mn1_\alpha} = \inf_{\substack{l\in[\underline{l}_\alpha,\overline{l}_\alpha]\\ R\in[\underline{R}_\alpha,\overline{R}_\alpha]}} F_{mn1}(\underline{E}_\alpha, \underline{\nu}_\alpha, R, \underline{h}_\alpha, l, m, n),\\ \overline{q}^*_{mn1_\alpha} = \sup_{\substack{l\in[\underline{l}_\alpha,\overline{l}_\alpha]\\ R\in[\underline{R}_\alpha,\overline{R}_\alpha]}} F_{mn1}(\overline{E}_\alpha, \overline{\nu}_\alpha, R, \overline{h}_\alpha, l, m, n);\end{gathered} \tag{21}$$

$$\begin{gathered}\tilde{p}^*_2 = \bigcup_{\alpha\in[0,1]}[\underline{p}^*_{2_\alpha}, \overline{p}^*_{2_\alpha}],\\ \underline{p}^*_{2_\alpha} = \inf_{R\in[\underline{R}_\alpha,\overline{R}_\alpha]} F_2(\underline{E}_\alpha, \underline{\nu}_\alpha, R, \underline{h}_\alpha, \overline{l}_\alpha, k),\\ \overline{p}^*_{2_\alpha} = \sup_{R\in[\underline{R}_\alpha,\overline{R}_\alpha]} F_2(\overline{E}_\alpha, \overline{\nu}_\alpha, R, \overline{h}_\alpha, \underline{l}_\alpha, k);\end{gathered} \tag{22}$$

$$\begin{gathered}\tilde{Q}^*_3 = \bigcup_{\alpha\in[0,1]}[\underline{Q}^*_{3_\alpha}, \overline{Q}^*_{3_\alpha}],\\ \underline{Q}^*_{3_\alpha} = \inf_{\substack{l\in[\underline{l}_\alpha,\overline{l}_\alpha]\\ R\in[\underline{R}_\alpha,\overline{R}_\alpha]}} F_3(\underline{E}_\alpha, \underline{\nu}_\alpha, R, \underline{h}_\alpha, l, \underline{\alpha}_\alpha, m, n),\\ \overline{Q}^*_{3_\alpha} = \sup_{\substack{l\in[\underline{l}_\alpha,\overline{l}_\alpha]\\ R\in[\underline{R}_\alpha,\overline{R}_\alpha]}} F_3(\overline{E}_\alpha, \overline{\nu}_\alpha, R, \overline{h}_\alpha, l, \overline{\alpha}_\alpha, m, n);\end{gathered} \tag{23}$$

$$\begin{gathered}\tilde{H}^*_{3mn} = \bigcup_{\alpha\in[0,1]}[\underline{H}^*_{3mn_\alpha}, \overline{H}^*_{3mn_\alpha}],\\ \underline{H}^*_{3mn_\alpha} = \inf_{\substack{\nu\in[\underline{\nu}_\alpha,\overline{\nu}_\alpha]\\ R\in[\underline{R}_\alpha,\overline{R}_\alpha]\\ h\in[\underline{h}_\alpha,\overline{h}_\alpha]}} \Phi_3(\underline{E}_\alpha, \nu, R, h, \underline{\alpha}_\alpha, \overline{\rho}_\alpha, \overline{\rho}_{0\alpha}),\\ \overline{H}^*_{3mn_\alpha} = \sup_{\substack{\nu\in[\underline{\nu}_\alpha,\overline{\nu}_\alpha]\\ R\in[\underline{R}_\alpha,\overline{R}_\alpha]\\ h\in[\underline{h}_\alpha,\overline{h}_\alpha]}} \Phi_3(\overline{E}_\alpha, \nu, R, h, \overline{\alpha}_\alpha, \underline{\rho}_\alpha, \underline{\rho}_{0\alpha});\end{gathered} \tag{24}$$

$$\tilde{H}_{\text{пр}} = \bigcup_{\alpha\in[0,1]}[\underline{H}_\alpha, \overline{H}_\alpha],$$

$$\begin{aligned}
\underline{H}_\alpha = &\inf_{\substack{E\in[\underline{E}_\alpha,\overline{E}_\alpha]\\ \nu\in[\underline{\nu}_\alpha,\overline{\nu}_\alpha]\\ R\in[\underline{R}_\alpha,\overline{R}_\alpha]\\ h\in[\underline{h}_\alpha,\overline{h}_\alpha]\\ \rho\in[\underline{\rho}_\alpha,\overline{\rho}_\alpha]}} \Phi_{3h}(E,\nu,R,h,\underline{T}_{\text{пр}\alpha},\rho,\overline{\rho}_{0\alpha}),\\
\overline{H}_\alpha = &\sup_{\substack{E\in[\underline{E}_\alpha,\overline{E}_\alpha]\\ \nu\in[\underline{\nu}_\alpha,\overline{\nu}_\alpha]\\ R\in[\underline{R}_\alpha,\overline{R}_\alpha]\\ h\in[\underline{h}_\alpha,\overline{h}_\alpha]\\ \rho\in[\underline{\rho}_\alpha,\overline{\rho}_\alpha]}} \Phi_{3h}(E,\nu,R,h,\overline{T}_{\text{пр}\alpha},\rho,\underline{\rho}_{0\alpha});
\end{aligned} \tag{25}$$

$$\tilde{\sigma}_4 = \bigcup_{\alpha\in[0,1]}[\underline{\sigma}_{4\alpha}, \overline{\sigma}_{4\alpha}],$$

$$\begin{aligned}
\underline{\sigma}_{4\alpha} = &\inf_{\substack{E\in[\underline{E}_\alpha,\overline{E}_\alpha]\\ \nu\in[\underline{\nu}_\alpha,\overline{\nu}_\alpha]\\ E_c\in[\underline{E}_{c\alpha},\overline{E}_{c\alpha}]\\ \nu_c\in[\underline{\nu}_{c\alpha},\overline{\nu}_{c\alpha}]\\ R\in[\underline{R}_\alpha,\overline{R}_\alpha]\\ h\in[\underline{h}_\alpha,\overline{h}_\alpha]}} F_4(E,\nu,E_c,\nu_c,R,h),\\
\overline{\sigma}_{4\alpha} = &\sup_{\substack{E\in[\underline{E}_\alpha,\overline{E}_\alpha]\\ \nu\in[\underline{\nu}_\alpha,\overline{\nu}_\alpha]\\ E_c\in[\underline{E}_{c\alpha},\overline{E}_{c\alpha}]\\ \nu_c\in[\underline{\nu}_{c\alpha},\overline{\nu}_{c\alpha}]\\ R\in[\underline{R}_\alpha,\overline{R}_\alpha]\\ h\in[\underline{h}_\alpha,\overline{h}_\alpha]}} F_4(E,\nu,E_c,\nu_c,R,h).
\end{aligned} \tag{26}$$

Расчетные соотношения (19) – (26) описывают нечетко-множественные характеристики потери устойчивости цилиндрических оболочечных конструкций, т. е. дают оценки меры достоверности (значения функций принадлежности к нечетким множествам возможных значений) того, что при наличии учитываемых разбросов для исходных параметров рассматриваемых моделей соответствующий эндогенный параметр может принимать то или иное значение из диапазона носителя нечеткого множества. Описанная методика в процессе практического применения в предпроектном моделировании на этапе перехода к нечетко-множественным расширениям аргументов расчетных соотношений должна дополняться эффективными приемами фаззификации обладающих разбросами неопределенных исходных данных.

3. Примеры численной реализации. Примеры расчетной апробации описанного подхода реализуются применительно к цилиндрической оболочеч-

ной конструкции с нечетко-интервальными исходными параметрами вида

$$\tilde{E} = (190c_*, 198c_*, 203c_*, 210c_*), \quad \tilde{\nu} = (0.29, 0.3, 0.31, 0.315),$$
$$\tilde{R} = (1.45l_*, 1.50l_*, 1.531l_*, 1.60l_*),$$
$$\tilde{h} = (0.0028l_*, 0.003l_*, 0.0031l_*, 0.0035l_*),$$
$$\tilde{l} = (9.95l_*, 10.0l_*, 10.02l_*, 10.07l_*),$$
$$\tilde{E}_c = (0.25c_*, 0.32c_*, 0.36c_*, 0.43c_*), \tag{27}$$
$$\tilde{\nu}_c = (0.18, 0.20, 0.22, 0.25), \tilde{T}_{\text{пр}} = (0.19c_*, 0.21c_*, 0.23c_*, 0.26c_*),$$
$$\tilde{\alpha} = (1 \cdot 10^{-3}c_*, 1.5 \cdot 10^{-3}c_*, 1.7 \cdot 10^{-3}c_*, 2.1 \cdot 10^{-3}c_*),$$
$$\tilde{\rho} = (7.7\rho_*, 7.75\rho_*, 7.82\rho_*, 7.9\rho_*), \quad \tilde{\rho}_0 = (0.25\rho_*, 0.28\rho_*, 0.34\rho_*, 0.40\rho_*),$$
$$c_* = 1[\text{ГПа}], \quad l_* = 1[\text{м}], \quad \rho_* = 10^3[\text{кг/м}^3].$$

Применительно к данному варианту задания параметров моделей результаты расчетов в виде профилей функций принадлежности для нечетко-множественных характеристик, определяемых соотношениями (19) – (26), представлены на рис. 1 – 9.

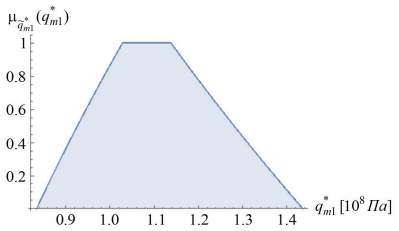

Рис. 1. Функция принадлежности $\tilde{q}^*_{m1}$ при $m = 5$.

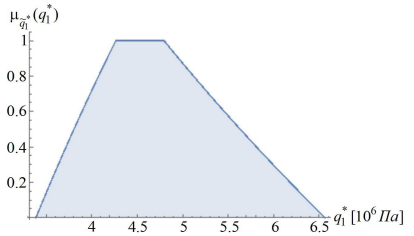

Рис. 2. Функция принадлежности $\tilde{q}^*_1$.

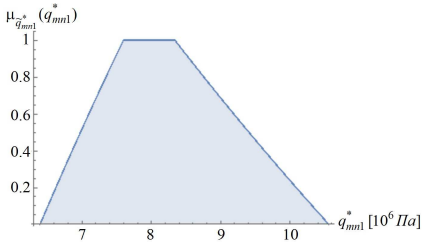

Рис. 3. Функция принадлежности $\tilde{q}^*_{mn1}$ при $m = 5$, $n = 2$.

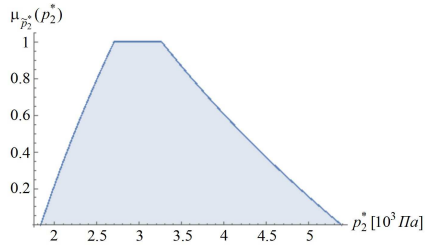

Рис. 4. Функция принадлежности $\tilde{p}^*_2$.

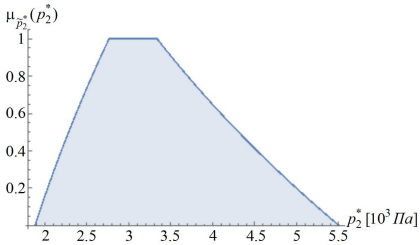

Рис. 5. Функция принадлежности $\tilde{p}_2^*$ для оболочки с закрепленными краями.

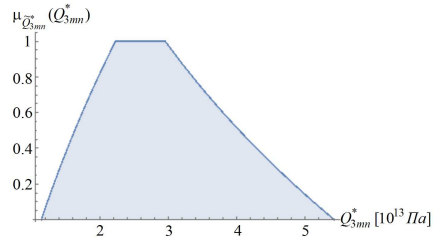

Рис. 6. Функция принадлежности $\tilde{Q}_{3mn}^*$ при $m = 1,\ n = 2$.

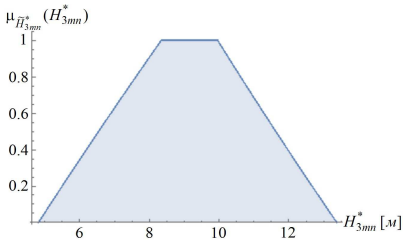

Рис. 7. Функция принадлежности $\tilde{H}_{3mn}^*$ при $m = 1,\ n = 2$.

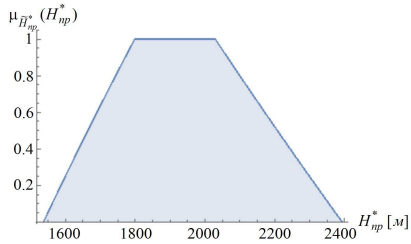

Рис. 8. Функция принадлежности $\tilde{H}_{\text{пр}}^*$.

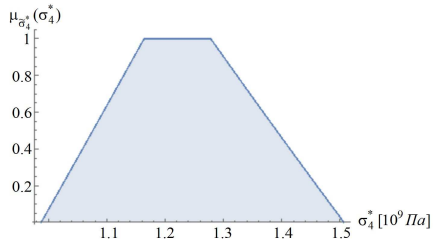

Рис. 9. Функция принадлежности $\tilde{\sigma}_4^*$.

Рассматриваемый вариант задания фаззифицированных в нечетко-интервальные представления исходных данных характеризуется максимальными разбросами в значениях по отношению к средней величине на носителе, имеющими порядок: $\approx 5\%$ – для E; $\approx 4\%$ – для ν; $\approx 5\%$ – для R; $\approx 12\%$ – для h; $\approx 1\%$ – для l; $\approx 26\%$ – для E_c; $\approx 16\%$ – для ν_c; $\approx 16\%$ – для $T_{\text{пр}}$; $\approx 35\%$ – для α; $\approx 1\%$ – для ρ; $\approx 23\%$ – для ρ_0. При этом, аналогичные разбросы в рас-

считываемых значениях эндогенных характеристик, соответственно, имеют порядок:

$\approx 25\%$ – для критического осевого усилия q^*_{m1} при $m = 5$;

$\approx 31\%$ – для минимального значения интенсивности критического усилия q^*_1;

$\approx 24\%$ – для критического осевого усилия q^*_{mn1} при $m = 5$, $n = 2$;

$\approx 49\%$ – для критических усилий p^*_2 при $k = 0.25$ и $k = 0.5$;

$\approx 64\%$ – для критического усилия $\widetilde{Q}^*_{3mn}$ при $m = 1$, $n = 2$;

$\approx 46\%$ – для параметра критической глубины H^*_{3mn} при $m = 1$, $n = 2$;

$\approx 21\%$ – для параметра критической глубины возникновения пластических деформаций $H^*_{\text{пр}}$;

$\approx 21\%$ – для параметра критического усилия σ^*_4.

Рассчитываемые оценки разбросов характеризуют весь диапазон возможных значений определяемых параметров – от минимального до максимального, уровни относительных показателей возможности возникновения которых стремятся к нулю.

Заключение. Результатом представленных исследований является разработка нечетко-множественной методики получения оценок влияния разбросов значений экзогенных физико-механических и геометрических параметров деформационных процессов в виде погрешностей экспериментальных измерений и технологических допусков при анализе ряда прикладных моделей устойчивости тонкостенных упругих цилиндрических оболочек. Методика базируется на применении расчетных соотношений для детерминистических версий соответствующих прикладных моделей с переходом в них к аргументам в виде нормальных трапецеидальных нечетких интервалов в соответствии с процедурой расширения областей определения соответствующих функциональных зависимостей на базе эвристического принципа обобщения. Представлены примеры численной реализации данной методики.

Применение разработанной методики позволяет в процессе предпроектных расчетов определить диапазоны конструктивных характеристик и эксплуатационных параметров для тонкостенных оболочечных конструкций, при которых по критериям прочности и надежности обеспечиваются установленные режимы их функционирования. При этом допускается учет исходной информации о неопределенных экзогенных параметрах рассматриваемых моделей, не имеющей строгого статистического характера ввиду отсутствия необходимых по мощности частотных выборок, и базирующейся на экспертных заключениях.

1. *Вольмир А.С.* Устойчивость деформируемых систем. – М.: Наука, 1976. – 984 с.
2. *Алфутов Н.А.* Основы расчета на устойчивость упругих систем. – М.: Наука, 1978. – 312 с.
3. *Григолюк Э.И., Кабанов В.В.* Устойчивость оболочек. – М.: Наука, 1978. – 359 с.
4. *Croll J.G.A.* Stability in Shells // Nonlinear Dynamics. – 2006. – **43**. – P. 17–28.
5. *Греков В.Ф., Пьянков А.А., Тодчук В.А.* Об устойчивости тонкостенных цилиндров // Компрессорное и энергетическое машиностроение. – 2013. – № 3 (32). – С. 10–12.

6. *Меньшенин А.А.* Об устойчивости тонкостенной цилиндрической оболочки с круговыми вырезами с ребрами жесткости при ее осевом сжатии // Науч. электронный архив академии естествознания. 22.08.2012. Url: http://econf.rae.ru/article/6968 (дата обращения 7.10.2020).
7. *Ванько В.И.* Цилиндрическая оболочка под внешним давлением: неклассическое решение задачи о больших перемещениях деформируемого твердого тела // Вестн. Нижегородск. ун-та им. Н.И. Лобачевского. – 2011. – № 4 (4). – С. 1413–1414.
8. *Михасев Г.И., Никонова Т.В.* О бифуркации длинных оболочек, лежащих на упругом основании, под действием гидростатического давления // Вестн. Полоцкого гос. ун-та. Сер. С. Фундамент. науки. – 2008. – № 3. – С. 129–132.
9. *Хасанов М.М., Чапаев Т.М., Амшоков Б.Х.* Устойчивость стенки стального силоса при осесимметричном выпучивании и начальном искривлении оболочки, направленном внутрь // Электрон. науч. журн. "Инженерный вестник Дона". – 2018. – № 2. Url: http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2018/4944 (дата обращения 8.10.2020).
10. *Болотин В.В.* Методы теории вероятностей и теории надежности в расчетах сооружений. – М.: Стройиздат, 1982. – 352 с.
11. *Ломакин В.А.* Статистические задачи механики твердых деформируемых тел. – М.: ЛЕНАНД, 2014. – 144 с.
12. *Марасанов А.И.* К вопросу о стохастическом анализе упругих систем // Вестн. МИИТ. – 2003. – № 9. – С. 121–125.
13. *Дилигенский Н.В., Дымова Л.Г., Севастьянов П.В.* Нечеткое моделирование и многокритериальная оптимизация производственных систем в условиях неопределенности: технология, экономика, экология. – М.: Изд-во Машиностроение – 1, 2004. – 397 с.
14. *Роттштейн А.П., Штовба С.Д., Козачко А.Н.* Моделирование и оптимизация надежности многомерных алгоритмических процессов. – Винница: УНІВЕРСУМ, 2007. – 215 с.
15. *Нгуен Куок Ши, Чан Ба Ле Хоанг, Сторожев С.В.* Исследование моделей высокотемпературной термостабилизации с нечеткими параметрами. – Yelm, WA, USA: Science Book Publishing House, 2019. – 216 с.
16. *Hanss M.* Applied Fuzzy Arithmetic. An introduction with Engineering Application. – Berlin; Heidelberg: Springer–Verlag, 2005. – 253 p.
17. *Bede B.* Mathematics of Fuzzy Sets and Fuzzy Logic. – StateBerlin placeCityHeidelberg: Springer–Verlag, 2013. – 276 p.
18. *Grzegorzewski P., Mr'owka E.* Trapezoidal approximations of fuzzy numbers // Fuzzy Sets Syst. – 2005. – **153**. – P. 115–135.
19. *Ban A.I., Coroianu L.C., Grzegorzewski P.* Trapezoidal approximation and Aggregation // Fuzzy Sets Syst. – 2011. – **177**. – P. 45–59.
20. *Vyskub V.G., Mutina E.I., Storozhev V.I., Storozhev S.V.* Model of fuzzy estimation of mechanical stress concentration for aerospace and industrial flat structures with polygonal holes of uncertain curvature at rounded corner points // IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering, 537 (2019), 022013, URL: http://doi:10.1088/1757-899X/537/2/022013 (дата обращения: 24.11.2020).
21. *Мутин Д.И., Сторожев С.В., Номбре С.Б.* Учет разброса значений экзогенных параметров в модели устойчивости тонкой цилиндрической оболочки при равномерном осевом сжатии // V Междунар. науч. конф. "Донецкие чтения–2020: образование, наука, инновации, культура и вызовы современности" (Донецк, 17–18 ноября 2020 г.): Матер. конф. – Том 1: Физ.-мат. и техн. науки. Часть 1. – Донецк: Изд-во ДонНУ, 2020. – С. 77–79.

V.G. Vyskub, D.I. Mutin, S.V. Storozhev, Duong Minh Hai

Estimates of influence scattering errors of parameters in applied stability models of cylindrical shells

A description and examples of the numerical implementation of a fuzzy-set method for evaluating the measure of the influence of scatter errors of initial parameters in the form of experimental

measurement errors and technological tolerances on the stability characteristics of thin cylindrical shells are given. The results of research of deterministic versions of the corresponding applied models are used. The methodology allows for the consideration of initial information about uncertain exogenous parameters, which does not have a strict statistical nature and is based on expert conclusions.

Keywords: *thin isotropic cylindrical shells, applied stability models, scatter errors of initial parameters, fuzzy-set method, approximation by trapezoidal fuzzy intervals, heuristic principle of generalization.*

ФГБУН «Республ. исслед. научно-консультац. центр экспертизы» МН и ВО РФ, Москва;
ФГБОУ ВО «Московский гос. технологический ун-т «СТАНКИН», Москва;
ГОУ ВПО «Донбас. национальная акад. строительства и архитектуры», Макеевка;
Научно-исслед. ин-т ВМФ Вьетнама, г. Хайфон
stvi@donnu.ru

Получено 21.08.20