ISSN 0321-1975. Механика твердого тела. 2001. Вып. 31

УДК 531.38

©2001. **Г.В. Горр**

ОБ ОДНОМ КЛАССЕ ПРЕЦЕССИОННО-ИЗОКОНИЧЕСКИХ ДВИЖЕНИЙ ТЕЛА ПОД ДЕЙСТВИЕМ ПОТЕНЦИАЛЬНЫХ И ГИРОСКОПИЧЕСКИХ СИЛ

В динамике твердого тела найдены многочисленные классы движений тела [1], среди которых особое место занимают прецессионные [2] и изоконические [1] движения. Прецессионные движения характеризуются тем свойством, что постоянен угол между двумя прямыми, одна из которых фиксирована в теле, а другая – в неподвижном пространстве. Изоконические движения выделены в методе годографов [3] кинематического истолкования движения; для этих движений подвижный и неподвижный годографы симметричны друг другу относительно касательной к ним плоскости. Примеры изоконических движений можно найти в работах [1, 4-9]. В данной работе указан один новый класс прецессионно-изоконических движений в обобщенной задаче о движении тела в поле потенциальных и гироскопических сил в предположении, что уравнения движения допускают три линейных инвариантных соотношения.

1. Постановка задачи. Рассмотрим дифференциальные уравнения движения тела, имеющего неподвижную точку, под действием потенциальных и гироскопических сил (см., например, [10])

$$\mathbf{x}^{\bullet} = (\mathbf{x} + \boldsymbol{\lambda}) \times a\mathbf{x} + a\mathbf{x} \times B\boldsymbol{\nu} + \mathbf{s} \times \boldsymbol{\nu} + \boldsymbol{\nu} \times C\boldsymbol{\nu}, \tag{1}$$

$$\boldsymbol{\nu}^{\bullet} = \boldsymbol{\nu} \times a\mathbf{x}, \tag{2}$$

где $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3)$ – момент количества движения тела; $\boldsymbol{\nu} = (\nu_1, \nu_2, \nu_3)$ – единичный вектор оси симметрии силового поля; $\boldsymbol{\lambda} = (\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$ – гиростатический момент, характеризующий движения носимых тел; $\mathbf{s} = (s_1, s_2, s_3)$ – вектор обобщенного центра масс; $a = (a_{ij})$ – гирационный тензор, построенный в неподвижной точке; $B = (B_{ij})$ – постоянная матрица третьего порядка, определяющая гироскопические силы; $C = (C_{ij})$ – постоянная матрица третьего порядка, характеризующая потенциальные силы. Точка над переменными $\mathbf{x}$ и $\boldsymbol{\nu}$ здесь и далее обозначает производную по времени t.

Уравнения (1), (2) имеют первые интегралы

$$a\mathbf{x} \cdot \mathbf{x} - 2(\mathbf{s} \cdot \boldsymbol{\nu}) + (C\boldsymbol{\nu} \cdot \boldsymbol{\nu}) = 2E, \qquad \boldsymbol{\nu} \cdot (\mathbf{x} + \boldsymbol{\lambda}) - \frac{1}{2}(B\boldsymbol{\nu} \cdot \boldsymbol{\nu}) = k, \qquad \boldsymbol{\nu} \cdot \boldsymbol{\nu} = 1. \tag{3}$$

Здесь E и k - произвольные постоянные.

Следуя [7], предположим, что уравнения (1), (2) допускают три линейных инвариантных соотношения

$$\left.\begin{aligned} x_1 = &\ b_0 + b_1\nu_1 + b_2\nu_2 + b_3\nu_3, \\ x_2 = &\ c_0 + c_1\nu_1 + c_2\nu_2 + c_3\nu_3, \\ x_3 = &\ d_0 + d_1\nu_1 + d_2\nu_2 + d_3\nu_3, \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

где b_i, c_i, d_i $(i = 0, 1, 2, 3)$ – постоянные.

Прецессионные движения тела относительно вертикали опишем инвариантным соотношением [2]

$$\boldsymbol{\nu} \cdot \mathbf{n} = n_0, \tag{5}$$

в котором $\mathbf{n} = (n_1, n_2, n_3)$ – единичный вектор, неизменно связанный с телом, n_0 – постоянная.

Свойство изоконичности движения тела определим инвариантным соотношением [1]

$$a\mathbf{x} \cdot (\boldsymbol{\nu} - \mathbf{e}) = 0, \tag{6}$$

здесь $\mathbf{e} = (e_1, e_2, e_3)$ – единичный вектор, фиксированный в теле.

Таким образом, ставится задача о нахождении условий на параметры задачи (1), (2) и соотношений (4)-(6), при выполнении которых дифференциальные уравнения (1), (2) допускают систему инвариантных соотношений (4)-(6). Движение тела при наличии кинематических условий (5), (6) называется прецессионно-изоконическим [5, 8].

2. Условия существования инвариантных соотношений (4), (6). Следуя работе [7], потребуем, чтобы подстановка выражений x_i из равенств (4) в скалярные уравнения, вытекающие из (1), с учетом уравнений (2) приводила к тождеству по переменным ν_1, ν_2, ν_3. Кроме этого предположим, что при внесении x_i из (4) в первые два интеграла системы (3) и в равенство (6) получим геометрический интеграл $\nu_1^2+\nu_2^2+\nu_3^2 = 1$. Тогда имеем следующие условия на параметры задачи (1), (2) и неизвестные параметры b_i, c_i, d_i $(i = 0, 1, 2, 3)$ [7]:

$$\begin{gathered} b_0 = -\lambda_1, \qquad c_0 = -\lambda_2, \qquad d_0 = -\lambda_3, \\ B_{11} = \frac{b_1}{a_2 a_3}(a_2 a_3 - a_1 a_3 - a_1 a_2), \qquad B_{22} = \frac{b_1}{a_2 a_3}(a_1 a_3 - a_2 a_3 - a_1 a_2), \\ B_{33} = \frac{b_1}{a_2 a_3}(a_1 a_2 - a_2 a_3 - a_1 a_3), \qquad s_i = -(a_1\lambda_1 b_i + a_2\lambda_2 c_i + a_3\lambda_3 d_i) \quad (i = 1, 2, 3), \\ C_{ij} = -(a_1 b_i b_j + a_2 c_i c_j + a_3 d_i d_j) \ \ (i \neq j), \qquad C_{ii} = -(a_1 b_i^2 + a_2 c_i^2 + a_3 d_i^2) \quad (i = 1, 2, 3), \end{gathered} \tag{7}$$

$$\begin{gathered} b_2(a_2 - a_1) = a_2 B_{12}, \qquad b_3(a_3 - a_1) = a_3 B_{13}, \qquad c_3(a_3 - a_2) = a_3 B_{23}, \\ c_1 = -\frac{a_1 b_2}{a_2}, \quad c_2 = \frac{a_1 b_1}{a_2}, \quad d_1 = -\frac{a_1 b_3}{a_3}, \quad d_2 = -\frac{a_2 c_3}{a_3}, \quad d_3 = \frac{a_1 b_1}{a_3}, \end{gathered} \tag{8}$$

$$\begin{gathered} e_1 b_1 - e_2 b_2 - e_3 b_3 = -\lambda_1, \qquad a_1 e_1 b_2 + a_1 e_2 b_1 - a_2 e_3 c_3 = -\lambda_2 a_2, \\ a_1 e_1 b_3 + a_2 e_2 c_3 + a_1 e_3 b_1 = -\lambda_3 a_3, \qquad e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 = 1. \end{gathered} \tag{9}$$

Соотношения (7)-(9) записаны в главной системе координат, в которой $a_{ij} = 0$ $(i \neq j)$ и $a_{ii} = a_i$ $(i = 1, 2, 3)$. В них B_{ii} и C_{ij} выражены через компоненты гирационного тензора a и параметры линейных инвариантных соотношений (4), а компоненты вектора $\mathbf{s}$ записаны через те же параметры и компоненты вектора гиростатического момента. Это связано с тем, что параметры B_{ii}, C_{ij} и s_i уравнений (1) по своему механическому смыслу могут принимать произвольные значения. Для нахождения параметров b_i, c_i, d_i $(i = 1, 2, 3)$ следует использовать равенства (8), которые указаны без появления особенностей при $a_i = a_j$. Равенства (9) служат условиями существования изоконических движений, их разрешимость относительно величин e_i $(i = 1, 2, 3)$ следует из того, что определитель Δ, составленный из коэффициентов при этих величинах, отличен от нуля:

$$\Delta = a_1 b_1 [a_1^2(b_1^2 + b_2^2 + b_3^2) + a_2^2 c_3^2] \neq 0.$$

Для удобства анализа соотношения (9) представим в векторном виде

$$a_1 b_1 \mathbf{e} + \mathbf{e} \times \mathbf{m}_1 = -\mathbf{m}_2, \qquad |\mathbf{e}| = 1, \tag{10}$$

$$\mathbf{m}_1 = (-a_2 c_3, a_1 b_3, -a_1 b_2), \qquad \mathbf{m}_2 = (a_1 \lambda_1, a_2 \lambda_2, a_3 \lambda_3).$$

На основании условий (8), (10) вектор угловой скорости тела $\boldsymbol{\omega} = a\mathbf{x}$ запишем так

$$\boldsymbol{\omega} = -\mathbf{m}_2 + a_1 b_1 \boldsymbol{\nu} + \mathbf{m}_1 \times \boldsymbol{\nu}. \tag{11}$$

Подставим это выражение в уравнение Пуассона (2)

$$\boldsymbol{\nu}^{\bullet} = \mathbf{m}_2 \times \boldsymbol{\nu} + \mathbf{m}_1(\boldsymbol{\nu} \cdot \boldsymbol{\nu}) - \boldsymbol{\nu}(\boldsymbol{\nu} \cdot \mathbf{m}_1). \tag{12}$$

Используя обозначения для $\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_2$ из (10), выпишем скалярные уравнения для ν_i

$$\begin{gathered} \nu_1^{\bullet} = a_2 \lambda_2 \nu_3 - a_3 \lambda_3 \nu_2 - a_1 b_3 \nu_1 \nu_2 + a_1 b_2 \nu_1 \nu_3 - a_2 c_3 (\nu_2^2 + \nu_3^2), \\ \nu_2^{\bullet} = a_3 \lambda_3 \nu_1 - a_1 \lambda_1 \nu_3 + a_1 b_2 \nu_2 \nu_3 + a_2 c_3 \nu_1 \nu_2 + a_1 b_3 (\nu_3^2 + \nu_1^2), \\ \nu_3^{\bullet} = a_1 \lambda_1 \nu_2 - a_2 \lambda_2 \nu_1 + a_2 c_3 \nu_1 \nu_3 - a_1 b_3 \nu_2 \nu_3 - a_1 b_2 (\nu_1^2 + \nu_2^2). \end{gathered} \tag{13}$$

3. Условия существования инвариантного соотношения (5). При изучении условий существования у дифференциальных уравнений (12), (13) инвариантного соотношения (5) целесообразно на первом этапе выделить частный случай $\mathbf{m}_1 = \mathbf{0}$, то есть вариант, когда $b_2 = b_3 = c_3 = 0$. На основании условий (8) имеем $B_{ij} = 0$ $(i \neq j)$. Тогда уравнение (12) допускает линейный первый интеграл

$$\boldsymbol{\nu} \cdot \mathbf{m}_2 = l_0, \tag{14}$$

где l_0 – произвольная постоянная. То есть условие (5) выполняется $\left(\mathbf{n} = \dfrac{\mathbf{m}_2}{|\mathbf{m}_2|},\ \mathbf{n}_0 = \dfrac{l_0}{|\mathbf{m}_2|}\right)$. Интересно отметить, что угол между векторами $\mathbf{n}$ и $\boldsymbol{\nu}$ может быть произвольным. Условие изоконичности движения тела из формул (10) дает

$$\mathbf{e} = \mathbf{n}, \qquad b_1 = \frac{1}{a_1}\sqrt{a_1^2 \lambda_1^2 + a_2^2 \lambda_2^2 + a_3^2 \lambda_3^2}.$$

Найдем тип полученного прецессионного движения. В силу формулы (11) вектор $\boldsymbol{\omega}$ можно записать в виде [2]

$$\boldsymbol{\omega} = \varphi^{\bullet} \mathbf{n} + \psi^{\bullet} \boldsymbol{\nu},$$

где $\varphi^{\bullet} = -|\mathbf{m}_2|$, $\psi^{\bullet} = a_1 b_1$. То есть прецессия является регулярной прецессией тела относительно вертикали.

При изучении случая $\mathbf{m}_1 \neq \mathbf{0}$, остановимся на варианте, когда конец единичного вектора $\mathbf{n}$ описывает окружность (либо ее часть). То есть компоненты вектора $\mathbf{n}$ и параметр n_0 зависят от некоторого произвольного параметра. Пусть $\boldsymbol{\alpha}$ и $\boldsymbol{\beta}$ – единичные векторы, которые в главной системе координат имеют компоненты α_i и β_i $(i = 1, 2, 3)$ соответственно, τ_0 – угол между векторами $\boldsymbol{\alpha}$ и $\mathbf{n}$. Тогда

$$n_i = \alpha_i \cos \tau_0 + \beta_i \sin \tau_0, \qquad n_0 = \cos(\alpha_0 + \tau_0), \tag{15}$$

где τ_0 – произвольный параметр, α_0 – фиксированный параметр.

Вычислим производную от соотношения (5) в силу уравнения (12) и учтем равенство (5) и геометрический интеграл $\boldsymbol{\nu} \cdot \boldsymbol{\nu} = 1$

$$\mathbf{n} \cdot (\mathbf{m}_2 \times \boldsymbol{\nu}) + \mathbf{n} \cdot \mathbf{m}_1 - n_0(\boldsymbol{\nu} \cdot \mathbf{m}_1) = 0. \tag{16}$$

Для параметризации уравнений (5) и $\nu_1^2 + \nu_2^2 + \nu_3^2 = 1$ положим

$$n_1 = \sin\kappa_0 \sin\sigma_0, \qquad n_2 = \sin\kappa_0 \cos\sigma_0, \qquad n_3 = \cos\kappa_0, \qquad n_0 = \cos\varepsilon_0, \tag{17}$$

где, в силу (13) $\varepsilon_0 = \alpha_0 + \tau_0$, а параметры κ_0, σ_0 связаны с параметром τ_0 условиями

$$\cos\kappa_0 = \alpha_3 \cos\tau_0 + \beta_3 \sin\tau_0, \qquad \sin\sigma_0 = \frac{1}{\sin\kappa_0}(\alpha_1 \cos\tau_0 + \beta_1 \sin\tau_0),$$
$$\cos\sigma_0 = \frac{1}{\sin\kappa_0}(\alpha_2 \cos\tau_0 + \beta_2 \sin\tau_0). \tag{18}$$

Тогда соотношение (5) и равенство $\nu_1^2 + \nu_2^2 + \nu_3^2 - 1 = 0$ выполняются, если

$$\nu_1 = \sin\kappa_0 \sin\sigma_0 \cos\varepsilon_0 + \cos\sigma_0 \sin\varepsilon_0 \cos u + \sin\sigma_0 \sin\varepsilon_0 \cos\kappa_0 \sin u,$$
$$\nu_2 = \sin\kappa_0 \cos\sigma_0 \cos\varepsilon_0 - \sin\sigma_0 \sin\varepsilon_0 \cos u + \cos\sigma_0 \sin\varepsilon_0 \cos\kappa_0 \sin u, \tag{19}$$
$$\nu_3 = \cos\varepsilon_0 \cos\kappa_0 - \sin\kappa_0 \sin\varepsilon_0 \sin u,$$

где u – новая вспомогательная переменная. Подстановка выражений (17)-(19) в уравнение (16) дает тождество по переменной u и параметру τ_0, например, при выполнении условий

$$\lambda_1 = \lambda_2 = 0, \qquad b_2 = 0. \tag{20}$$

На основании этих равенств из (10) получим, что $\mathbf{e} \cdot \mathbf{m}_1 = 0$ и

$$e_1 = -\frac{a_1 b_3}{a_3 \lambda_3}, \qquad e_2 = -\frac{a_2 c_3}{a_3 \lambda_3}, \qquad e_3 = -\frac{a_1 \lambda_1}{a_3 \lambda_3},$$
$$a_3^2 \lambda_3^2 = a_1^2(b_1^2 + b_3^2) + a_2^2 c_3^2. \tag{21}$$

При этом в условиях (7), (8) следует положить $B_{12} = 0$, $c_1 = 0$, то есть ограничения на параметры s_i, C_{ij} из (7) упрощаются

$$s_i = -a_3 \lambda_3 d_i \ \ (i = 1, 2, 3), \qquad C_{12} = -a_3 d_1 d_2, \qquad C_{13} = \frac{a_1 b_1 b_3}{a_3}(a_1 - a_3),$$
$$C_{23} = \frac{a_1 b_1 c_3}{a_3}(a_2 - a_3), \qquad C_{11} = -(a_1 b_1^2 + a_3 d_1^2),$$
$$C_{22} = -(a_2 c_2^2 + a_3 d_2^2), \qquad C_{33} = -(a_1 b_3^2 + a_2 c_3^2 + a_3 d_3^2).$$

4. Интегрирование уравнений (13). Рассмотрим уравнения (13) при условиях (20) и для их интегрирования вместо t введем переменную $\tau = a_3 \lambda_3 t$ и перейдем в этих уравнениях к величинам e_1, e_2, e_3 согласно (21). Тогда, обозначая дифференцирование по τ штрихом, из (13) имеем

$$\nu_1' = -\nu_2 + e_1 \nu_1 \nu_2 + e_2(\nu_2^2 + \nu_3^2),$$

$$\nu_2' = \nu_1 - e_2\nu_1\nu_2 - e_1(\nu_1^2 + \nu_3^2), \tag{22}$$
$$\nu_3' = \nu_3(e_1\nu_2 - e_2\nu_1).$$

Эта система имеет два первых интеграла

$$\nu_1^2 + \nu_2^2 + \nu_3^2 = 1, \qquad \frac{1 - e_1\nu_1 - e_2\nu_2}{\nu_3} = \nu_0, \tag{23}$$

где ν_0 – произвольная постоянная. Второй интеграл из (23) имеет рациональную (дробно-линейную) структуру, что отличает рассматриваемый случай от случая [7].

Запишем первые два уравнения из (22) на сфере Пуассона

$$\nu_1' = e_2 - \nu_2 + \nu_1(e_1\nu_2 - e_2\nu_1), \qquad \nu_2' = \nu_1 - e_1 + \nu_2(e_1\nu_2 - e_2\nu_1). \tag{24}$$

Эти дифференциальные уравнения имеют особую точку (e_1, e_2). Вместо переменных ν_1, ν_2 введем новые переменные x, y

$$\nu_1 = x\cos\alpha_0 - y\sin\alpha_0, \qquad \nu_2 = x\sin\alpha_0 + y\cos\alpha_0, \tag{25}$$

где $\sin\alpha_0 = \dfrac{e_1}{\mu_0}$, $\cos\alpha_0 = \dfrac{e_2}{\mu_0}$, $\mu_0 = \sqrt{e_1^2 + e_2^2}$. Перейдем в (24) к новым переменным согласно (25)

$$x' = y(1 - \mu_0 x), \qquad y' = x - \mu_0 + \mu_0 y^2. \tag{26}$$

Система (26) интегрируется в квадратурах

$$x' = (\mu_0 x - 1)\sqrt{\varphi(x)}, \qquad y^2 = \varphi(x),$$
$$\varphi(x) = -m_0^2(1 - \mu_0 x)^2 - \frac{2x}{\mu_0} + \frac{\mu_0^2 + 1}{\mu_0^2}. \tag{27}$$

Здесь m_0 - произвольная постоянная. Из первого уравнения системы (27) обращением интеграла находим зависимость $x = x(\tau)$, что позволит определить и $y = y(\tau)$. Функции $\nu_1(\tau), \nu_2(\tau)$ получим подстановкой $x(\tau), y(\tau)$ в формулы (25). При записи соотношений (27) учтено то обстоятельство, что переменные x и y по своему механическому смыслу удовлетворяют условию $x^2 + y^2 \le 1$.

Для исследования решения (27) вместо постоянной m_0^2 введем параметр x_0

$$m_0^2 = \mu_0^{-2}(1 - x_0\mu_0)^{-1}.$$

Тогда из (27) имеем

$$\frac{(x - x_0)^2}{b^2} + y^2 = c^2, \qquad \left(b = \sqrt{1 - x_0\mu_0}, \quad c = \sqrt{(\mu_0 - x_0)\mu_0^{-1}}\right). \tag{28}$$

Фазовый портрет системы (26) представляет собой множество эллипсов (28) с центром $(x_0, 0)$, с полуосями bc и c. Параметризуем уравнение (28)

$$x = x_0 + bc\cos w, \qquad y = c\sin w. \tag{29}$$

Внесем выражения (29) в первое уравнение системы (26)

$$w' = b - \mu_0 c \cos w. \tag{30}$$

Это уравнение интегрируется в элементарных функциях τ

$$w = 2\mathrm{arctg}\left[\frac{b-\mu_0 c}{\sqrt{1-\mu_0^2}}\mathrm{tg}\frac{\sqrt{1-\mu_0^2}}{2}(\tau-\tau_0)\right]. \tag{31}$$

Если подставить (31) в формулы (29), а затем найденные x и y внести в соотношения (25), то получим зависимости $\nu_1(\tau), \nu_2(\tau)$. Функцию $\nu_3(w)$ найдем из геометрического интеграла $\nu_1^2+\nu_2^2+\nu_3^2=1$

$$\nu_3 = \sqrt{\frac{x_0}{\mu_0}}\ (b-\mu_0 c\cos w). \tag{32}$$

Исключим из уравнений (25), (29), (32) переменную w и полученное равенство запишем в переменных ν_i

$$e_1\nu_1 + e_2\nu_2 + \frac{\mu_0 c}{x_0}\nu_3 = 1. \tag{33}$$

Сопоставляя равенства (5) и (33), найдем

$$n_1 = e_1\sqrt{\frac{x_0}{\mu_0}}, \qquad n_2 = e_2\sqrt{\frac{x_0}{\mu_0}}, \qquad n_3 = \sqrt{1-x_0\mu_0}. \tag{34}$$

Компоненты вектора угловой скорости определим из (11) с учетом (20), (21)

$$\begin{gathered}\omega_1 = -a_3\lambda_3(e_3\nu_1+e_1\nu_3), \qquad \omega_2 = -a_3\lambda_3(e_3\nu_2+e_2\nu_3), \\ \omega_3 = a_3\lambda_3(e_1\nu_1+e_2\nu_2-e_3\nu_3-1).\end{gathered} \tag{35}$$

Для представления равенств (35) в виде [2]

$$\omega_1 = n_1\varphi^\bullet + \psi^\bullet\nu_1, \qquad \omega_2 = n_2\varphi^\bullet + \psi^\bullet\nu_2, \qquad \omega_3 = n_3\varphi^\bullet + \psi^\bullet\nu_3,$$

где n_i имеют значения из (34), а ν_1, ν_2, ν_3 удовлетворяют уравнениям (32), (33), следует положить

$$\psi^\bullet = -a_3\lambda_3 e_3, \qquad \varphi^\bullet = -a_3\lambda_3(b-\mu_0 c\cos w). \tag{36}$$

Здесь точка над переменными φ и ψ обозначает производную по времени t . Таким образом из (36) вытекает, что прецессионное движение тела является полурегулярной прецессией первого типа [2]. При этом конец вектора **n** описывает окружность с центром в неподвижной точке, расположенную в плоскости $e_2\nu_1 - e_1\nu_2 = 0$. Это свойство отличает полученный класс прецессионно-изоконических движений от ранее известных случаев [2].

1. *Горр Г.В., Илюхин А. А., Ковалев А.М., Савченко А.Я.* Нелинейный анализ поведения механических систем. – Киев: Наук.думка, 1984. – 288 с.
2. *Горр Г.В.* Прецессионные движения в динамике твердого тела и динамике систем связанных твердых тел. – Донецк, 1989. – 66 с. – (Препринт АН УССР Ин-т прикл. математики и механики; N 89.03).

3. *Харламов П.В.* Кинематическое истолкование движения тела, имеющего неподвижную точку // Прикл. математика и механика. – 1964. – **28**, вып.3. – С. 502-507.
4. *Вархалев Ю.П., Горр Г.В.* К вопросу о классификации движений гиростата Жуковского // Прикладная механика.-1984.- **20**, N 8. – С. 104-111.
5. *Верховод Е.В., Горр Г.В.* Прецессионно-изоконические движения твердого тела с неподвижной точкой // Прикл. математика и механика. – 1993. – **57**, вып.4. – С.31-39.
6. *Верховод Е.В., Горр Г.В.* Новые случаи изоконических движений в обобщенной задаче динамики твердого тела с неподвижной точкой // Там же. – **57**, вып.5. – С.25-34.
7. *Горр Г.В., Саркисьянц Е.В., Скрыпник С.В.* Об изоконических движениях тела в случае трех линейных инвариантных соотношений // Механика твердого тела. – 2000. – Вып.30. – С.93-99.
8. *Горр Г.В., Саркисьянц Е.В., Узбек Е.К.* Изоконические движения в динамике твердого тела с неподвижной точкой. – Донецк, 2000. – 30 с. – (Препринт НАН Украины Ин-т прикл. математики и механики; N 03.01).
9. *Харламова Е.И., Мозалевская Г.В.* Исследование решения В.А.Стеклова уравнений движения тела, имеющего неподвижную точку // Математическая физика. – 1968. – Вып.5.- С.194-202.
10. *Орешкина Л.Н.* О двух задачах динамики твердого тела // Механика твердого тела. – 1987. – Вып.19. - С. 20-30.

Донецкий Национальный университет
techmech@iamm.ac.donetsk.ua

Получено 10.05.01