

УДК 539.3:534.1

©2020. В.Е. Болнокин, В.Г. Выскуб, В.И. Сторожев, С.В. Сторожев

НЕЧЕТКО-МНОЖЕСТВЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОХВАТЫВАЮЩИХ ПЛАСТИЧЕСКИХ ЗОН ВОКРУГ ТУННЕЛЬНЫХ ПОЛОСТЕЙ И ОТВЕРСТИЙ КРУГОВОГО ОЧЕРТАНИЯ

Представлена разработка нечетко-множественной методики исследования ряда моделей, описывающих параметры формирования охватывающих пластических зон вокруг полостей и отверстий кругового очертания при плоской деформации и обобщенном плоском напряженном состоянии в случае наличия разбросов в значениях исходных параметров моделей, обусловленных ошибками экспериментальных замеров и технологическими факторами. Методика эффективно применима в тех случаях, когда исходная информация о неопределенных экзогенных параметрах не имеет строго выраженного статистического характера и формируется на основе экспертных заключений.

Ключевые слова: *изотропные пластины с отверстиями, геомассивы с туннельными полостями, плоское деформирование, возникновение охватывающих пластических зон, исследование эффектов неопределенности, разбросы экзогенных параметров, нечетко-интервальная аппроксимация, нечетко-множественная методика, эвристический принцип обобщения.*

Введение и цели исследования. При теоретическом исследовании напряженно-деформированного состояния материалов конструктивных элементов, сооружений и геомассивов в зонах около концентраторов механических напряжений в виде круговых отверстий либо туннельных цилиндрических полостей кругового сечения выделяют случаи действия высокоинтенсивных внешних нагружений, при которых в этих телах формируются прилегающие к концентраторам охватывающие зоны пластических деформаций [1–8]. Модели таких деформационных полей для ряда вариантов внешних воздействий и условий текучести описываются аналитическими соотношениями, определяющими критические уровни нагружений и топологию зон пластического деформирования [1, 3, 4], и имеющими, в этой связи, важное практическое значение. Однако прикладное использование расчетных соотношений соответствующих моделей для прогнозирования механической прочности и надежности рассматриваемых конструкций может приводить к более адекватным оценкам при решении задачи учета в этих моделях неопределенности, связанной с наличием разбросов экспериментальных и технологических значений экзогенных физико-механических и геометрических параметров. Для решения данной задачи, в принципиальном плане, могут быть применены подходы, базирующиеся на методах вероятностно-стохастического анализа [9–15] и методах теории нечетких вычислений [16–21]. Особенностью последних является возможность их эффективного применения в тех случаях, когда исходная информация о неопределенных экзогенных параметрах не имеет строго выраженной статистической природы, не базируется на обработке частотных выборок достаточной мощности, формируется на основе

субъективных экспертных заключений.

Таким образом, целью данной работы является получение нечетко-множественных обобщений для ряда моделей, описывающих параметры формирования охватывающих пластических зон вокруг полостей и отверстий кругового очертания при плоской деформации и обобщенном плоском напряженном состоянии.

1. Основные соотношения детерминистических версий рассматриваемых моделей. Рассматриваемыми в работе являются три версии моделей формирования охватывающих пластических зон вокруг полостей и отверстий кругового очертания при плоской деформации изотропных геомассивов с туннельными сооружениями и обобщенном плоском напряженном состоянии тонких изотропных пластин с круговыми вырезами.

Первой из них является модель Г.П. Черепанова [1,2], описывающая на базе критерия текучести Треска–Сен-Венана параметры границы охватывающей упругопластической области около кругового отверстия радиуса R в тонкой изотропной пластине при двухосном растяжении вдоль координатных направлений Ox_j ($j = \overline{1,2}$), приложенными на удалении от неоднородности равномерными усилиями интенсивности q_j . В рамках данной модели граница упругопластической области в связанных с центром отверстия полярных координатах $Or\theta$, $x_1 = r \cos \theta$, $x_2 = r \sin \theta$ представляет собой овал Γ , имеющий параметрическое описание вида

$$\begin{aligned} (x_1(\theta))_\Gamma &= G_1(q_1, q_2, \eta, R) = \beta(1 - \vartheta^2)^{-1}((1 + 2\vartheta) \cos \theta + \vartheta^2 \cos 3\theta), \\ (x_2(\theta))_\Gamma &= G_2(q_1, q_2, \eta, R) = \beta(1 - \vartheta^2)^{-1}((1 - 2\vartheta) \sin \theta + \vartheta^2 \sin 3\theta). \end{aligned} \quad (1)$$

В соотношениях (1)

$$\beta = 2R\eta(4\eta - q_1 - q_2); \quad (2)$$

ϑ – действительный корень кубического уравнения

$$\begin{aligned} \vartheta^3 + \vartheta + \Delta &= 0, \\ \Delta &= (q_1 - q_2)(4\eta - q_1 - q_2)^{-1}, \end{aligned} \quad (3)$$

имеющий представление

$$\begin{aligned} \vartheta &= G_\vartheta(\Delta) = -d_\Delta / 3 + d_\Delta^{-1}, \\ d_\Delta &= 3 \cdot 2^{1/3} [(729\Delta^2 + 108)^{1/2} - 27\Delta]^{1/3}; \end{aligned} \quad (4)$$

η – константа в записываемом для величины максимального касательного напряжения $\tau_{\max}$ условии текучести Треска–Сен-Венана

$$\tau_{\max} = \eta. \quad (5)$$

Решение (1) является корректным при выполнении комплекса ограничений

$$\begin{aligned} 2\eta &\leq q_1 + q_2 \leq 3\eta, \\ 0 \leq \vartheta &\leq (q_1 + q_2 - 2\eta)(6\eta - q_1 - q_2)^{-1} < 1/3. \end{aligned} \quad (6)$$

Структура данного решения показывает, что экзогенными параметрами рассматриваемой модели являются радиус отверстия R , интенсивности растягивающих усилий q_j и константа условия текучести η .

Второй вариант модели формирования охватывающей пластической зоны вокруг отверстия кругового очертания в двухсторонне растягиваемой усилиями интенсивности q_j пластине описывает решение Л.А. Галина [2,3], также базирующееся на использовании критерия текучести Треска–Сен-Венана. Согласно этой версии решения, границей, охватывающей отверстие пластической зоны, является эллиптическая кривая с полуосями α_j , величины которых задаются соотношениями

$$\alpha_1 = Q_1(q_1, q_2, \eta) = \gamma(1 + \varsigma), \quad \alpha_2 = Q_2(q_1, q_2, \eta) = \gamma(1 - \varsigma), \quad (7)$$

где

$$\gamma = R(\exp[(q_1 + q_2)/(2\eta) - 1])^{1/2}, \quad \varsigma = (q_2 - q_1)/(2\eta). \quad (8)$$

Это решение также справедливо при ограничении вида

$$q_2 - q_1 \leq 0.342 \eta, \quad (9)$$

а экзогенными параметрами модели также являются радиус отверстия R , интенсивности растягивающих усилий q_j и константа условия текучести η . Соответственно, очертания границы охватывающей пластической зоны при ограничениях (9) описываются параметрическими зависимостями

$$\begin{aligned} (x_1(\varsigma))_{\Gamma} &= Q_1(q_1, q_2, \eta, R) = \gamma(1 + \varsigma) \cos \theta, \\ (x_2(\varsigma))_{\Gamma} &= Q_2(q_1, q_2, \eta, R) = \gamma(1 - \varsigma) \sin \theta. \end{aligned} \quad (10)$$

Третьей из рассматриваемых моделей является описываемая в работе [22] модель формирования охватывающей пластической зоны кругового сечения вокруг подкрепленной круговой цилиндрической туннельной полости – горной выработки радиуса R , расположенной на глубине h в толще массива несжимаемой породы с плотностью ρ , углом внутреннего трения φ и находящейся в условиях всестороннего сжатия под действием горного давления интенсивности ρgh , где g – параметр ускорения свободного падения. В этой модели вводится предположение о свойстве уменьшения параметра предела прочности горной породы σ_p в пластической зоне от значения σ_p^* , свойственного нетронутому массиву на внешней границе пластической зоны и выражаемому через угол внутреннего трения и параметр C сцепления геоматериала соотношением $\sigma_p^* = 2C \cos \varphi (1 - \sin \varphi)^{-1}$, до значения σ_p^{**} остаточной прочности на контуре полости, согласно закону

$$\begin{aligned} \sigma_p(\tilde{r}) &= \sigma_p^*(\delta - \lambda \tilde{r}^{-n}), \\ \lambda &= (1 - \sigma_p^{**}/\sigma_p^*)/(1 - \tilde{r}_p^{-n}), \quad \delta = 1 + \lambda \tilde{r}_p^{-n}, \quad \tilde{r} = r/R, \end{aligned} \quad (11)$$

в котором $\tilde{r}_p$ – искомое значение приведенного радиуса пластической зоны, n – параметр модели с экспериментально устанавливаемым значением.

В рамках данной модели подлежащая определению величина $\tilde{r}_p$ описывается неявной зависимостью

$$\tilde{r}_p = F(\rho, h, \varphi, C, n, \sigma_p^{**}, q_0) \quad (12)$$

и определяется как корень уравнения

$$\begin{aligned} 2(\rho gh - \delta \sigma_p^* (1 - \chi)^{-1}) + (2 - n) \lambda \sigma_p^* (1 - n - \chi)^{-1} \tilde{r}_p^{-n} - \\ - (1 + \chi) (\sigma_p^* (\lambda (1 - n - \chi)^{-1} - \delta (1 - \chi)) + q_0) \tilde{r}_p^{\chi-1} = 0, \end{aligned} \quad (13)$$

в котором параметр q_0 является величиной отпора крепи,

$$\chi = (1 + \sin \varphi) / (1 - \sin \varphi). \quad (14)$$

2. Построение нечетко-множественных обобщений для моделей описания охватывающих пластических зон. В рамках представляемого в работе подхода, на первом этапе его реализации осуществляется выбор подмножеств экзогенных параметров описанных моделей, обладающих выраженной неопределенностью ввиду наличия существенных разбросов их экспериментальных либо конструктивных технологических значений. Указанные подмножества могут включать и полные наборы экзогенных параметров. Для отобранных параметров выполняется процедура фаззификации, базирующаяся в представляемом варианте разрабатываемой методики на допущении об эффективном описании неопределенных экзогенных параметров с разбросами на основе их интерпретации в виде нормальных трапецидальных нечетких интервалов с соответствующими кортежами реперных значений и представлениями в форме суперпозиций соответствующих множеств α -уровня [23–25].

Так, для первой из рассматриваемых моделей полагается:

$$\begin{aligned} \tilde{R} &= (R_1, R_2, R_3, R_4) = \bigcup_{\alpha \in [0,1]} [\underline{R}_\alpha, \overline{R}_\alpha], \\ \underline{R}_\alpha &= (1 - \alpha)R_1 + \alpha R_2, \quad \overline{R}_\alpha = \alpha R_3 + (1 - \alpha)R_4; \\ \tilde{q}_j &= (q_{j1}, q_{j2}, q_{j3}, q_{j4}) = \bigcup_{\alpha \in [0,1]} [\underline{q}_{j\alpha}, \overline{q}_{j\alpha}], \\ \underline{q}_{j\alpha} &= (1 - \alpha)q_{j1} + \alpha q_{j2}, \quad \overline{q}_{j\alpha} = \alpha q_{j3} + (1 - \alpha)q_{j4}; \\ \tilde{\eta} &= (\eta_1, \eta_2, \eta_3, \eta_4) = \bigcup_{\alpha \in [0,1]} [\underline{\eta}_\alpha, \overline{\eta}_\alpha], \\ \underline{\eta}_\alpha &= (1 - \alpha)\eta_1 + \alpha \eta_2, \quad \overline{\eta}_\alpha = \alpha \eta_3 + (1 - \alpha)\eta_4. \end{aligned} \quad (15)$$

Соответственно, обобщения функциональных зависимостей (1) для описания нечетко-множественных параметрических представлений $(\tilde{x}_j(\theta))_\Gamma$

($j = \overline{1, 2}$) формулируются на основе применения α -уровневой формы эвристического принципа расширения и имеют вид

$$\begin{aligned}
 (\tilde{x}_j(\theta))_\Gamma &= \bigcup_{\alpha \in [0, 1]} [\underline{x}_{j\alpha}(\theta), \overline{x}_{j\alpha}(\theta)], \\
 \underline{x}_{j\alpha}(\theta) &= \inf_{\substack{q_1 \in [\underline{q}_{1\alpha}, \overline{q}_{1\alpha}] \\ q_2 \in [\underline{q}_{2\alpha}, \overline{q}_{2\alpha}] \\ \eta \in [\underline{\eta}_\alpha, \overline{\eta}_\alpha] \\ R \in [\underline{R}_\alpha, \overline{R}_\alpha]}} G_j(q_1, q_2, \eta, R, \theta), \\
 \overline{x}_{j\alpha}(\theta) &= \sup_{\substack{q_1 \in [\underline{q}_{1\alpha}, \overline{q}_{1\alpha}] \\ q_2 \in [\underline{q}_{2\alpha}, \overline{q}_{2\alpha}] \\ \eta \in [\underline{\eta}_\alpha, \overline{\eta}_\alpha] \\ R \in [\underline{R}_\alpha, \overline{R}_\alpha]}} G_j(q_1, q_2, \eta, R, \theta).
 \end{aligned} \tag{16}$$

Аналогично, для второй рассматриваемой модели нечетко-множественные обобщения описаний (10) при задании неопределенных экзогенных параметров в форме (15) будут иметь вид

$$\begin{aligned}
 (\tilde{x}_j(\theta))_\Gamma &= \bigcup_{\alpha \in [0, 1]} [\underline{x}_{j\alpha}(\theta), \overline{x}_{j\alpha}(\theta)], \\
 \underline{x}_{j\alpha}(\theta) &= \inf_{\substack{q_1 \in [\underline{q}_{1\alpha}, \overline{q}_{1\alpha}] \\ q_2 \in [\underline{q}_{2\alpha}, \overline{q}_{2\alpha}] \\ \eta \in [\underline{\eta}_\alpha, \overline{\eta}_\alpha] \\ R \in [\underline{R}_\alpha, \overline{R}_\alpha]}} Q_j(q_1, q_2, \eta, R, \theta), \\
 \overline{x}_{j\alpha}(\theta) &= \sup_{\substack{q_1 \in [\underline{q}_{1\alpha}, \overline{q}_{1\alpha}] \\ q_2 \in [\underline{q}_{2\alpha}, \overline{q}_{2\alpha}] \\ \eta \in [\underline{\eta}_\alpha, \overline{\eta}_\alpha] \\ R \in [\underline{R}_\alpha, \overline{R}_\alpha]}} Q_j(q_1, q_2, \eta, R, \theta).
 \end{aligned} \tag{17}$$

При получении нечетко-множественного обобщения для третьей из рассматриваемых расчетных моделей описания в виде нормальных трапециевидальных нечетких интервалов вводятся применительно к неопределенным экзогенным параметрам $\rho, h, \varphi, C, n, \sigma_p^{**}, q_0$:

$$\begin{aligned}
 \tilde{\rho} &= (\rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_4) = \bigcup_{\alpha \in [0, 1]} [\underline{\rho}_\alpha, \overline{\rho}_\alpha], \\
 \underline{\rho}_\alpha &= (1 - \alpha)\rho_1 + \alpha\rho_2, \quad \overline{\rho}_\alpha = \alpha\rho_3 + (1 - \alpha)\rho_4;
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \tilde{h} &= (h_1, h_2, h_3, h_4) = \bigcup_{\alpha \in [0,1]} [\underline{h}_\alpha, \overline{h}_\alpha], \\
 \underline{h}_\alpha &= (1 - \alpha)h_1 + \alpha h_2, \quad \overline{h}_\alpha = \alpha h_3 + (1 - \alpha)h_4; \\
 \varphi &= (\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4) = \bigcup_{\alpha \in [0,1]} [\underline{\varphi}_\alpha, \overline{\varphi}_\alpha], \\
 \underline{\varphi}_\alpha &= (1 - \alpha)\varphi_1 + \alpha\varphi_2, \quad \overline{\varphi}_\alpha = \alpha\varphi_3 + (1 - \alpha)\varphi_4; \\
 \tilde{C} &= (C_1, C_2, C_3, C_4) = \bigcup_{\alpha \in [0,1]} [\underline{C}_\alpha, \overline{C}_\alpha], \\
 \underline{C}_\alpha &= (1 - \alpha)C_1 + \alpha C_2, \quad \overline{C}_\alpha = \alpha C_3 + (1 - \alpha)C_4; \\
 \tilde{n} &= (n_1, n_2, n_3, n_4) = \bigcup_{\alpha \in [0,1]} [\underline{n}_\alpha, \overline{n}_\alpha], \\
 \underline{n}_\alpha &= (1 - \alpha)n_1 + \alpha n_2, \quad \overline{n}_\alpha = \alpha n_3 + (1 - \alpha)n_4; \\
 \tilde{\sigma}_p^{**} &= (\sigma_{p1}^{**}, \sigma_{p2}^{**}, \sigma_{p3}^{**}, \sigma_{p4}^{**}) = \bigcup_{\alpha \in [0,1]} [\underline{\sigma}_{p\alpha}^{**}, \overline{\sigma}_{p\alpha}^{**}], \\
 \underline{\sigma}_{p\alpha}^{**} &= (1 - \alpha)\sigma_{p1}^{**} + \alpha\sigma_{p2}^{**}, \quad \overline{\sigma}_{p\alpha}^{**} = \alpha\sigma_{p3}^{**} + (1 - \alpha)\sigma_{p4}^{**}; \\
 \tilde{q}_0 &= (q_{01}, q_{02}, q_{03}, q_{04}) = \bigcup_{\alpha \in [0,1]} [\underline{q}_{0\alpha}, \overline{q}_{0\alpha}], \\
 \underline{q}_{0\alpha} &= (1 - \alpha)q_{01} + \alpha q_{02}, \quad \overline{q}_{0\alpha} = \alpha q_{03} + (1 - \alpha)q_{04}.
 \end{aligned} \tag{18}$$

При этом, описание нечетко-множественного эндогенного параметра $\tilde{\tilde{r}}_p$ задается представлением

$$\begin{aligned}
 \tilde{\tilde{r}}_p &= \bigcup_{\alpha \in [0,1]} [\tilde{\underline{r}}_{p\alpha}, \tilde{\overline{r}}_{p\alpha}], \\
 \tilde{\underline{r}}_{p\alpha} &= \inf_{\substack{\rho \in [\underline{\rho}_\alpha, \overline{\rho}_\alpha] \\ h \in [\underline{h}_\alpha, \overline{h}_\alpha] \\ \varphi \in [\underline{\varphi}_\alpha, \overline{\varphi}_\alpha] \\ C \in [\underline{C}_\alpha, \overline{C}_\alpha] \\ n \in [\underline{n}_\alpha, \overline{n}_\alpha] \\ \sigma_p^{**} \in [\underline{\sigma}_{p\alpha}^{**}, \overline{\sigma}_{p\alpha}^{**}] \\ q_0 \in [\underline{q}_{0\alpha}, \overline{q}_{0\alpha}]} F(\rho, h, \varphi, C, n, \sigma_p^{**}, q_0), \\
 \tilde{\overline{r}}_{p\alpha} &= \sup_{\substack{\rho \in [\underline{\rho}_\alpha, \overline{\rho}_\alpha] \\ h \in [\underline{h}_\alpha, \overline{h}_\alpha] \\ \varphi \in [\underline{\varphi}_\alpha, \overline{\varphi}_\alpha] \\ C \in [\underline{C}_\alpha, \overline{C}_\alpha] \\ n \in [\underline{n}_\alpha, \overline{n}_\alpha] \\ \sigma_p^{**} \in [\underline{\sigma}_{p\alpha}^{**}, \overline{\sigma}_{p\alpha}^{**}] \\ q_0 \in [\underline{q}_{0\alpha}, \overline{q}_{0\alpha}]} F(\rho, h, \varphi, C, n, \sigma_p^{**}, q_0).
 \end{aligned} \tag{19}$$

Соотношения (16), (17) и (19) позволяют реализовывать сформулированную цель исследования по оцениванию меры влияния неопределенности, связанной с наличием разбросов экспериментальных и технологических значений экзогенных физико-механических и геометрических параметров, на характеристики охватывающих пластических зон вокруг полостей и отверстий кругового очертания при плоской деформации изотропных геомассивов с туннельными сооружениями и при обобщенном плоском напряженном состоянии изотропных пластин с вырезами. При этом ограничения на значения экзогенных параметров, установленные в первой и второй рассматриваемых моделях, при переходе в результате фаззификации к нечетко-множественным расширениям соответствующих параметров, должны выполняться в рамках критериев сопоставления нормальных трапециевидальных нечетких интервалов [20, 21] при дополнительном условии отсутствия их непустого пересечения, а также на каждом из α -уровней.

3. Результаты численных экспериментов. Примеры реализации представленной методики даны применительно к следующим вариантам задания экзогенных параметров в рассматриваемых моделях формирования пластических зон.

Расчеты для первого варианта модели выполнены при задании нечетко-интервальных параметров, отвечающих характеристикам конструкций из алюминия [2, 26]:

$$\begin{aligned}\tilde{q}_1 &= (58c_*, 59.5c_*, 60c_*, 62c_*), \quad \tilde{q}_2 = (63c_*, 64c_*, 65.5c_*, 67c_*), \\ \tilde{R} &= (0.029l_*, 0.03l_*, 0.031l_*, 0.0315l_*), \quad \tilde{\eta} = (48c_*, 49c_*, 50c_*, 53c_*), \quad (20) \\ c_* &= 1[\text{МПа}], \quad l_* = 1[\text{м}].\end{aligned}$$

Данный вариант описания неопределенных исходных данных относится к случаю фаззификации входных параметров, разброс в значениях которых по отношению к среднему значению на интервалах носителей, предположительно, составляет не более 7.5%. Вид функций принадлежности для введенных нечетко-интервальных характеристик представлен на рис. 1 – рис. 4.

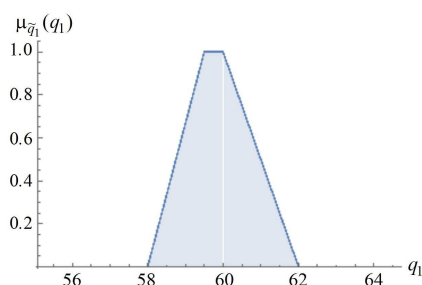


Рис. 1. Функция принадлежности $\tilde{q}_1$.

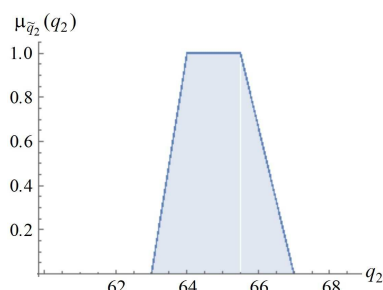


Рис. 2. Функция принадлежности $\tilde{q}_2$.

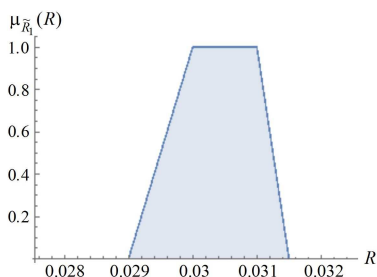


Рис. 3. Функция принадлежности $\tilde{R}$.

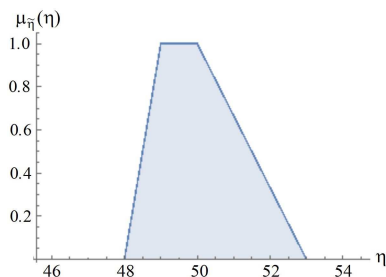


Рис. 4. Функция принадлежности $\tilde{\eta}$.

Результаты расчетов с использованием соотношений (15), (16) в виде нечеткого описания очертаний внешней границы $\tilde{\Gamma} : \{\tilde{x}_1(\theta), \tilde{x}_2(\theta)\}$ охватывающей пластической зоны вокруг контура кругового отверстия L даны на рис. 5. Внутренние линии 1 и 4 отвечают значениям уровней принадлежности $\mu_{\tilde{x}_j(\theta)}(x_j(\theta)) = 0$, а линии 2 и 3 – значениям уровней принадлежности $\mu_{\tilde{x}_j(\theta)}(x_j(\theta)) = 1$. Иными словами, граница пластической зоны, согласно получаемым оценкам, в случае учитываемых разбросов не может располагаться вне линии 4 и в области внутри линии 1, и с равной максимальной возможностью может находиться в области между линиями 2 и 3.

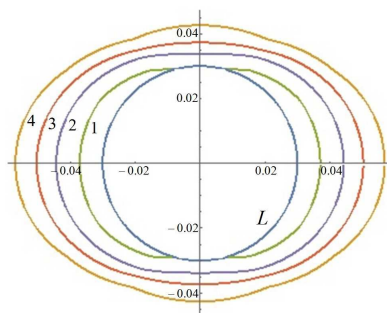


Рис. 5. Нечеткие оценки топологических свойств охватывающей пластической зоны в рамках первой модели.

Аналогичные оценки применительно ко второй рассматриваемой модели, полученные на основе соотношений (17), представлены на рис. 6 для случая задания нечетких параметров в виде (20).

Пример результатов исследования в рамках третьей модели в виде функции принадлежности для нечеткой эндогенной характеристики – неопределенного приведенного радиуса круговой охватывающей пластической области вокруг подкрепленной цилиндрической туннельной выработки в массиве

ве алевролита [6–8, 27] с нормированным единичным радиусом – представлен на рис. 7 применительно к случаю, когда неопределенными нечетко-интервальными являются экзогенные параметры

$$\tilde{n} = (2, 2.8, 4.2, 6), \quad (21)$$

$$\tilde{q}_0 = (0.065c_*, 0.115c_*, q_0, 0.165c_*, 0.215c_*), \quad c_* = 1[\text{МПа}],$$

а остальные исходные параметры рассматриваются как четкие величины и имеют значения $h = 1150$ [м], $\rho = 2.72 \cdot 10^3$ [кг/м³], $\varphi = 30^\circ$, $C = 1.94c_*$, $\sigma_p^{**} = 30c_*$.

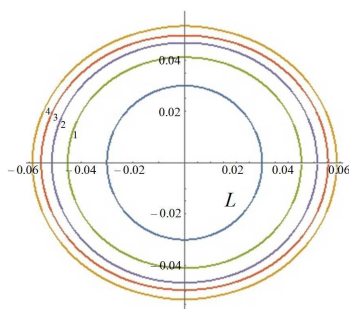


Рис. 6. Нечеткие оценки топологических свойств охватывающей пластической зоны в рамках второй модели.

Анализ результатов расчетов позволяет сделать выводы о параметрах разбросов эндогенных нечетко-множественных характеристик моделей формирования охватывающих пластических зон. Так, в первой из рассматриваемых моделей разброс оценок на всем интервале носителя составляет порядка 22% по отношению к среднему значению на этом интервале; в рамках второй из рассматриваемых моделей разброс имеет меньший уровень и составляет порядка 12% от среднего значения на интервале носителя. Оценка разброса при исследовании третьей из рассматриваемых моделей при учете неопределенности для меньшего числа исходных параметров, но в ситуации существенно более протяженной цепочки нечетких вычислений, составляет порядка 3.3%.

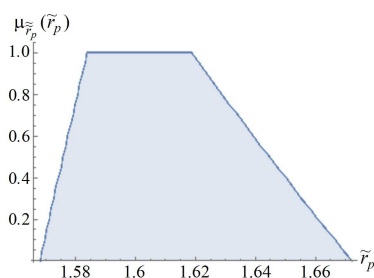


Рис. 7. Функция принадлежности $\tilde{r}_p$.

Выводы. Результатом представленных в работе исследований является получение нечетко-множественных обобщений для трех моделей определения параметров формирования охватывающих пластических зон, возникающих вокруг круговых отверстий в изотропных пластинах при обобщенном плоском напряженном состоянии, а также охватывающих пластических зон вокруг протяженных туннельных полостей (выработок) в изотропных геомассах при обобщенном плоском напряженном состоянии. В моделях предусмотрен учет разбросов исходных геометрических и физико-механических исходных параметров, обусловленных ошибками экспериментальных замеров, либо предполагаемыми отклонениями технологического характера. Описаны алгоритмы расчета нечетких эндогенных характеристик моделей и представлены примеры применения разработанных методик с получением индикативных оценок для разбросов в значениях этих характеристик.

1. *Савин Г.Н.* Распределение напряжений около отверстий. – Киев: Наук. думка, 1968. – 888 с.
2. *Томлёнов А.Д.* Теория пластического деформирования металла. – М.: Металлургия, 1972. – 408 с.
3. *Соколовский В.В.* Теория пластичности. – М.: Высшая шк., 1969. – 608 с.
4. *Седов Л.И.* Механика сплошной среды. – М.: Наука, 1984. – 560 с.
5. *Баклашов И.В., Картозия Б.А.* Механика подземных сооружений и конструкции крепей. – М.: Недра, 1992. – 543 с.
6. *Турчанинов И.А., Иосиф М.А., Каспарьян Э.В.* Основы механики горных пород. – Л.: Недра, 1989. – 488 с.
7. *Усаченко Б.М.* Свойства пород и устойчивость горных выработок. – Киев: Наук. думка, 1979. – 136 с.
8. *Алексеев А.Д.* Физика угля и горных процессов. – Киев: Наук. думка, 2010. – 424 с.
9. *Пугачев В.С.* Теория вероятности и математическая статистика. – М.: Физматлит, 2002. – 496 с.
10. *Болотин В.В.* Методы теории вероятностей и теории надежности в расчетах сооружений. – М.: Стройиздат, 1982. – 352 с.
11. *Волков С.Д., Ставров В.П.* Статистическая механика композитных материалов. – Минск: Изд-во БГУ, 1978. – 208 с.
12. *Лавренко В.И.* Распределение напряжений около кругового отверстия в плоскости из стохастически неоднородного материала // Прикладная механика. – 1973. – IX, вып. 4. – С. 128–132.
13. *Ломакин В.А.* Статистические задачи механики твердых деформируемых тел. – М.: ЛЕНАНД, 2014. – 144 с.
14. *Марасанов А.И.* К вопросу о стохастическом анализе упругих систем // Вестн. МИИТ. – 2003. – № 9. – С. 121–125.
15. *Попов Н.Н.* Ползучесть стохастически неоднородной пластины с круговым отверстием // Вестн. Самарск. гос. техн. ун-та. Сер.: Физ.-мат. науки. – 2008. – № 2 (17). – С. 126–132.
16. *Диллигенский Н.В., Дымова Л.Г., Севастьянов П.В.* Нечеткое моделирование и многокритериальная оптимизация производственных систем в условиях неопределенности: технология, экономика, экология. – М.: Изд-во Машиностроение-1, 2004. – 397 с.
17. *Hanss M.* Applied Fuzzy Arithmetic. An introduction with Engineering Application. – Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2005. – 253 p.
18. *Bede B.* Mathematics of Fuzzy Sets and Fuzzy Logic. – StateBerlin placeCityHeidelberg: Springer-Verlag, 2013. – 276 p.
19. *Ротштейн А.П., Штовба С.Д., Козачко А.Н.* Моделирование и оптимизация надежности многомерных алгоритмических процессов. – Винница: УНІВЕРСУМ, 2007. – 215 с.

20. *Grzegorzewski P., Mr'owka E.* Trapezoidal approximations of fuzzy numbers // *Fuzzy Sets Syst.* – 2005. – **153**. – P. 115–135.
21. *Ban A.I., Coroianu L.C., Grzegorzewski P.* Trapezoidal approximation and Aggregation // *Fuzzy Sets Syst.* – 2011. – **177**. – P. 45–59.
22. *Нгуен Зуен Фонг* Упруго-пластическая модель массива, учитывающая изменение прочности пород вокруг выработки для расчета крепи перегонных метрополитена в сложных горно-геологических условиях // *Горный информационно-аналитический бюллетень.* – 2016. – № 6. – С. 241–250.
23. *Номбре С.Б., Прийменко С.А., Сторожев С.В.* Оценки влияния нечеткости геометрических экзогенных параметров в модели растяжения ортотропной пластины с эллиптическим отверстием // *Журн. теор. и прикл. механики.* – 2017. – № 1 (56). – С. 19–26.
24. *Болнокин В.Е., Номбре С.Б., Сторожев С.В.* Оценки влияния нечеткости экзогенных параметров в модели обобщенного плоского напряженного состояния изотропной пластины с эллиптическим упругим включением // *Механика твердого тела.* – 2017. – Вып. 47. – С. 122–136.
25. *Vyskub V.G., Mutina E.I., Storozhev V.I., Storozhev S.V.* Model of fuzzy estimation of mechanical stress concentration for aerospace and industrial flat structures with polygonal holes of uncertain curvature at rounded corner points // *IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering*, 537 (2019), 022013, URL: <http://doi:10.1088/1757-899X/537/2/022013> (дата обращения: 24.11.2020).
26. *Даценко В.И., Сергиенко Л.С.* О пластической постоянной // *Успехи современного естествознания.* – 2011. – № 10. – С. 24–26; URL: <http://www.natural-sciences.ru/ru/article/view?id=28722> (дата обращения: 24.11.2020).
27. *Справочное пособие для обработки материалов инженерно-геологических изысканий.* – М.: ДАР/ ВОДГЕО, 2005. – 94 с.

V.E. Bolnokin, V.G. Vyskub, V.I. Storozhev, S.V. Storozhev

Fuzzy-set modeling of zones of plasticity around tunnel cavity and hole of circular section

The development of a fuzzy-set methodology for studying a number of models describing the parameters of the formation of enveloping plastic zones around cavities and holes of circular shape under plane deformation and generalized plane stress state in the case of scatter in the initial parameters values caused by errors in experimental measurements and technological factors is presented. The technique is effectively applicable in cases where the initial information about uncertain exogenous parameters does not have a strictly expressed statistical character and is formed on the basis of expert opinions.

Keywords: *isotropic plates with holes, geo-massifs with tunnel cavities, planar deformation, the occurrence of enveloping plastic zones, investigation of the effects of uncertainty, scatter of exogenous parameters, fuzzy-interval approximation, fuzzy-set technique, heuristic principle of generalization.*

*Ин-т машиноведения им. А.А. Благонравова РАН, Москва;
ФГБУН «Республ. исслед. научно-консультат. центр экспертизы»
МНУВО РФ, Москва;
ГОУ ВПО «Донецкий национальный ун-т», Донецк;
ГОУ ВПО «Донбас. национальная акад. строительства
и архитектуры», Макеевка
stvi@donnu.ru*

Получено 03.09.20